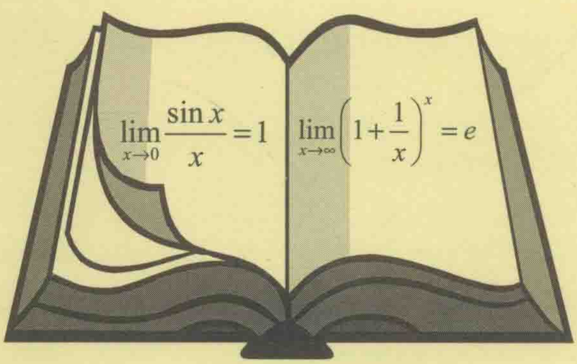
高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册（上册 A）

——配合同济七版高等数学

杨有龙　李菊娥　任春丽　编

3



班级____________ 学号____________ 姓名____________

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册（上册 A）

——配合同济七版高等数学

杨有龙　李菊娥　任春丽　编

西安电子科技大学出版社

内容简介

本练习册与同济大学数学系编写的第七版《高等数学》上册(高等教育出版社出版)相配套，共包括两部分内容：练习题和参考答案. 按时完成练习作业是理工科大学生巩固高等数学课堂学习效果的基本要求，所附参考答案可方便学生完成作业后及时检查.

为了方便教师和学生收交作业，本练习册分为A、B两册，即奇数周作业为A册，偶数周作业为B册.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册. 上册/杨有龙，李菊娥，任春丽编. —西安：西安电子科技大学出版社，2016.8

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5606-4172-0

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①杨… ②李… ③任… Ⅲ. ①高等数学—高等学校—习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第186281号

策　　划　刘小莉
责任编辑　王　瑛
出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)
电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　　编　710071
网　　址　www.xduph.com　　电子邮箱　xdupfxb001@163.com
经　　销　新华书店
印刷单位　陕西天意印务有限责任公司
版　　次　2016年8月第1版　2016年8月第1次印刷
开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印　张　10.75
字　　数　249千字
印　　数　1～6000册
定　　价　20.00元(含上册A、B两本)

ISBN 978-7-5606-4172-0/O

XDUP 4464001-1

＊＊＊如有印装问题可调换＊＊＊

目　录

第一部分　练　习　题

第二部分　参考答案

第一部分　练习题

第一章　函数与极限

第一节　映射与函数

一、填空题：

(1) 设函数 $f(x)=3x+5$，则 $f[f(x)-2]=$ ____________.

(2) 函数 $y=\sqrt{4-x^2}+3\arcsin\dfrac{x-1}{2}$的定义域为 ____________.

(3) 函数 $y=1+\ln(x+2)$的反函数为____________.

(4) 设 $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}$，$f[\varphi(x)]=1+x$，且 $\varphi(x)\geqslant 0$，则 $\varphi(x)=$ __________.

二、证明函数 $y=\dfrac{x}{x^2+1}$在$(-\infty,+\infty)$内是有界函数.

三、设 $f(x)$为定义在$(-l,l)$内的奇函数，若 $f(x)$在$(0,l)$内单调增加，证明 $f(x)$在$(-l,0)$内也单调增加.

四、判断函数 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$的奇偶性.

五、设 $f(x)$的定义域为$[0, 1]$，求下列函数的定义域：

(1) $f(e^x)+f\left(x+\dfrac{1}{3}\right)$；

(2) $f(\arcsin x)$.

六、(1) 设 $f(x)=\arccos(\ln x)$，求 $f\left(\dfrac{1}{e}\right)$、$f(1)$、$f(e)$；

(2) 设 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，求 $f[f(x)]$和 $f\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]$.

七、设 $f(x)=\begin{cases}2-x, & x<0,\\ x+2, & x\geqslant 0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ -x, & x>0,\end{cases}$ 求 $f[g(x)]$.

第二节　数列的极限

一、写出下列数列的前五项：

（1）$x_n=\frac{1}{3n}\sin n^2$；

（2）$x_{2n}=1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}$，$x_{2n-1}=\frac{(-1)^n}{n}$.

二、用极限的定义证明：

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1$；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-(-1)^n}{n^2+1}=0$.

三、用极限的定义证明：

(1) 若 $x_n \to a(n\to\infty)$，则对任一自然数 k，有 $x_{n+k} \to a(n\to\infty)$；

(2) 若 $x_n \to a(n\to\infty)$，则 $|x_n| \to |a|(n\to\infty)$，并举例说明反之未必成立；

(3) 若 $|x_n| \to 0(n\to\infty)$，则 $x_n \to 0(n\to\infty)$.

四、对于数列 $\{x_n\}$，若 $x_{2k-1} \to a(k\to\infty)$，$x_{2k} \to a(k\to\infty)$，证明：$x_n \to a(n\to\infty)$.

第三节　函数的极限

一、用极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{x\to 1}(3x+2)=5$；

(2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=4$；

(3) $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-6x+10)=2$.

二、研究下列函数在点 $x=0$ 处的左、右极限，并指出是否有极限：

(1) $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$；

(2) $f(x)=\begin{cases}1-x, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ 1+x^2, & x<0.\end{cases}$

三、用极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x+5}{x}=6$；

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=0$.

第八节　函数的连续性与间断点

一、当 $x=0$ 时下列函数 $f(x)$ 无定义，试定义 $f(0)$ 的值，使 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续.

(1) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$；

(2) $f(x)=\sin x\ \sin\dfrac{1}{x}$.

二、指出下列函数的间断点并判定其类型：

(1) $f(x)=\dfrac{1+x}{1+x^3}$；

(2) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$；

(3) $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x>0, \\ \ln(1+x), & -1<x\leqslant 0. \end{cases}$

三、设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+f(x)\sin 2x}-1}{e^{3x}-1}=2$，求 $f(0)$.

四、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义，且对任何 x_1、x_2 有

$$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2).$$

证明：若 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续.

第九、十节 连续函数的运算与初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

一、设 $f(x)=\begin{cases}2(x+1)\arctan\dfrac{1}{x}, & x>0,\\ a, & x=0,\\ \dfrac{x\sin bx}{\ln(1+x^2)}, & x<0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，求 a 和 b.

二、求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+a)-\ln a}{x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$；

(3) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

三、证明方程 $x^5-3x=1$ 至少有一个实根介于 1 和 2 之间.

四、设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2a]$ 上连续，$f(0)=f(2a)$，证明在区间 $[0, a]$ 上至少存在一点 x_0 使得 $f(x_0)=f(x_0+a)$.

习题课二

一、证明极限$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$ $(a>0)$.

二、利用函数极限与数列极限的关系(第三节定理4)，求出数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}n(\sqrt[n]{a}-1)(a>0)$.

三、设$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$是连续函数，求$a$、$b$的值.