精彩数学系列
JINGCAISHUXUEXILIE

三角函数与平面向量

SANJIAOHANSHUYUPINGMIANXIANGLIANGQIANTIQIAOJIE

千题巧解

- 奇思妙解
- 专题突破
- 让数学变得如此生动

■陈江辉 编著

高中数学必备

長春出版社

精彩数学系列

JINGCAISHUXUEXILIE

三角函数与平面向量

SANJIAOHANSHUYUPINGMIANXIANGLIANGQIANTIQIAOJIE

千题巧解

■陈江辉 编著

長春出版社

图书在版编目（CIP）数据

三角函数与平面向量千题巧解/陈江辉编著．—长春：长春出版社，2007.7

（精彩数学系列）

ISBN 978－7－5445－0464－5

Ⅰ．三…　Ⅱ．陈…　Ⅲ．数学课—高中—解题　Ⅳ．G624.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 075198 号

责任编辑：杨爱萍

封面设计：郝　威

版式设计：王久慧

出版发行：长春出版社　　　　**总编室电话**:0431－88563443

发行部电话:0431－88561180　　**读者服务部电话**:0431－88561177

地　　址：吉林省长春市建设街 1377 号

邮　　编：130061

网　　址：www.cccbs.net

制　　版：吉林省久慧文化有限公司

印　　刷：长春市新世纪印业有限公司

经　　销：新华书店

开　　本：880×1230 毫米　1/32 开本

字　　数：220 千字

印　　张：7.875 印张

版　　次：2007 年 7 月第 1 版

印　　次：2007 年 7 月第 1 次印刷

定　　价：11.00 元

前言

数学枯燥乏味吗？我不这样想。

我觉得数学生动、精彩。我在解数学题的时候常常被那种简洁的解法感动，陶醉在优美的逻辑推理中。

一个看起来并不复杂的问题，甚至，一个简单的选择题，因为思维的角度不同，往往会出现各种不同的解题方法；一个看上去陌生的问题，深思熟虑之后，把它化归到熟悉的题型中去，于是豁然开朗，于是内心充满了甜蜜。

是的，数学有它独特的魅力，这种魅力决不是轻而易举就能觉察与体验到的，而真正要享受这魅力带给我们的愉悦，必须付出艰辛和血汗。

我真诚地希望高中学生能从心底里喜爱数学，从而激发智慧和创造力，这也便是我倾其全力写作的本意。

《精彩数学》系列丛书能让你爱不释手吗？希望这巧妙的解法能让你在顿悟中不断进取，能让你的一生更加的精彩！

编者

目　录

CONTENS

三角函数与平面向量千题巧解

第一章 三角函数

日出日落、寒来暑往、音乐的旋律、钟摆的运动……在我们的生活中有许多“按一定规律周而复始”的周期变化现象，而三角函数就是刻画这种变化规律的数学模型.

三角函数是中学数学的重要内容之一，由于三角函数的研究方法主要是代数式的变形和图象分析，因此三角函数的研究已经初步把几何与代数联系在一起了. 高等数学、物理学、天文学、测量学以及其他各种应用技术都要用到三角函数及其性质. 因此，三角函数既是解决生产实际问题的工具，又是学习高等数学等学科的基础.

1 任意角、弧度制

双基提炼

在初中所学的角的定义是：自一个顶点出发的两条射线所形成的图形. 在这个定义下对角的研究仅局限于锐角、钝角等，现在我们对角的研究要突破这个局限，首先应该对角的定义进行推广.

1. 角及其有关的概念

角：平面内一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形，其中射线的端点称为角的顶点，射线旋转的开始位置和终止位置，称为角的始边和终边.

正角：按逆时针方向旋转所形成的角叫做正角.

负角：按顺时针方向旋转所形成的角叫做负角.

零角：如果射线没有做任何旋转，那么也把它看成一个角，叫做零角.

2. 象限角与轴线角

在平面直角坐标系中，使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合，角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限角；如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任何象限，称为轴线角.

3. 弧度及其相关概念

长度等于半径的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，记作 1rad. 用弧度作为角的单位来度量角的制度叫做弧度制.

一般地，正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是 0；这样就在角的集合与实数集 R 之间建立了一一对应关系. 角 α 的弧度数满足 $|\alpha| = \dfrac{l}{r}$（l 表示圆心角 α 所对的弧长，r 为圆的半径）.

4. 角度制与弧度制的换算公式

(1) 角度换算弧度：$360° = 2\pi \text{rad}$，$180° = \pi \text{rad}$，

$1° = \dfrac{\pi}{180}\text{rad} \approx 0.01745\text{rad}$.

(2) 弧度换算角度：$2\pi\text{rad} = 360°$，$\pi\text{rad} = 180°$，

$1\text{rad} = \left(\dfrac{180}{\pi}\right) \approx 57.30° = 57°18'$.

5. 弧度制下的弧长与扇形面积计算公式

设扇形的圆心角为 α（α 为弧度数），半径为 r，弧长为 l，面积为 S，则 $l = |\alpha| r$，$S = \dfrac{1}{2}rl = \dfrac{1}{2}|\alpha| r^2$.

6. 终边相同的角的表示

用角度制表示与α终边相同的角的集合为$\{\beta|\beta=k\cdot 360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

用弧度制表示与α终边相同的角的集合为$\{\beta|\beta=2k\pi+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$.

好 题 导 航

例1 给出下列命题:

①终边相同的角一定相等;

②如果角α的终边落在第二象限,则角α一定为正角;

③锐角是第一象限角;

④小于$90°$的角一定是锐角;

其中正确命题的序号是________.(请把你认为正确命题的序号都填上)

[**分析**] 本题的实质是确定每一结论的正误,一般地,某一结论的正确可通过推理来说明,而某一结论的错误可通过举反例来确定.

①错误. 例如角$30°$与$30°+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z},k\neq 0)$的终边相同,但并不相等;

②错误. 例如$-210°$为第二象限角,此角为负角;

③正确. 因为第一象限角是指符合$k\cdot 360°<\alpha<90°+k\cdot 360°(k\in\mathbf{Z})$的角,而锐角(取$k=0$)构成的集合是第一象限角的集合的真子集;

④错误. 因为小于$90°$的角除锐角外,还包含零角和负角;

综上所述,正确命题的序号是③.

反思 本例主要考查对角的概念的掌握,正确区分象限角、区域角、终边相同的角的不同表示方法. 角的概念推广后,不应再局限于$0°$到$360°$之间的角,而应从负角、零角以及正角三个角度考虑问题. 若不清楚在角的始边和终边均相同的前提下,还存在如何转(即按顺时针或逆时针转),以及转几圈这两层含意,则易误选①;若对负角还没有足够的认识,则又易误选②和④. 纠错的途径是加深对任意角的概念的理解.

其中第一象限的角可表示为$k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°,k\in\mathbf{Z}$,锐角可表示为$0°<\alpha<90°$,小于$90°$的角可表示为$\alpha<90°$.

例 2 已知 $\alpha = -730°$，则 ( )

A. α 是第一象限角

B. α 与 2004°是同一象限角

C. 与 α 终边相同且绝对值最小的角是 $-10°$

D. 与 α 终边相同，在 $-720° \sim 360°$间的角有 4 个

[分析] 将 $-730°$化成 $\beta + k \cdot 360°(k \in \mathbf{Z})$，再根据题设要求确定相应的 k 值.

对于答案 A，因为 $-730° = 350° - 3 \times 360°$，而 350°是第四象限角，所以 $-730°$也是第四象限角；

对于答案 B，$2004° = 204° + 5 \times 360°$，而 204°是第三象限角，则 2004°也是第三象限角；

由此可排除 A、B.

对于答案 C，$-730° = -10° - 2 \times 360°$，由此可选择 C.

对于答案 D，令 $-720 \leqslant -10° + k \cdot 360° < 360°(k \in \mathbf{Z})$，解得 $-\frac{71}{36} \leqslant k < \frac{37}{36}$. 又 $k \in \mathbf{Z}$. 故 $k = -1$、0、1，即符合条件的角共有 3 个.

综上所述，应选择 C.

<u>反思</u> 一般地，化角 α 为 $\beta + k \cdot 360°(k \in \mathbf{Z})$ 的形式时，可由 α 除以 360°来定 k 及 β 的值. 如果对 β 有范围要求时，可通过调整 k 值来进一步求解；也可利用解关于 k 的不等式求出 k 的取值范围，再结合 $k \in \mathbf{Z}$ 来确定 k 值.

例 3 若 α 是第一象限角，试确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

[分析] 先写出 $\frac{\alpha}{2}$ 的一般表达式，然后确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

$\because$ α 是第一象限角，

$\therefore$ $k \cdot 360° < \alpha < k \cdot 360° + 90°, k \in \mathbf{Z}$,

即 $k \cdot 180° < \frac{\alpha}{2} < k \cdot 180° + 45°, k \in \mathbf{Z}$.

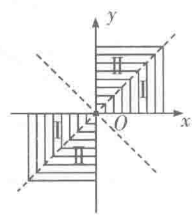
当 $k = 2m(m \in \mathbf{Z})$ 时，$m \cdot 360° < \frac{\alpha}{2} < m \cdot 360° + 45°$,

此时$\frac{\alpha}{2}$在第一象限；

当$k=2m+1(m\in\mathbf{Z})$时，$m\cdot360^\circ+180^\circ<\frac{\alpha}{2}<m\cdot360^\circ+225^\circ$，

此时$\frac{\alpha}{2}$在第三象限；

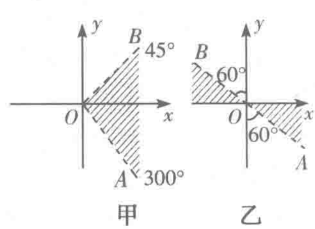
$\therefore\ \frac{\alpha}{2}$在第一或第三象限.



反思 本题中，当α是第一象限角时，$\frac{\alpha}{2}$是第一或第三象限角，表示在平面直角坐标系中，则可得到如图的区域（图中阴影部分Ⅰ，不包括坐标轴）；同理可得当α是第二象限角时，则$\frac{\alpha}{2}$也是第一或第三象限角（图中阴影部分Ⅱ，不包括坐标轴）. 当α是第三、第四象限角时，你能指出$\frac{\alpha}{2}$所在的象限，并在图中画出相应的区域吗？

［拓展］ 1. 试判断“若α是第一象限角，则2α是第二象限角”这一命题的真假，并说明理由.

2. 就α是第一、第二、第三、第四象限角，分别指出$\frac{\alpha}{3}$所在的象限，并试着用平面直角坐标系中的平面区域来表示$\frac{\alpha}{3}$所在的区域.



例4 写出满足下列条件的角的集合.

(1)终边在x轴负半轴上的角；

(2)终边在直线$y=\sqrt{3}x$上的角；

(3)终边在坐标轴上的角；

(4)终边在如图所示的阴影部分内的角（不包括边界）.

［分析］ 先写出$0^\circ\sim360^\circ$（或$-180^\circ\sim180^\circ$）间满足条件的角，再根据终边相同的角的表示法，写出符合题意的角的集合.

(1)$A=\{\alpha\mid\alpha=180^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2) $B=\{\alpha|\alpha=60°+k\cdot360°$ 或 $\alpha=240°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=60°+2k\cdot180°$ 或 $\alpha=60°+(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=60°+n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

(3) $C=\{$终边在 x 轴上的角$\}\cup\{$终边在 y 轴上的角$\}$

$=\{\alpha|\alpha=k\cdot180°$ 或 $\alpha=90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=2k\cdot90°$ 或 $\alpha=(2k+1)\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=n\cdot90°,n\in\mathbf{Z}\}$.

对于问题(4)甲，终边为 OA 的角可表示为 $300°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$，它按逆时针方向旋转，经过阴影部分到射线 OB，则终边为 OB 的角可表示为 $(360°+45°)+k\cdot360°$，即 $405°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$，这样便可写出终边落在图中阴影部分的角的集合.

(4)甲. $D=\{\alpha|k\cdot360°+300°<\alpha<k\cdot360°+405°,k\in\mathbf{Z}\}$.

乙. $E=\{\alpha|k\cdot360°-30°<\alpha<k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|k\cdot360°+150°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

$=\{\alpha|2k\cdot180°-30°<\alpha<2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|(2k+1)\cdot180°-30°<\alpha<(2k+1)\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|n\cdot180°-30°<\alpha<n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

反思　不难看出，满足条件的角的集合的写法不唯一，对于第(2)、(3)小题的处理，用到了集合并的运算，使表达式更简洁.

第(4)甲小题也可写成 $\{\alpha|-60°+k\cdot360°<\alpha<45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$. 一般情况下，区域的始边在第四象限的角，可以用 $-\alpha+k\cdot360°(0°<\alpha<90°,k\in\mathbf{Z})$ 的形式表示，这样写出的集合形式较为简单；第(4)乙小题中的阴影部分，可以看做是由两个阴影区域构成，而其中一个又可以看做是由另一个逆时针旋转 180°而得到，故终边落在图中阴影部分的角的集合也可直接写出.

这里要注意：每个阴影区域的边界所表示的角是互相联系的，由其中一边按逆时针旋转经过该区域至另一边，则选定前者为区域的起始边界，后者为终止边界，写这两个边界所表示的角时，一般先写起始边界所表示的角 α，然后由起始边旋转至终止边转过角度 θ，则终止边界所表示的角为 $\beta=\alpha+\theta$. 如题(4)甲中，由 $OA(\alpha=-60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z})$ 旋转至 OB 位置，转过了 $60°+45°=105°$，故 OB 所表示的角为 $\beta=$

$-60°+k\cdot 360°+105°=45°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$.

例 5 完成下列角的两种度量制的互化.

(1) $-\frac{7}{6}\pi$;(2) $-135°$;(3)2;(4)$67°30'$.

[分析] 运用角度制与弧度制的互化公式计算.

(1) $-\frac{7}{6}\pi=-\frac{7}{6}\times 180°=-210°$.

(2) $-135°=-135°\times\frac{\pi}{180°}=-\frac{3}{4}\pi$.

(3)$2\approx 57.30°\times 2=114.60°=114°36'$.

(4)$67°30'=\left(67\frac{1}{2}\right)°=\left(67\frac{1}{2}\right)\times\frac{\pi}{180}=\frac{3}{8}\pi$.

反思 角度化为弧度时,若结果中含有"π",如无特殊要求,不要把 π 化成小数. 并且"弧度"两字或"rad"通常略去不写,而只写这个角所对应的弧度数;弧度化为角度时不要忘写"°";同时像一些特殊角,例如 $180°=\pi, 30°=\frac{\pi}{6}$ 等要熟记.

弧度制和角度制一样,只是度量角的方法. 弧度制与角度制相比有一定的优点. 其一在进位上,角度制在度、分、秒上是 60 进位制,不便于计算. 而弧度制是十进位制,给运算带来方便;其二在弧长公式与扇形面积公式的表达上,弧度制下的公式远比角度制下的公式简单,运用起来更方便.

例 6 给出下列四个角:

(1) $-2004°$,(2)199π,(3)10,(4) $-\frac{31}{6}\pi$,其中________是第二象限的角(请填上序号).

[分析] 问题的关键是利用终边相同的角的表示方法,把已知角化为 $k\cdot 360°+\theta$ 或 $2k\pi+\alpha$ 的形式(其中 $k\in\mathbf{Z}$),使角的终边所处的位置易于判定.

(1) $-2004°=156°-6\times 360°$;

(2)$199\pi=\pi+2\times 99\pi$;

(3) 由 $3\pi < 10 < \frac{7}{2}\pi$ 知 $-\pi < 10-4\pi < -\frac{\pi}{2}$,

$10=(10-4\pi)+4\pi=(10-4\pi)+2\times 2\pi$.

(4) $-\frac{31}{6}\pi=-6\pi+\frac{5\pi}{6}$.

故(1)、(4)所给的角是第二角限角,所以应填上(1)、(4).

反思　1. 在表示角的集合时,一定要使用统一单位,只能用角度制或弧度制,绝对不能混用. 如 $\alpha=60°+2k\pi(k\in \mathbf{Z})$ 等.

2. 用弧度制表示终边相同的角 $2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$ 时,是 π 的偶数倍,而不是 π 的整数倍;例如 $-\frac{31}{6}\pi$ 应写成 $-6\pi+\frac{5}{6}\pi$,而不应写成 $-5\pi-\frac{\pi}{6}$.

例7　根据下列条件,分别求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

(1) 集合 $A=\{x\mid x=k\cdot 90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$,

$B=\{x\mid x=k\cdot 45°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$;

(2) 集合 $A=\{\alpha\mid -\frac{\pi}{3}+2k\pi<\alpha<\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$,

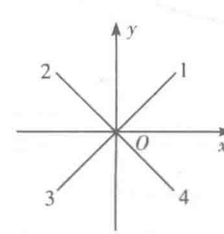
$B=\{\beta\mid \frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant\beta\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$;

(3) 集合 $A=\{x\mid -4<x<4,x\in\mathbf{R}\}$,

$B=\{y\mid 2k\pi\leqslant y\leqslant(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.

[分析]　集合元素的特性之一是不重复性,因此,如何确定题(1)中所给角的终边位置,便成了解题的突破口. 对于题(2)、(3)首先要弄清 π 的两重性,若视其为角,则等价于 πrad,可利用平面直角坐标系来处理;若视其为数,则等价于数 3. 14159……,可利用数轴来处理.

(1) [解法一]　由于 $k\cdot 90°(k\in\mathbf{Z})$ 表示终边与 x 轴和 y 轴重合的角的集合,所以 $k\cdot 90°+45°(k\in\mathbf{Z})$ 表示终边落在与直线 $y=x$ 和直线 $y=-x$ 重合的四个位置(如图).

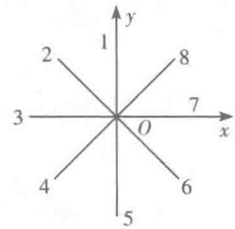


又由于 $k\cdot 45°+90°(k\in\mathbf{Z})$ 表示终边落在与 x 轴、y 轴及直线 $y=\pm x$ 重合的八个位置上(如图),故 $A\subsetneqq B$. $\therefore A\cap B=A, A\cup B=B$.

这里，如果我们取定若干个连续的整数 k 也是一种办法，你不妨试一试.

[解法二] $\because A=\{x\mid x=k\cdot 90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{x\mid x=(2k+1)\cdot 45°,k\in\mathbf{Z}\}$，



又 $B=\{x\mid x=k\cdot 45°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

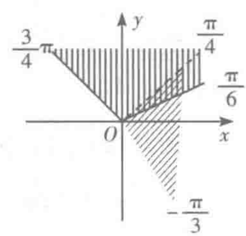
$=\{x\mid x=(k+2)\cdot 45°,k\in\mathbf{Z}\}$.

当 $k\in\mathbf{Z}$ 时，$2k+1$ 是奇数，$k+2$ 是任意整数，故 $A\subsetneqq B$. 以下同解法一.（略）

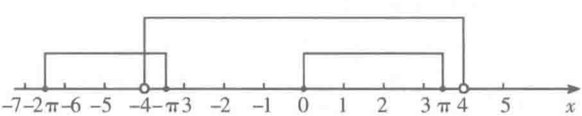
(2) 在同一平面直角坐标系中分别表示出集合 A 中角 α 的终边所在的区域，集合 B 中角 β 的终边所在的区域，如图所示.

$\therefore A\cap B=\{\theta\mid \frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant\theta<\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，

$A\cup B=\{\theta\mid -\frac{\pi}{3}+2k\pi<\theta\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.



(3) 在集合 B 中，取 $k=\cdots,-1,0,1,\cdots$，可得无数个区间……，$[-2\pi,-\pi]$，$[0,\pi]$，$[2\pi,3\pi]$，……，将这些区间和集合 A 所表示的区间在同一数轴上表示，如图.



$\therefore A\cap B=\{x\mid -4<x\leqslant-\pi$ 或 $0\leqslant x\leqslant\pi\}$.

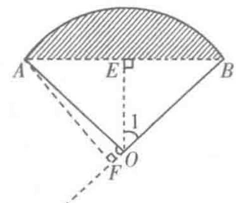
$A\cup B=\{x\mid 2k\pi\leqslant x\leqslant(2k+1)\pi$ 或 $-2\pi\leqslant x<4.\ k\in\mathbf{Z}\}$.

<u>反思</u>　由题(1)解法一引发的研究角的终边位置，其实质是角的周期性的问题，而解法二则是通过角的表示形式的转换，把问题转化为讨论奇数集合和整数集合的关系问题. 值得一提的是对 $x=k\cdot 45°+90°(k\in\mathbf{Z})$ 的理解，既可以用旋转来解释，也可以用等差数列来说明，请读者想一想.

通过对题(2)、(3)的研究，不难得出要表示角的取值范围是用平面直角坐标系，还是借助于数轴，取决于对集合元素特性的认识.

例 8　已知面积为 4cm^2 的扇形 OAB 的周长为 8cm，求该扇形圆心角的大小和弓形 OAB 的面积.

[分析] 扇形的周长和面积均涉及到扇形半径和弧长，设该扇形的半径为 r，弧长为 l，依题有 $\begin{cases}2r+l=8,\\ \frac{1}{2}lr=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}r=2,\\ l=4,\end{cases}$



故扇形的圆心角 $\alpha=\frac{l}{r}=2(\mathrm{rad})$，

事实上，$S_{弓形OAB}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle OAB}$.

其中取 AB 中点 E，连 OE. 则 $OE\perp AB$.

且 OE 平分角 AOB.

$\because OE=2\cos1, BE=2\sin1$,

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB\cdot OE=4\sin1\cos1$,

故 $S_{弓形OAB}=4-4\sin1\cos1$.

反思 要正确认识 $2\cos1, 2\sin1$ 中 $\cos1$、$\sin1$ 的意义，其中 1 为 1 弧度而不是 $1°$.

我们还可以推得 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB\sin\angle AOB=2\sin2$.

一方面有 $2\sin2=4\sin1\cos1$，即 $\sin2=2\sin1\cos1$.

另一方面有 $\angle AOF=\pi-2$,

于是 $AF=AO\sin(\pi-2)=AO\sin2$.

亦即 $\sin(\pi-2)=\sin2$.

你能从 $\sin2=2\sin1\cos1$，$\sin(\pi-2)=\sin2$ 中感悟出有关三角变换的结论吗？试一试.

智 力 冲 浪

1. 下列各对角中，终边相同的是 ( )

A. $\frac{\pi}{2}$和 $2k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ B. $-\frac{7}{9}\pi$ 和$\frac{11}{9}\pi$

C. $-\frac{\pi}{3}$和$\frac{22}{3}\pi$ D. $\frac{20}{3}\pi$ 和$\frac{122}{9}\pi$

2. 已知扇形的圆心角为$\frac{\pi}{3}$,则扇形面积与其内切圆面积之比为 ( )

A. 2∶1　　B. 3∶2　　C. $3\sqrt{3}:\pi$　　D. 4∶9

3. 已知集合 $A=\{\alpha|2k\pi\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{\beta|-3\leqslant\beta\leqslant 3\}$,则 $A\cap B$ 等于 ( )

A. $\varnothing$　　B. $[-3,\pi]$　　C. $[0,\pi]$　　D. $[0,3]$

4. 下列命题中正确的是 ( )

A. 第四象限的角比第一象限的角大

B. A、B 是一个三角形的两个内角,那么 $A+B\in(0°,360°)$

C. $\{\alpha|\alpha=m\cdot 60°,m\in\mathbf{Z}\}\cap\{\beta|B=n\cdot 45°,n\in\mathbf{Z}\}=\{\theta|\theta=k\cdot 180°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. 第一或第二象限的角的集合可表示为$\{\alpha|k\cdot 360°<\alpha<(2k+1)\cdot 180°,k\in\mathbf{Z}\}$

5. 已知$\frac{\alpha}{2}$是第一象限的角,则 α 的终边位置________.

6. 集合 $M=\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x|x=k\pi\pm\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$,则集合 M、N 之间的关系是________.

7. 已知角 θ 的终边所在直线过点 $P(-1,\sqrt{3})$,则符合条件 $-360°<\theta<720°$的角构成的集合为________.

8. 已知一扇形的周长为6cm,面积为2cm^2,则此扇形的圆心角的弧度数为________.

9. 已知角 α,写出满足下列条件的角 β 的集合:

(1)角 β 的终边与已知角 α 的终边关于 x 轴对称;

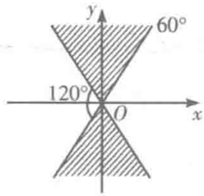
(2)角 β 的终边与已知角 α 的终边关于 y 轴对称;

(3)角 β 的终边与已知角 α 的终边关于原点对称;

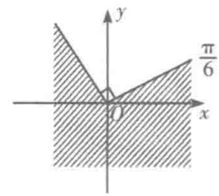
(4)角 β 的终边与已知角 α 的终边关于直线 $y=x$ 对称.

10. 写出顶点在原点,始边重合于 x 轴正半轴、终边落在如图阴影

部分的角的集合.(包括边界)

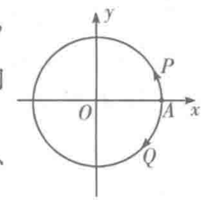


(1)



(2)

11. 如图,动点 P、Q 从点 $A(4,0)$ 出发沿圆周运动,点 P 按逆时针方向每秒转 $\frac{\pi}{3}$ 弧度,点 Q 按顺时针方向每秒转 $\frac{\pi}{6}$ 弧度,求 P、Q 第一次相遇时所用的时间及 P、Q 各自走过的弧长.



12. 设 $\alpha-\beta\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right)$,$\alpha+\beta\in\left(\frac{3}{4}\pi,\pi\right)$,求 α 和 $\alpha+2\beta$ 的取值区间.

冲浪指南

1. B. 提示　因为 $-\frac{7}{9}\pi=-2\pi+\frac{11}{9}\pi$.

2. B. 提示　设内切圆半径为 R,则扇形半径为 $3R$.

3. D. 提示　取 $k=0$,此时 $A=\{\alpha|0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$.

4. C. 提示　对 A:若取 $\alpha=-\frac{\pi}{4}$,$\beta=\frac{\pi}{3}$合题意,而 $-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{3}$,故 A 错;对 B:三角形内角和等于 π,故 $0<A+B<\pi$,B 错;对 D:y 轴正半轴不为第一、第二象限角,有 $\alpha\neq2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,故 D 错.

5. 第一、二象限内或 y 轴正半轴上.

提示　由 $2k\pi<\frac{\alpha}{2}<2k\pi+\frac{\pi}{2}$,得 $4k\pi<\alpha<4k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$.