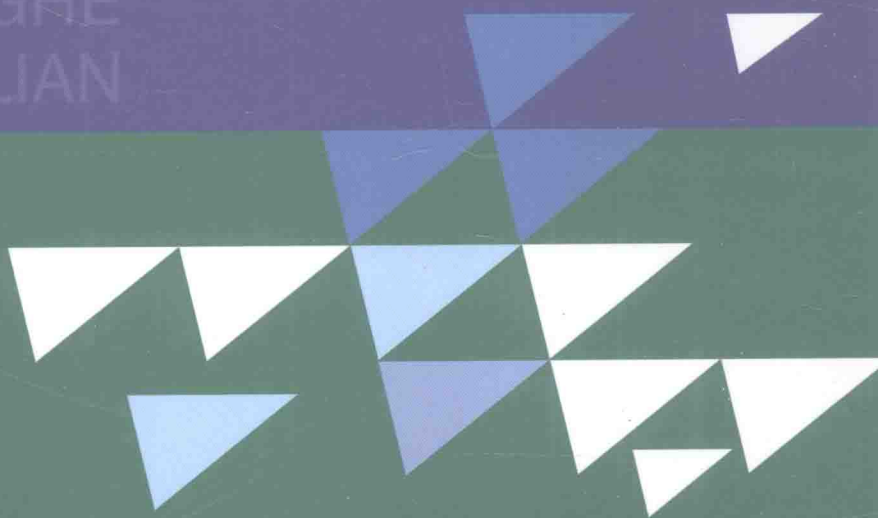


数学综合训练

何丽亚▲主编

SHUXUE
ZONGHE
XUNLIAN



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

四川高等教育人才培养质量及教改重点项目
“民族预科数学教育教学研究”成果
普通高等学校少数民族预科

数 学

综 合 训 练

主 编：何丽亚

副主编：敬连顺 陈 新 耿道霞

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

数学综合训练/何丽亚主编. —成都: 西南交通大学出版社, 2012.7
ISBN 978-7-5643-1829-1

I. ①数… II. ①何… III. ①数学—高等学校—习题集 IV. ①O1-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 176398 号

数学综合训练

主编 何丽亚

责任编辑	张宝华
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	四川川印印刷有限公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	13.25
字 数	329 千字
版 次	2012 年 8 月第 1 版
印 次	2012 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-1829-1
定 价	38.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是四川高等教育人才培养质量及教学改革项目“民族预科数学教育教学研究”的一项成果,可供普通高等学校少数民族预科学生学习“数学”并进行强化训练,也可供其他学生进行数学练习和自测.

为进一步提高少数民族预科数学教学质量,根据教育部普通高等学校少数民族预科管理办法、《普通高等学校少数民族预科〈数学〉教学大纲》,结合少数民族预科数学教育教学特点及学生实际,我们编写了《数学综合训练》一书.全书包括基础训练、综合训练、仿真训练及参考答案,汇集了我院民族预科数学教学团队的集体智慧,对民族预科数学知识进行了提炼与整合.该书重视数学基础知识、基本技能的训练,学生通过系统训练,能较好地把握知识点、掌握重点、突破难点,巩固基础,进一步提高分析问题和解决问题的能力.

本书的出版不仅得到了四川民族学院领导及预科部、教务处、招生就业处等领导的大力支持,还得到了西南交通大学出版社的支持,在此谨致谢意!

限于水平有限,加之时间仓促,书中难免存在疏漏和不妥之处,希望广大读者予以指正.

编 者

2012年4月

普通高等学校少数民族预科《数学》教学大纲

四川民族学院“预科数学”教学团队

(160~210 学时)(试行草案)

本大纲是根据《普通高等学校少数民族预科〈数学〉教学大纲》(试行草案),结合少数民族预科教育的特点及民族预科学生的实际,结合我院预科数学教学课程设置,以及我院少数民族预科数学教学团队的工作实践和多年从事少数民族预科教学的经验,而拟定的大纲.

第一章 集合 (8~10 学时)

第一节 集合

一、集合的概念;二、集合的表示法;三、子集、全集、补集;四、交集、并集.

第二节 简易逻辑(选学)

一、逻辑联结词;二、四种命题;三、充分条件与必要条件.

第二章 式 (20~24 学时)

第一节 整式的加、减法与乘法

一、整式的加、减法;二、整式的乘法与分离系数法;三、乘法公式与因式分解.

第二节 恒等变形与待定系数法

一、恒等变形;二、待定系数法.

第三节 数学归纳法

第四节 分式

一、有理分式及其性质;二、综合除法;三、分式的运算.

第五节 部分分式

第六节 根式

一、根式及其性质;二、根式的化简;三、根式的运算;四、分母有理化.

第七节 指数

一、零指数;二、负整数指数;三、分数指数幂.

第三章 方程与不等式 (16~24 学时)

第一节 一元二次方程

一、方程的变换;二、一元二次方程的解法;三、判别式;四、换元法.

第二节 分式方程与无理方程

一、分式方程;二、无理方程.

第三节 二元二次方程组

第四节 不等式

一、不等式的基本性质;二、不等式的同解定理;三、一元一次不等式;四、一元二次不等式;五、含绝对值的不等式.

第五节 算术—几何平均值不等式

第四章 函数 (16~24 学时)

第一节 函数的概念和性质

一、函数概念；二、函数的表示方法；三、函数的几种特征；四、反函数；五、初等函数。

第二节 幂函数、指数函数和对数函数

一、幂函数；二、指数函数；三、对数函数。

第三节 三角函数

一、三角函数；二、同角三角函数的关系；三、三角函数的公式；四、三角函数的图像和性质；五、反三角函数。

第五章 排列、组合与二项式定理 (8~12 学时)

第一节 排列

一、分类计数原理与分布计数原理；二、排列。

第二节 组合

一、组合的概念；二、组合的种数公式。

第三节 二项式定理

一、二项式定理；二、二项展开式的性质。

第六章 平面向量 (选学)

第一节 向量

第二节 向量的加法与减法

第三节 实数与向量的积

第四节 平面向量的坐标运算

第五节 线段的定比分点

第六节 平面向量的数量积及运算律

第七节 平面向量数量积的坐标表示

第八节 平移

第七章 平面解析几何 (选学)

第一节 直线

一、直线的倾斜角和斜率；二、直线的方程；三、两条直线的位置关系；四、简单的线性规划；五、曲线与方程。

第二节 二次曲线

一、圆；二、椭圆；三、双曲线；四、抛物线。

第三节 坐标轴的平移

第八章 复数 (16~18 学时)

第一节 复数

一、复数的概念；二、复数的表示。

第二节 复数的运算

一、复数的加法、减法；二、复数的乘除运算；三、复数的乘方与开方；四、复数乘、除、开方的几何意义；五、复数方程。

第三节 余式定理和因式定理

一、余式定理；二、因式定理；三、分解因式.

第四节、一元高次方程

一、高次方程的根；二、高次方程根与系数的关系.

第九章 行列式 (16~20 学时)

第一节 二阶行列式与二元线性方程组

第二节 三阶行列式及其性质

第三节 按一行(或一列)展开三阶行列式

第四节 三元线性方程组

一、三元非齐次线性方程组；二、三元齐次线性方程组.

第五节 n 阶行列式与 n 元线性方程组

第十章 极限与连续 (16~24 学时)

第一节 数列及其极限

一、等差数列与等比数列；二、数列的极限.

第二节 函数的极限

一、自变量趋于无穷大时函数的极限；二、自变量趋于有限值时函数的极限；三、极限的运算法则；四、无穷小与无穷大.

第三节 函数的连续性

一、函数的增量；二、函数的连续性；三、连续函数的运算.

第十一章 导数、微分及其应用 (22~26 学时)

第一节 导数

一、导数概念；二、按定义求导数举例；三、导数的几何意义

第二节 求导法则

一、导数的四则运算；二、反函数的求导法则；

三、复合函数的求导法则；四、基本初等函数的求导公式.

第三节 隐函数的导数 高阶导数

一、隐函数的导数；二、高阶导数.

第四节 微分

一、微分的概念；二、微分的运算法则；三、微分在近似计算中的应用

第五节 函数单调性的判别法

一、中值定理；二、函数单调性的判别.

第六节 洛必达法则

一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式；二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式；三、其他类型的未定式.

第七节 函数的极值

一、函数的极值；二、函数的最小值与最大值.

第八节 函数的作用

一、曲线的凹向与拐点；二、函数的作图.

第十二章 积分及其应用 (24~26 学时)

第一节 原函数与不定积分

一、原函数与不定积分；二、基本积分表。

第二节 换元积分法与分部积分法

一、第一类换元法；二、第二类换元法；三、分部积分法。

第三节 有理函数积分举例

第四节 定积分概念

一、阿基米德面积；二、定积分的定义；三、定积分的几何意义；四、定积分的基本性质。

第五节 微积分的基本定理

一、定积分的中值定理；二、积分上限的函数及其导数；三、基本定理

第六节 定积分的换元法和分部积分法

一、换元法；二、分部积分法。

第七节 定积分的应用——平面图形的面积

附：数学教学大纲说明：

(一) 课程的作用和任务

数学是少数民族预科主干课程,通过本课程的学习,使学生加深中学数学的基本理论、基本知识和基本技能,并了解微积分初步,为学好大学课程打好基础。

教师在传授知识的同时,要培养学生学习数学的兴趣,激励学生为建设有中国特色的社会主义学好数学的积极性;要进一步培养和提高学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,并使学生逐步学会运用数学来分析和解决问题。

本大纲内容的编排与取舍,力求符合认识论的一般规律,并兼顾各章节的衔接,以及预科学生的特点。

(二) 课程的基本要求

1. 知道集合的表示法并能用它处理问题.熟练掌握整式的加、减、乘法运算.能用乘法公式、分离系数法、待定系数法进行运算.掌握数学归纳法、二项式定理及其通项公式.会用二项式定理进行运算。

2. 掌握分式的运算及综合除法.能用视察法与待定系数法进行分项分式的运算.熟练掌握分数指数幂与根式的互化、无理式的分母有理化。

3. 熟练掌握一元二次方程的解法.会解分式方程、无理方程以及二元二次方程组.熟练掌握一元二次不等式的解法,并掌握有关的绝对值不等式。

4. 了解函数概念.会求函数的定义域.了解反函数概念.熟练掌握基本初等函数的图形及性质.熟练掌握三角函数的同角、和与差、倍角、半角的恒等变形.了解三角函数的和、差化积与积化和差的恒等变形。

5. 熟练掌握复数的各种表示法及其运算.能用复数解二项方程.知道一元高次方程的定理及其根与系数的关系.能用视察法与综合除法解特殊的一元高次方程。

6. 理解排列与组合的概念.能用排列种数公式、组合种数公式及其性质进行运算.会解排列、组合的简单应用问题。

7. 了解二、三阶行列式的概念,熟练掌握它们的对角线法则.知道一元三阶行列式的

性质,熟练按一行(列)展开三阶行列式,会用克莱姆法则解二元、三元线性方程组,知道线性齐次方程组有非零解的充要条件.

8. 掌握等差数列、等比数列的通项公式及求和公式,了解数列极限的定义,掌握极限四则运算法则,了解无穷小、无穷大的概念,了解函数连续的概念,了解基本初等函数的连续性.

9. 理解导数和微分的概念,熟悉导数和微分的运算法则以及导数的基本公式,能熟练地求初等函数的一阶、二阶导数,理解函数极值的概念,能用一、二阶导数研究函数的形态,会解简单的最大值与最小值的问题.

10. 理解不定积分、定积分的概念与性质,熟悉不定积分的基本公式,掌握积分的换元法与分部积分法,掌握微积分的基本公式,会用定积分求面积.

(三) 课程的学时分配

本大纲适用于普通高等学校民族预科一年制文、理科各类专业,教学时数为(160~210学时)仅供参考,必要时可适当增减,课内外学时的比例为1:2,课堂讲授与习题课的比例为2:1.

四川省普通高校民族预科考试大纲

数 学 (试行草案)

四川民族学院“预科数学”教学团队

本大纲是根据《四川省普通高等学校少数民族预科〈数学〉教学统考大纲》，结合少数民族预科教育的特点及民族预科学生的实际，结合我院预科数学教学课程设置，以及我院“预科数学”教学团队的工作实践和多年从事少数民族预科教学的经验，而拟定的大纲。

【考试性质】

四川省普通高校民族预科直升统一考试是民族预科学生参加结业与选拔合一的考试。考生的成绩是高等学校录取民族预科学生的主要依据之一，因此民族预科的直升统一考试应具有一定的信度、效度和必要的区分度。

【考试内容】

数学科考试内容旨在测试预科数学的基础知识、基本技能和基本方法。考试内容与国家教委颁发的高等学校民族预科《数学》教学大纲《试行草案》之（二）课程的基本要求命题，分为代数、三角、行列式、微积分初步四大部分。

【考试形式及试卷结构】

考试采用闭卷笔试形式，全卷满分 150 分；考试时间为 120 分钟。

各部分的大致比例如下：

1. 代数——包括教材中第一章（第一节）、第二章、第三章、第四章（第一节、第二节）、第五章、第八章，约占 40%。
2. 三角——教材中的第四章（第三节），约占 8%。
3. 行列式——教材中的第九章，约占 12%。
4. 微积分初步——包括教材中第十章至第十二章，约占 40%。

【考试题型】

试题分选择题、填空题和解答题三种题型。选择题是四选一型的单项选择题；填空题只直接写结果，不必写出计算或推证过程；解答题包括计算题、证明题和应用题，解答题应写出必要的文字说明、演算步骤或推证过程。

三种题型的数量及分数如下：

1. 选择题——15 个小题，每小题 4 分，共 60 分；
2. 填空题——6 个小题，每小题 4 分，共 24 分；
3. 解答题——6 个小题，共 66 分。

【试题的难易程度】

与历年预科数学统考题难度大致相当。一定要避免试题难易程度的大起大落。

【考试内容】

(一) 代数

1. 集合、子集、交集、并集、全集、补集；
2. 整式的乘法公式、分离系数法与因式分解；
3. 整式、分式、根式的性质及运算；
4. 恒等变形与待定系数法；
5. 零指数、负整数指数、分数指数幂；
6. 部分分式；
7. 数学归纳法；
8. 综合除法；
9. 二项式定理；
10. 一元二次方程、分式方程、无理方程、指数方程、对数方程；
11. 二元二次方程组；
12. 不等式的基本性质与不等式的同解定理；
13. 一元一次不等式、一元二次不等式、指数不等式、对数不等式、无理不等式、含绝对值的不等式的解法；
14. 幂函数、指数函数、对数函数和反函数；
16. 复数；
17. 余式定理与因式定理；
18. 一元高次方程的根、一元高次方程的根与系数的关系；
19. 排列与组合。

(二) 三角

1. 三角函数、同角三角函数的基本关系、诱导公式；
2. 两角和与差的三角函数；倍角与半角的三角函数；
3. 三角函数的积化和差与和差化积；三角函数的性质与图形；
4. 反三角函数。

(三) 行列式

1. 二阶行列式与三阶行列式及其性质；
2. 二元及三元线性方程组的克莱姆法则；
3. 三元齐次线性方程组及其解。

(四) 微积分初步

1. 等差数列、等比数列及其通项公式，前 n 项和公式；
2. 数列的极限及其四则运算；
3. 函数的极限及其四则运算；
4. 无穷小与无穷大；
5. 函数连续性的概念、初等函数的连续性；
6. 导数的概念和几何意义；
7. 求导公式和法则；
8. 高阶导数；

9. 微分的概念、公式与运算、微分在近似计算中的应用；
10. 函数的单调性及其判别法；
12. 函数的极值；
13. 函数的最大值与最小值及其应用；
14. 洛必达法则；
15. 曲线的凹向与拐点；
16. 函数作图；
17. 原函数与不定积分；
18. 换元积分法与分部积分法；
19. 有理函数的积分；
20. 微积分基本公式；
21. 定积分的计算方法；
22. 平面图形的面积.

目 录

普通高等学校少数民族预科《数学》教学大纲	(1)
四川省普通高校民族预科考试大纲	(6)
基础训练 1	(1)
基础训练 2	(6)
基础训练 3	(11)
基础训练 4	(15)
基础训练 5	(20)
基础训练 6	(25)
基础训练 7	(30)
综合训练 1	(35)
综合训练 2	(40)
综合训练 3	(44)
综合训练 4	(48)
综合训练 5	(53)
综合训练 6	(58)
综合训练 7	(63)
综合训练 8	(68)
综合训练 9	(73)
综合训练 10	(79)
综合训练 11	(84)
综合训练 12	(89)
仿真训练 1 (直升试题 2000 年)	(94)
仿真训练 2 (直升试题 2001 年)	(99)
仿真训练 3 (直升试题 2003 年)	(104)
仿真训练 4 (直升试题 2004 年)	(109)
仿真训练 5 (直升试题 2005 年专预)	(114)
仿真训练 6 (直升试题 2005 年本预)	(118)
仿真训练 7 (直升试题 2006 年本预)	(122)
仿真训练 8 (直升试题 2007 年本预)	(127)
仿真训练 9 (直升试题 2008 年本预)	(132)

仿真训练 10 (直升试题 2009 年专预)	(137)
仿真训练 11 (直升试题 2009 年本预)	(142)
仿真训练 12 (直升试题 2011 年本预)	(147)
仿真训练 13 (直升试题 2011 年专预)	(153)
训练题答案	(159)

基础训练 1

一、单项选择题 (本大题共 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 将唯一符合题目要求的一项代码填在题后的括号内.)

1. 集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 的不含元素 0 的非空子集个数是 ().

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 8

2. 当 $n \in \mathbf{N}$ 时, $(x-1)(2x-1)(3x-1) \cdots (nx-1)$ 的展开式中 x 的系数等于 ().

- A. $(-1)^n C_n^{n-1}$ B. C_n^{n-2} C. $(-1)^n C_{n+1}^2$ D. $(-1)^{n-1} C_{n+1}^2$

3. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1+\cos x) = \cos^2 x$, 则 $f(1+\cos x)$ 与 $f(1-\cos x)$ 的大小关系是 ().

- A. $f(1+\cos x) > f(1-\cos x)$ B. $f(1+\cos x) < f(1-\cos x)$

- C. $f(1+\cos x) = f(1-\cos x)$ D. 视 x 的取值而定

4. 若 $0 < a < \frac{1}{2}$, 则下列不等式总成立的是 ().

- A. $\log_a(1-a) > 1$

- B. $a^{1-a} > (1-a)^a$

- C. $\log_a(1-a) < \log_{(1-a)} a$

- D. $(1-a)^n < a^n \quad (n \in \mathbf{N})$

5. 若 $y = f(x^2)$ 的定义域是 $[-1, 2]$, 则 $y = f(x)$ 的定义域是 ().

- A. $[-1, 2]$

- B. $[0, 4]$

- C. $[1, \sqrt{2}]$

- D. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

6. 如果 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $f(x)$ 在 $[-a, -b]$ 上单调递增, 则 $f(x)$ 在 $[b, a]$ 上是 ().

- A. 单调递减

- B. 单调递增

- C. 单调性与奇偶性无关

- D. 不能确定其单调性

7. 若 $x^3 - 5x^2 + 10x - 7 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$, 则 a, b, c, d 的值分别为 ().

- A. $a=1, b=1, c=2, d=1$

- B. $a=1, b=-3, c=4, d=1$

- C. $a=1, b=-2, c=2, d=1$

- D. $a=1, b=0, c=2, d=1$

8. 由 0, 1, 2, 3, 4 组成的无重复数字的 4 位奇数中, 从小到大排列, 问 3021 是第几个? ().

- A. 20

- B. 19

- C. 18

- D. 17

9. 函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调递增区间是 () .

A. $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}\right]$

B. $\left[2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{2\pi}{3}\right]$

C. $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right]$

D. $\left[2k\pi - \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{\pi}{6}\right]$

10. 已知函数 $f(x) = \log_3(3^x - 2)$, $y = f^{-1}(x)$ 是它的反函数, 则 $f^{-1}(0)$ 的值等于 () .

A. 1

B. -1

C. 0

D. 不存在

11. 下列与函数 $y = x(x \in \mathbf{R})$ 是同一函数的是 () .

A. $y = \sin \arcsin x$

B. $y = \tan \arctan x$

C. $y = \arcsin \sin x$

D. $y = a^{\log_a x}$

12. 3 张卡片正反面分别写着 1 与 2, 3 与 4, 5 与 6, 将它们排列组成三位数, 问共能组成多少个不同的三位数? () .

A. 6

B. 48

C. 8

D. 64

13. 从 1 到 100 这 100 个自然数中, 每次取两个不等的数相减, 所得的差的全体记为集合 P , 则 P 中的元素个数是 () .

A. 100

B. 198

C. 197

D. C_{100}^2

14. $\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ 的取值范围是 () .

A. $\mathbf{R}$

B. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

C. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

15. 已知 $(3x + y)^n$ 的展开式的系数和与 $(3a - b)^8$ 的展开式的系数和相等, 则 n 的值是 () .

A. 4

B. 6

C. 8

D. 16

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中的横线上.)

1. 已知 $f(x)$ 是一个奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + \sin x - 1$, 则 $x < 0$ 时, $f(x) =$ _____.

2. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(2+x)$, 而 $f(x) = 0$ 有 4 个不同的根, 则这 4 根之和为_____.

3. (文科生做) 甲、乙、丙三人值日, 从星期一至星期六, 每人连续值日两天, 问值日

安排的方法有_____种?

(理科生做) 甲、乙、丙三人值日, 从星期一至星期五, 其中有一人值日一天, 其他两人每人连续值日两天, 问值日安排的方法有_____种?

4. 已知 $a = \log_{0.9} 1.1$, $b = \log_{1.1} 0.9$, $c = \log_{1.9} 2.1$, $d = \log_{2.1} 1.9$, 则 a, b, c, d 的大小关系是_____.

5. 若 $\tan(\alpha + \theta) = m$, $\tan(\alpha - \theta) = n$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____.

6. 已知复数 ω 满足 $\omega^5 = 1$, 且 $\omega \neq 1$, 则 $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 =$ _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.)

1. (10 分) 用数学归纳法证明: $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1)$ ($n \in \mathbf{N}$).

2. (每小题 6 分, 共 12 分) 解下列不等式和方程组.

(1) $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} > -3x + 4$.

(2)
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 3y - 5 = 0, \\ x^2 - y^2 + x - y = 0. \end{cases}$$