



同济大学本科教材出版基金资助

数学实验 (上册)

同济大学数学系 陈雄达 关晓飞 殷俊锋 张华隆 编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS



同济大学本科教材出版基金资助

数学实验 (上册)

同济大学数学系 陈雄达 关晓飞 殷俊锋 张华隆 编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书是数学实验教材基础篇,全书内容包括 18 个实验,主要介绍 MATLAB 软件入门以及高等数学、线性代数、概率论、离散数学、数据结构等课程的部分基础内容.各实验相对独立,并配备一定的基础实验题和开放题.通过本课程的学习,学生能够学会 MATLAB 的基本概念与编程方法,加深对相关数学概念与方法的理解决,初步学会综合使用 MATLAB 解决一些实验问题.

本书可以作为大学理工科低年级学生的数学实验教材,也可以作为一般技术管理人员的 MATLAB 入门书籍.

图书在版编目(CIP)数据

数学实验(上册)/同济大学数学系编. — 上海:同济大学出版社,2016.8

ISBN 978-7-5608-6434-1

I. ①数… II. ①同… III. ①高等数学—实验—高等学校—教材 IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 153739 号

数学实验(上册)

同济大学数学系 陈雄达 关晓飞 殷俊锋 张华隆 编
责任编辑 张 莉 武 钢 责任校对 徐春莲 封面设计 陈益平

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 同济大学印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 12
字 数 240 000
版 次 2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-6434-1

定 价 26.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

前 言

20 世纪 90 年代以来,数学建模和数学实验课程的创建、完善是大学数学教育的一个重要创新.得益于计算机技术的发展,MATLAB, MAPLE 和 MATHEMATICA 软件出现,并广泛地应用于数学实践,数学实验和数学建模课程蓬勃发展起来.

实践证明,数学实验课程可以让学生变被动学习为主动学习,积极探索高等数学、线性代数和概率论中的一些课题,学会利用数学软件来辅助理解抽象的数学概念,尝试把这些数学概念和方法初步应用于解决实际问题,从而激发学生自主学习的热情,最终提高学生的数学综合能力和数学素养.

本书采用 MATLAB 6.2 和 6.5 版本为标准,数学实验上册为基础篇,主要介绍 MATLAB 软件入门以及高等数学、线性代数、概率论、离散数学、数据结构等课程的部分基础内容.教材内容安排使各个实验相对独立,每个实验都配备了一定的基础实验题和开放题目,学生可以选择适合自己程度的题目进行实践,从而加深对相应数学理论的理解.上册基础篇安排有 18 个实验,教师数学时可以有针对性地选择,每个实验的内容都略多于 2 个课时,可以安排学生课后继续完成.

通过本书的学习,学生可以深入理解高等数学、线性代数、概率论等课程的一些基本概念,对算法也会有一定的了解;学会使用 MATLAB 软件,也可以培养学生自己运用数学概念、算法和编程等方面的能力,并着手解决一些相对简单的实际问题.

参加本书编写的有陈雄达、关晓飞、殷俊锋和张华隆.第 1—4 章由张华隆编写,第 5—9 章由殷俊锋编写,第 10—14 章由关晓飞编写,第 15—18 章由陈雄达编写,全书由陈雄达统校.

由于作者学识所限,本书难免有错误或者不当之处,欢迎大家提出宝贵意见.

作 者

2016 年 6 月于同济园

目 录

前言

第 1 章 初识 MATLAB	1
1.1 实验导读	1
1.2 实验目的	1
1.3 实验内容	1
1.4 练习题	5
第 2 章 矩阵的建立	6
2.1 实验导读	6
2.2 实验目的	6
2.3 实验内容	6
2.4 练习题	14
第 3 章 符号运算	16
3.1 实验导读	16
3.2 实验目的	16
3.3 实验内容	16
3.4 练习题	22
第 4 章 极限与导数实验	23
4.1 实验导读	23
4.2 实验目的	24
4.3 实验内容	24
4.3.1 极限运算	24
4.3.2 求导运算	27
4.3.3 级数展开和级数求和	28

4.4 练习题	30
第5章 程序编制	32
5.1 实验导读	32
5.2 实验目的	32
5.3 实验内容	32
5.3.1 关系运算和逻辑运算	32
5.3.2 程序控制语句	34
5.3.3 脚本文件和函数文件	40
5.4 练习题	42
第6章 算法入门	44
6.1 实验导读	44
6.2 实验目的	44
6.3 实验内容	44
6.3.1 简单程序编写	44
6.3.2 嵌套结构	45
6.4 练习题	53
第7章 巧用随机数	55
7.1 实验导读	55
7.2 实验目的	55
7.3 实验内容	55
7.3.1 随机数的生成原理	55
7.3.2 MATLAB 中的随机数发生器	57
7.3.3 随机数的应用	59
7.4 练习题	64
第8章 集合和向量的基本运算	65
8.1 实验导读	65
8.2 实验目的	65
8.3 实验内容	65
8.3.1 两个集合间的运算	65
8.3.2 向量间的运算	67

8.3.3 解析几何简单应用	69
8.4 练习题	70
第9章 图形的绘制	72
9.1 实验导读	72
9.2 实验目的	72
9.3 实验内容	72
9.3.1 二维图形绘制	72
9.3.2 三维图形绘制	82
9.4 练习题	87
第10章 线性方程组实验	89
10.1 实验导读	89
10.2 实验目的	89
10.3 实验内容	89
10.3.1 线性方程组的求解	89
10.3.2 线性方程组实验	93
10.4 练习题	96
第11章 多项式和非线性方程	97
11.1 实验导读	97
11.2 实验目的	97
11.3 实验内容	97
11.3.1 多项式的表示和计算	97
11.3.2 代数方程的求解	100
11.3.3 多项式应用	103
11.4 练习题	105
第12章 积分和数值积分实验	106
12.1 实验导读	106
12.2 实验目的	106
12.3 实验内容	107
12.3.1 不定积分和定积分的精确计算	107
12.3.2 不定积分和定积分的近似计算	107

12.3.3	一元微积分问题	109
12.3.4	梯形公式计算积分的演示	111
12.4	练习题	112
第 13 章	Monte Carlo 模拟	114
13.1	实验导读	114
13.2	实验目的	114
13.3	实验内容	114
13.3.1	Monte Carlo 方法计算积分	114
13.3.2	Monte Carlo 方法求解简单优化问题	118
13.3.3	Monte Carlo 模拟排队现象	121
13.4	练习题	122
第 14 章	数的赛跑	124
14.1	实验导读	124
14.2	实验目的	125
14.3	实验内容	125
14.3.1	连分式	125
14.3.2	级数	128
14.4	练习题	132
第 15 章	排序算法	133
15.1	实验导读	133
15.2	实验目的	133
15.3	实验内容	134
15.3.1	选择排序	134
15.3.2	快速排序	135
15.3.3	希尔排序	137
15.3.4	基数排序	139
15.3.5	排序的应用	141
15.4	练习题	144
第 16 章	不定方程拾趣	146
16.1	实验导读	146

16.2	实验目的	146
16.3	实验内容	146
16.3.1	百鸡问题	146
16.3.2	孙子剩余定理	148
16.3.3	埃及分数及不定方程	150
16.3.4	奇怪的三角形	151
16.4	练习题	153
第 17 章	图与网络规划	154
17.1	实验导读	154
17.2	实验目的	154
17.3	实验内容	154
17.3.1	图的基本概念	154
17.3.2	图的矩阵描述	157
17.3.3	最短路径	158
17.3.4	最小生成树	162
17.4	练习题	164
第 18 章	数据的基本统计分析	166
18.1	实验导读	166
18.2	实验目的	166
18.3	实验内容	166
18.3.1	常用分布及概率问题求解	166
18.3.2	统计量分析	168
18.3.3	大样本数据的处理	170
18.3.4	直方图与概率值检验函数	172
18.4	练习题	174
索引		175
参考文献		180

第 1 章 初识 MATLAB

1.1 实验导读

MATLAB 是一款集高性能计算及计算可视化于一身的优秀的计算软件, 由 Mathworks 公司研发, 至今已经发行多个版本, 在高等教育、工业研发等方面都有重要的应用. MATLAB 软件的名称起源于 Matrix Laboratory, 意思是矩阵实验室, 有优秀的矩阵数据处理功能.

1.2 实验目的

1. 熟悉 MATLAB 软件的启动和退出;
2. 熟悉 MATLAB 软件的各种窗口和菜单;
3. 熟悉 MATLAB 环境的辅助命令;
4. 熟悉 MATLAB 基本语法和脚本文件.

1.3 实验内容

1. 启动与退出

双击桌面的 MATLAB 图标, 启动 MATLAB 软件. MATLAB 各种版本的软件界面有所不同, 但都包含基本的命令窗口和历史命令窗口.

命令窗口的提示符通常为 `>>`, 在其后输入命令可以直接得到结果. 例如

实验 1.1: 比较密率、约率和圆周率

在命令窗口分别输入 $\frac{355}{113}$, $\frac{22}{7}$ 和 `pi`, 回车后分别得到:

```
>> 355/113
```

```
ans=
```

```
3.1416
```

```
>> 22/7
```

```
ans=
    3.1429
>> pi
ans=
    3.1416
```

在 MATLAB 命令窗口和历史命令窗口,可以同时看到,MATLAB 对运算指令都有相应的记录。

MATLAB 窗口界面中的第一行为菜单行,第二行为工具栏,菜单和工具栏的功能类似于 Word 软件. 工具栏下面是三个最常用窗口: 右边最大的是命令窗口(Command Window), 左上方前台为工作空间(Workplace), 后台为当前目录(Current Directory), 左下方为历史命令(Command History), 左下角还有一个开始(Start)按钮, 用于快速启动演示(Demonstrator), 帮助(Help) 和桌面工具等。

退出整个 MATLAB 可以按窗口右上方的叉号, 也可以在命令行中直接输入 exit, 而后键入回车。

2. 变量与常量、辅助命令

上面例子中的 pi 是 MATLAB 系统中的内部变量, 即不需要输入就存在的变量, 这种变量 MATLAB 中还有 i, j, inf 等, 它们分别表示虚根(前两个)和无穷大. 当然, 可以输入自己的变量, 例如

实验 1.2: 更高精度的 π 的近似值

在命令窗口分别做输入:

```
>> format long
>> x= 104348/33215 % a high-precision pi
x=
    3.141592653921421
>> pi
ans=
    3.141592653589793
```

这里, 百分号%之后的命令或文本都会被 MATLAB 跳过, 可以在此写若干注释. x 是新建的变量, 为了显示它的更多位数的小数, 使用 format 命令. 该命令可以显示一个内部数值的 4 位小数、16 位小数或者分数格式, 也可以有其他的形式. format long 后部的 long 表示长格式, 即 16 位小数格式, 这也是 MATLAB 运算的内部格式. 单写 format 或者 format short 使用短格式, 即 4 位小数的格式, 但 MATLAB 内部还是用 16 位小数计算的. format rat 则是使用分数格式。

实际上, ans 也是 MATLAB 的内部变量(答案: answer), 只不过它的值飘忽不定: 最近一次写了什么表达式而不给任何变量赋值, 这个值就给了 ans。

虽然不建议这么做, 但可以在命令行中使用 $\text{pi}=2+3$, 这样系统中的内置的圆周率 π 的值就变成了 5, 以后就没有内置的圆周率的值可以用了。可以用命令 `clear pi` 清除变量 `pi` 的值, 它的值就恢复成了内置的值。要是 `clear x`, 那么 x 就没有值了。清除所有变量可以直接写 `clear` 而不带任何参数。

MATLAB 中有一个内置的变量为 `nan` 或者 `NaN`, 称为不定数 (Not a Number)。所有不确定的计算结果都会产生 `nan`, 例如, `inf-inf`, 又如, `nan+3` 或者 `1^inf`。

可以定义很多个变量, MATLAB 中变量定义具有如下规则: 变量名的第一个字符必须是英文字母, 最多包含 31 个字符(包括英文字母、数字和下划线), 变量中不得包含空格和标点符号, 不得含有加减号等其他字符。变量名字母区分大小写, 即 `matrix` 和 `Matrix` 表示两个不同的变量, `aa`, `aA`, `AA` 都是不同的变量。定义新变量要记得防止它与系统的内部变量名(如 `i`, `j`, `pi` 等)以及函数名(如 `clear`, `format` 等), 保留字(如 `for`, `if`, `while` 等)冲突。

如果一条命令太长, 可以在行末用三个点换行, 表明下一行是上一行的续行:

实验 1.3: 简单和复杂的运算

在命令窗口分别做输入:

```
>> xx= 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9+ 10+ 11+ 12+ 13+ 14+ 15+ 16+ 17+ 18+ ...  
+ 19+ 20+ 21+ 22+ 23+ 24+ 25+ 26+ 27+ 28+ 29+ 30+ 31+ 32+ 33+ 34+ 35+ 36  
xx=  
    666  
>> y= 1:36;  
>> sum(y)  
ans=  
    666
```

计算 `xx` 的命令很长, 第一行的行末有三个点, 表示续行。 `y` 是一个具有 36 个分量的向量, 第 i 个分量等于 i , 最后的分号表示不显示计算 `y` 的结果(`y` 当然计算, 只是不显示结果)。 `a:b` 可以产生从 a 到 b 间距为 1 的向量。 `sum` 是 MATLAB 内部的命令, 用来计算一个向量的各分量的和。 可以看到, `xx` 和 `sum(y)` 是一回事, 只是后者的写法简单多了。

查找以前写过的命令, 可以写一部分(甚至不写), 多次按上光标键, 系统会依次显示以前输入过的命令, 你可以重新编辑然后运行。 例如, 键入 `x`, 按上

光标键,直至显示 $xx=\dots$ 的这一行,把最后的三个点及加号去掉,键入回车,可以求 1 到 18 的和.

可以用 who 或者 whos 查看目前的变量,也可以用 which sum 或者 help sum 查看系统命令 sum 的所在或者基本功能.

事实上,help 是 MATLAB 最有用的命令:单独输入 help 可以查看 MATLAB 的所有工具箱的名字;输入 help datafun 或者其他工具箱的名字可以查看该工具箱的所有函数,可以看到 sum 函数在该工具箱中;输入 help sum 可以查看 sum 的基本功能.因此,help 是一个多级命令查询系统.该命令的一个替代版本是 doc,在某些场合后者的解释可能更详尽.

3. 脚本文件

MATLAB 可以不必每次都把命令直接写在命令窗口中运行,而是可以先准备好,直接运行文件名即可,这种文件称之为脚本(Script). MATLAB 的脚本文件以 .m 结束,前部的命名方法与变量相同,例如, a.m, check.m 或者 test1.m 都是合法的脚本文件名,运行时,只需要输入不带 .m 的名字即可.例如,

实验 1.4: 计算球的体积、圆的面积

在命令窗口输入 edit, 在打开的文件中输入

```
r= input('enter a radius: ');  
V= 4/3* pi* r^3, S= pi* r^2  
把文件保存为 f1.m, 在命令行上运行 f1,  
>> f1  
enter a radius: 3  
V=  
    113.0973  
S=  
    28.2743
```

直接在命令行输入 edit f1.m 或者点击按钮中的空白文件按钮,都可以建立新的文件.

input 执行在有提示的情况下输入值给指定的变量.注意:在 MATLAB 中,几个表达式可以写在一行,用分号或者逗号分隔.用分号使该表达式运算结果不显示,用逗号则显示结果.记住, MATLAB 系统只接受英文的标点符号!

MATLAB 的四则运算和乘方分别以“+ - * /”表示,并且提供一些初等函数可供使用,如三角函数 sin, cos, tan, cot 等(分别代表正弦、余弦、正切、余

切), sqrt 代表开根号, 可以在 help elfun 中查看到更多.

若需要在脚本文件中显示一个变量, 除了直接书写该变量而不带分号, 也可以使用 disp. 例如, disp(V) 显示变量 V 的值. 该命令一次只能显示一个变量的值.

1.4 练习题

1. 输入 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ 的值, 计算表达式的结果:

$$y = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \times \sqrt{\frac{1 - 2.62 \left[1 - 0.36 \left(\frac{x_4}{x_2} \right)^{-0.56} \right]^{3/2} \left(\frac{x_4}{x_2} \right)^{1.16}}{x_6 x_7}}.$$

2. 启动 MATLAB, 熟悉 MATLAB 桌面, 包括命令窗口, 工作空间, 当前目录和历史命令窗口.
3. 熟悉 help 命令, 对自己不熟悉的命令进行帮助信息查询. 学会使用 lookfor.
4. 学会命令 sum 和 prod, 写一个脚本, 输入 n , 输出从 1 到 n 的所有数的和及所有数的积.
5. 命令 linspace 的功能是什么? 产生从 0 到 2π 每隔 45° 的值, 并把它存放在一个变量 z 中.
6. 学会使用命令 mod, rem, round, fix, ceil 和 floor.
7. 建立一个脚本, 输入一个数, 把该数四舍五入到小数点后 2 位 (提示: format short g, round).

第2章 矩阵的建立

2.1 实验导读

矩阵是一个非常有用的数学工具。MATLAB 中最基本的数据就是矩阵，向量、数在 MATLAB 中都看成 $1 \times n$ ($m \times 1$) 或者 1×1 的矩阵，字符串也看成是字符连成的矩阵。

2.2 实验目的

1. 熟悉 MATLAB 软件中的向量生成及点运算；
2. 熟悉 MATLAB 软件中关于矩阵创建、运算以及矩阵操作的各种命令；
3. 熟悉 MATLAB 软件中关于字符串的相关操作。

2.3 实验内容

1. 冒号及点运算

命令 $a:s:b$ 产生从 a 开始，不超过 b 且间距为 s 的向量，例如

实验 2.1：产生有规律的向量

在命令窗口分别做如下输入：

```
>> x= 1:2:10
```

```
x=
```

```
1 3 5 7 9
```

```
>> y= 2:2:10
```

```
y=
```

```
2 4 6 8 10
```

```
>> z= 10:- 2:1
```

```
z=
```

```
10 8 6 4 2
```

由前面的介绍，若 s 不输入，则其值为 1，通常这种值称为缺省值。但记得

`s = 10 : -1 : 1` 中的 `-1` 不能省略。若忘记写了, 你会得到一个空向量(空矩阵)。

MATLAB 中可以用方括号产生向量或者矩阵, 例如

实验 2.2: 矩阵的简单运算

在命令窗口分别做如下输入:

```
>> A= [1 2 3
       4 5 6
       7 8 9]
```

A=

```
1 2 3
4 5 6
7 8 9
```

```
>> B= [1 1 1; 2 2 2; 3 3 3]
```

B=

```
1 1 1
2 2 2
3 3 3
```

矩阵以方括号括起, 行与行之间可以用回车或者分号隔开, 每行元素之间用空格隔开。MATLAB 提供了一些矩阵的直接运算, 例如

```
>> A* B
```

ans=

```
14 14 14
32 32 32
50 50 50
```

```
>> A+ B
```

ans=

```
2 3 4
6 7 8
10 11 12
```

MATLAB 同时内置了一种称为点运算, 或者分量运算的计算方式, 它把矩阵或者向量按照对应的分量进行计算。例如

实验 2.3: 向量的点运算

在命令窗口分别做如下输入(其中 `x`, `y` 是前面输入的向量):

```
>> z1= x.* y
```

z1=

```

2 12 30 56 90
>> z2= x./y
z2=
    0.5000    0.7500    0.8333    0.8750    0.9000
>> z3= x.^y
z3=
    1.0e+ 09*
    0.0000    0.0000    0.0000    0.0058    3.4868

```

其中, $z3$ 结果中 $1.0e+09$ 表示 1.0×10^9 , 是 MATLAB 显示大数字的科学记数法; 该结果的每个数值都具有因子 1.0×10^9 .

可以在命令行上尝试 $A.*B$, 看看它和 $A*B$ 有什么不同.

点运算的另外一种情形是数和向量(矩阵)进行运算, 这时候数会与后者的每个分量进行计算:

实验 2.4: 另一种点运算

在命令窗口分别做如下输入(其中 x 是前面输入的向量):

```

>> 2./x
ans=
    2.0000    0.6667    0.4000    0.2857    0.2222
>> 2.^x
ans=
     2     8    32   128   512
>> x.^2
ans=
     1     9    25    49    81

```

注意, 一些简单的运算是需要点的, 如 $x+y$, $2*x$ 以及 $2+x$. 其中 $2+x$ 表示向量 x 的每个分量加上 2.

2. 矩阵的建立

MATLAB 中除了直接用方括号输入元素建立矩阵外, 还有非常多的建立其他各种矩阵的方式:

实验 2.5: 常用的建立矩阵的方式

在命令窗口分别输入:

```

>> A= magic(3)
A=
     8     1     6

```