国家出版基金资助项目

现代数学中的著名定理纵横谈丛书

丛书主编　王梓坤

MENELAUS THEOREM

Menelaus定理

吴文俊　著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

国家出版基金项目

现代数学中的著名定理纵横谈丛书

丛书主编　王梓坤

MENELAUS THEOREM

Menelaus定理

吴文俊　著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容提要

本书从几何中的 Menelaus 定理谈起，介绍了力学在数学（比如几何）中的应用. 本书引用了中学生都熟悉的物体的重心和力的平衡这些力学概念，来举例说明如何应用它们来证明一些几何命题.

本书适合广大数学爱好者参考阅读.

图书在版编目(CIP)数据

Menelaus 定理/吴文俊著. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2016.1

（现代数学中的著名定理纵横谈丛书）

ISBN 978-7-5603-5511-5

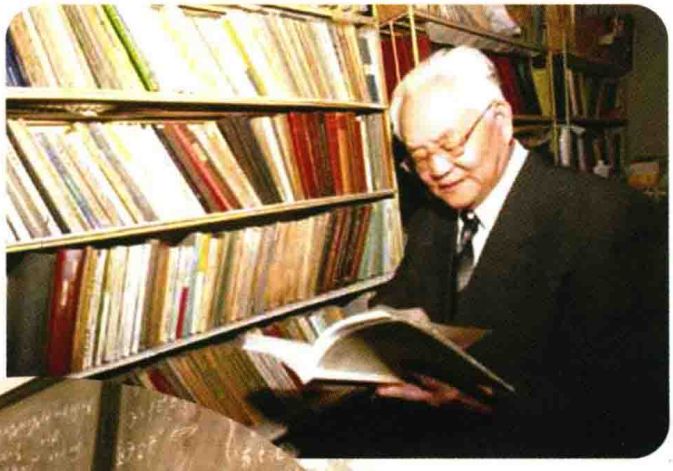
Ⅰ. ①M… Ⅱ. ①吴… Ⅲ. ①平面几何-定理（数学）-研究 Ⅳ. ①O123.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 166560 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 杜莹雪
封面设计 孙茜艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 牡丹江邮电印务有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 12.5 字数 130 千字
版 次 2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5511-5
定 价 78.00 元

（如因印装质量问题影响阅读，我社负责调换）

Menelaus 定理



Menelaus 定理

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

⊙代序

读书的乐趣.你最喜爱什么——书籍.

你经常去哪里——书店.

你最大的乐趣是什么——读书.

这是友人提出的问题和我的回答.真的,我这一辈子算是和书籍,特别是好书结下了不解之缘.有人说,读书要费那么大的劲,又发不了财,读它做什么?我却至今不悔,不仅不悔,反而情趣越来越浓.想当年,我也曾爱打球,也曾爱下棋,对操琴也有兴趣,还登台伴奏过.但后来却都一一断交,"终身不复鼓琴".那原因便是怕花费时间,玩物丧志,误了我的大事——求学.这当然过激了一些.剩下来唯有读书一事,自幼至今,无日少废,谓之书痴也可,谓之书橱也可,管它呢,人各有志,不可相强.我的一生大志,便是教书,而当教师,不多读书是不行的.

读好书是一种乐趣,一种情操;一种向全世界古往今来的伟人和名人求

教的方法，一种和他们展开讨论的方式；一封出席各种社会、体验各种生活、结识各种人物的邀请信；一张迈进科学宫殿和未知世界的入场券；一股改造自己、丰富自己的强大力量. 书籍是全人类有史以来共同创造的财富，是永不枯竭的智慧的源泉. 失意时读书，可以使人重整旗鼓；得意时读书，可以使人头脑清醒；疑难时读书，可以得到解答或启示；年轻人读书，可明奋进之道；年老人读书，能知健神之理. 浩浩乎！洋洋乎！如临大海，或波涛汹涌，或清风微拂，取之不尽，用之不竭. 吾于读书，无疑义矣，三日不读，则头脑麻木，心摇摇无主.

潜能需要激发

我和书籍结缘，开始于一次非常偶然的机会. 大概是八九岁吧，家里穷得揭不开锅，我每天从早到晚都要去田园里帮工. 一天，偶然从旧木柜阴湿的角落里，找到一本蜡光纸的小书，自然很破了. 屋内光线暗淡，又是黄昏时分，只好拿到大门外去看. 封面已经脱落，扉页上写的是《薛仁贵征东》. 管它呢，且往下看. 第一回的标题已忘记，只是那首开卷诗不知为什么至今仍记忆犹新：

日出遥遥一点红，飘飘四海影无踪.

三岁孩童千两价，保主跨海去征东.

第一句指山东，二、三两句分别点出薛仁贵（雪、人贵）. 那时识字很少，半看半猜，居然引起了我极大的兴趣，同时也教我认识了许多生字. 这是我有生以来独立看的第一本书. 尝到甜头以后，我便千方百计去找书，向小朋友借，到亲友家找，居然断断续续看了《薛丁山西征》《彭公案》《二度梅》等，樊梨花便成了我心中的女

英雄.我真入迷了.从此,放牛也罢,车水也罢,我总要带一本书,还练出了边走田间小路边读书的本领,读得津津有味,不知人间别有他事.

当我们安静下来回想往事时,往往会发现一些偶然的小事却影响了自己的一生.如果不是找到那本《薛仁贵征东》,我的好学心也许激发不起来.我这一生,也许会走另一条路.人的潜能,好比一座汽油库,星星之火,可以使它雷声隆隆、光照天地;但若少了这粒火星,它便会成为一潭死水,永归沉寂.

抄,总抄得起

好容易上了中学,做完功课还有点时间,便常光顾图书馆.好书借了实在舍不得还,但买不到也买不起,便下决心动手抄书.抄,总抄得起.我抄过林语堂写的《高级英文法》,抄过英文的《英文典大全》,还抄过《孙子兵法》,这本书实在爱得狠了,竟一口气抄了两份.人们虽知抄书之苦,未知抄书之益,抄完毫末俱见,一览无余,胜读十遍.

始于精于一,返于精于博

关于康有为的教学法,他的弟子梁启超说:"康先生之教,专标专精、涉猎二条,无专精则不能成,无涉猎则不能通也."可见康有为强烈要求学生把专精和广博(即"涉猎")相结合.

在先后次序上,我认为要从精于一开始.首先应集中精力学好专业,并在专业的科研中做出成绩,然后逐步扩大领域,力求多方面的精.年轻时,我曾精读杜布(J. L. Doob)的《随机过程论》,哈尔莫斯(P. R. Halmos)的《测度论》等世界数学名著,使我终生受益.简言之,即"始于精于一,返于精于博".正如中国革命一

样，必须先有一块根据地，站稳后再开创几块，最后连成一片.

丰富我文采，澡雪我精神

辛苦了一周，人相当疲劳了，每到星期六，我便到旧书店走走，这已成为生活中的一部分，多年如此. 一次，偶然看到一套《纲鉴易知录》，编者之一便是选编《古文观止》的吴楚材. 这部书提纲挈领地讲中国历史，上自盘古氏，直到明末，记事简明，文字古雅，又富于故事性，便把这部书从头到尾读了一遍. 从此启发了我读史书的兴趣.

我爱读中国的古典小说，例如《三国演义》和《东周列国志》. 我常对人说，这两部书简直是世界上政治阴谋诡计大全. 即以近年来极时髦的人质问题（伊朗人质、劫机人质等），这些书中早就有了，秦始皇的父亲便是受害者，堪称“人质之父”.

《庄子》超尘绝俗，不屑于名利. 其中“秋水”、“解牛”诸篇，诚绝唱也.《论语》束身严谨，勇于面世，“己所不欲，勿施于人”，有长者之风. 司马迁的《报任少卿书》，读之我心两伤，既伤少卿，又伤司马；我不知道少卿是否收到这封信，希望有人做点研究. 我也爱读鲁迅的杂文，果戈理、梅里美的小说. 我非常敬重文天祥、秋瑾的人品，常记他们的诗句：“人生自古谁无死，留取丹心照汗青”，“谁言女子非英物，夜夜龙泉壁上鸣”. 唐诗、宋词、《西厢记》、《牡丹亭》，丰富我文采，澡雪我精神，其中精粹，实是人间神品.

读了邓拓的《燕山夜话》，既叹服其广博，也使我动了写《科学发现纵横谈》的心. 不料这本小册子竟给我招来了上千封鼓励信. 以后人们便写出了许许多多的

“纵横谈”.

从学生时代起，我就喜读方法论方面的论著.我想，做什么事情都要讲究方法，追求效率、效果和效益，方法好能事半而功倍.我很留心一些著名科学家、文学家写的心得体会和经验.我曾惊讶为什么巴尔扎克在51年短短的一生中能写出上百本书，并从他的传记中去寻找答案.文史哲和科学的海洋无边无际，先哲们明智之光沐浴着人们的心灵，我衷心感谢他们的恩惠.

读书的另一面

以上我谈了读书的好处，现在要回过头来说说事情的另一面.

读书要选择.世上有各种各样的书：有的不值一看，有的只值看20分钟，有的可看5年，有的可保存一辈子，有的将永远不朽.即使是不朽的超级名著，由于我们的精力与时间有限，也必须加以选择.决不要看坏书，对一般书，要学会速读.

读书要多思想.应该想想，作者说得对吗？完全吗？适合今天的情况吗？从书本中迅速获得效果的好办法是有的放矢地读书，带着问题去读，或偏重某一方面去读.这时我们的思维处于主动寻找的地位，就像猎人追找猎物一样主动，很快就能找到答案，或者发现书中的问题.

有的书浏览即止，有的要读出声来，有的要心头记住，有的要笔头记录.对重要的专业书或名著，要勤做笔记，“不动笔墨不读书”.动脑加动手，手脑并用，既可加深理解，又可避忘备查，特别是自己的灵感，更要及时抓住.清代章学诚在《文史通义》中说：“札记之功必不可少，如不札记，则无穷妙绪如雨珠落大海矣.”许多

大事业、大作品，都是长期积累和短期突击相结合的产物. 涓涓不息，将成江河；无此涓涓，何来江河？

爱好读书是许多伟人的共同特性，不仅学者专家如此，一些大政治家大军事家也如此. 曹操、康熙、拿破仑、毛泽东都是手不释卷，嗜书如命的人. 他们的巨大成就与毕生刻苦自学密切相关.

王梓坤

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

前　言

数学、力学以及其他各学科，尽管它们研究的对象形形色色，使用的方法千变万化，但它们有一个共同的目的，即它们都是为了认识客观世界的规律性并用来改造客观世界而发生、发展和壮大起来的. 在这个共同的目的之下，数学和力学更是一对亲密的“战友”，它们互相支援和推动，彼此启发和帮助.

数学对于力学的作用是明显的. 由于数学研究的对象非常普遍，研究的范围也就极其广泛，不论是自然科学、工程技术、国民经济以至于日常生活都不能不和数学打交道；特别是力学，更要用到数学. 数学对力学家来说

几乎是“不可一日无此君”.

但是反过来,力学对数学的帮助也并不小.从小的方面来说,某些数学定理用力学方法来证明就很简单,某些数学问题从力学着眼来考虑就可能提供一些解决的办法;从大的方面来说,由力学出发,还可能提供新的数学思想、新的数学方法,从而产生新的数学分支.当然,这样的作用并不是力学所独有的.数学是一门基础科学,它是认识和改造客观世界的重要武器之一.它不仅经常对外来任务提供解决办法,而且还不断从外界吸收营养,来壮大自己的力量.这种外来的推动来自各个方面,但从历史的久远和影响的巨大来看,力学的作用特别显著.例如微积分的产生,力学就起了决定性的作用.16 世纪英国工业革命的结果,工业的迅速发展和技术革新都要求深入了解物体的运动规律,因而对力学提出了很多急待研究的问题;要解决这些问题,原来的数学工具已经不够用了,迫切需要一个新的数学工具.这就是微积分产生的原因.

力学对数学的应用甚至可以追溯到 2 000 年前,那时是罗马帝国称雄的时代,有一位著名的科学家阿基米德,他对于物体在液体中的浮沉原理的发现是众所周知的,在中学的物理教科书中就提到了它.他在数学上的主要贡献是一些几何图形的面积和体积的计算.这些在今天看来仍然不是轻而易举的,而在当时就更难得了.阿基米德从力学角度入手提供了新的方法.这些方法用比较近代的观点来看,属于积分的范围.阿基米德的主要著作之一就是《一些几何命题的力学证明》.

学过物理的中学生都熟悉物体的重心和力的平衡这些力学概念.本书引用了这些力学概念,举例说明它们如何用来证明一些几何命题.

本书内容只涉及中学课程里的一些物理和几何的知识,不涉及深奥的理论.

⊙目录

第 1 章　重心概念的应用…… 1
第 2 章　力系平衡概念的应用…… 9
附录 1　吴文俊传略 …… 27
附录 2　三角形几何的兴起、衰落和可能的东山再起:微型历史 …… 101
参考文献…… 118
编辑手记…… 119

重心概念的应用

第1章

一根棒，如果它的质量均匀分布，它的重心就在棒的中央；如果棒的质量不是均匀的，密度大小各处不同，它的重心就可能偏在某处，但是不管怎样，只要在重心那一点把棒支起，就可以让这根棒达到平衡(图 1). 同样，在一个平板的重心那一点将这平板支起，也能达到平衡(图 2). 最简单的情形，只有两个质点 M_1 和 M_2，它们的质量分别是 m_1 和 m_2，那么这两个质点的重心 M 就在 M_1 和 M_2 这两点的连线上(图 3). 它把线段 M_1M_2 分成下面的比例

$$d_1 : d_2 = m_2 : m_1$$

图 1

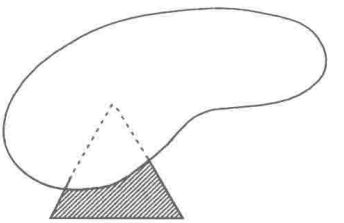


图 2

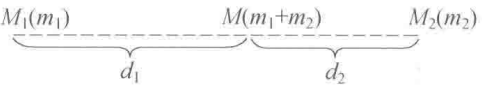


图 3

三角形有许多有趣的性质是大家熟悉的. 例如，三条中线交于一点(重心)，三条高线交于一点(垂心)，三条内角平分线交于一点(内心)，等等. 我们现在从力学的角度出发来证明三条中线交于一点.

设想有一个三角形板，质量均匀分布. 那么它的重心应该在什么地方呢？我们把这个三角形板分成许多沿底边平行的狭条(图 4). 当这些狭条分得很细时，它的重心就在它的中点. 所有这些狭条的重心就都在三角形板底边的中线上，因此整个三角形板的重心也就在这条中线上. 同样道理，这个三角形板的重心也在另外两条中线上. 可见三角形的三条中线相交于一点，即

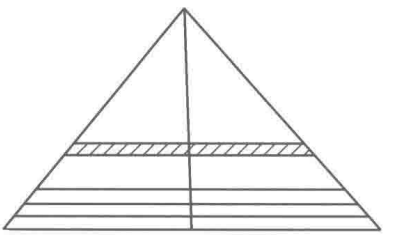


图 4

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com