

经济新探索
NEW ECONOMIC KNOWLEDGE

【美】拉尔斯·彼得·汉森
(Lars Peter Hansen)

著 汪川 译

【美】托马斯·萨金特
(Thomas J. Sargent)

经济世界的 不确定性

与诺贝尔经济学奖得主一道
探寻经济金融中的
不确定性。

本译著荣获国家自然科学基金青年项目资助

**UNCERTAINTY
WITHIN ECONOMIC
MODELS**



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>



经济世界的 不确定性

UNCERTAINTY WITHIN
ECONOMIC MODELS

[美] 拉尔斯·彼得·汉森 (Lars Peter Hansen)

[美] 托马斯·萨金特 (Thomas J. Sargent)

著

汪川 译

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 • BEIJING

Copyright © 2015 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. All rights reserved. This book, or parts thereof, may not be reproduced in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system now known or to be invented, without written permission from the Publisher.

Chinese translation arranged with World Scientific Publishing Co. Pte Ltd., Singapore.

本书中文简体字版授予电子工业出版社独家出版发行。未经书面许可，不得以任何方式抄袭、复制或节录本书中的任何内容。

版权贸易合同登记号 图字：01 - 2016 - 5562

图书在版编目 (CIP) 数据

经济世界的不确定性 / (美) 拉尔斯·彼得·汉森 (Lars Peter Hansen), (美) 托马斯·萨金特 (Thomas J. Sargent) 著; 汪川译. —北京: 电子工业出版社, 2017. 1

书名原文: Uncertainty within Economic Models

ISBN 978-7-121-30552-8

I. ①经… II. ①拉… ②托… ③汪… III. ①宏观经济学 - 研究 IV. ①F015

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 290021 号

策划编辑: 郭景瑶 (guojingyao@phei.com.cn) 张 昭 (zhangzhao@phei.com.cn)

责任编辑: 雷洪勤

印 刷: 三河市鑫金马印装有限公司

装 订: 三河市鑫金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 720 × 1000 1/16 印张: 25.75 字数: 494 千字

版 次: 2017 年 1 月第 1 版

印 次: 2017 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 78.00 元



凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: (010)88254210, influence@phei.com.cn, 微信号: yingxianglibook。

目 录

第 1 章 概论	1
1.1 有关模型不确定性的问题	1
1.2 有关模型不确定性的十篇论文	7
第 2 章 线性指数二次高斯贴现控制	19
2.1 成本公式	19
2.2 成本递归函数和综合函数	20
2.3 无限期下的成本	22
2.4 时不变的线性控制过程	23
2.5 对于无限期贴现问题的求解	25
2.6 结束语	27
第 3 章 稳健的持久收入和定价	29
3.1 引言	29
3.2 递归风险敏感性控制	31
3.3 稳健持久收入理论	37
3.4 估计	44
3.5 资产定价	50
3.6 从市场风险价格中量化稳健性	55
3.7 跨期平均风险权衡	62
3.8 结束语	66
附录	68
第 4 章 模型设定、稳健性、风险价格和模型检测的四个半群	73
4.1 导论	73
4.2 概述	77
4.3 数学预备知识	80
4.4 对四个半群的研究	85
4.5 模型误设及稳健性控制	87

4.6 投资组合分配	94
4.7 风险要求权定价	98
4.8 统计性判别	104
4.9 熵与不确定性市场价格	113
4.10 结束语	122
附录	124
第5章 稳健控制和模型不确定性	126
5.1 引言	126
5.2 基准资源分配问题	127
5.3 模型误设	127
5.4 双稳健控制问题	128
5.5 乘积公式的递归性	130
5.6 两个偏好排序	131
5.7 偏好次序的递归性	132
5.8 结束语	134
第6章 稳健控制和模型误设	135
6.1 引言	135
6.2 概述	138
6.3 三个普通控制问题	144
6.4 对于模型误设的担忧	148
6.5 概率测度集合上的双稳健控制问题	149
6.6 固定概率空间上的博弈	157
6.7 序贯时间规则下的惩罚性问题	162
6.8 序贯时间规则下的约束设定	166
6.9 递归多元先验分布	172
6.10 结束语	176
附录	177
第7章 置疑或波动性	190
7.1 概述	190
7.2 股票溢价和无风险利率之谜	192
7.3 选择设定	194
7.4 类型1主体: Kreps - Porteus - Epstein - Zin - Tallarini	197

7.5	高风险厌恶的类型 1 主体经济	199
7.6	重新阐释	200
7.7	重新阐释 Tallarini	209
7.8	消除不确定性的福利收益	213
7.9	贝叶斯方法和学习	221
7.10	结束语	223
	附录	223
第 8 章	稳健性估计和无承诺控制	226
8.1	概述	226
8.2	无模型不确定性的控制问题	229
8.3	使用鞅表示模型误设	233
8.4	两类算子	234
8.5	模型不确定性的控制问题	237
8.6	$\theta_1 = \theta_2$ 的例子	242
8.7	信号扭曲隐含的最坏情形模型	250
8.8	递归的多元先验概率模型	251
8.9	风险敏感和复合型彩票	252
8.10	其他的例子	254
8.11	结束语	256
第 9 章	脆弱的信念和不确定性价格	258
9.1	概述	258
9.2	随机贴现和风险	260
9.3	三种信息结构	265
9.4	风险价格	267
9.5	完全信息下的学习	268
9.6	稳健性担忧的价格效应	270
9.7	机制说明	277
9.8	结束语	287
	附录	289
第 10 章	信念、怀疑和学习：评估宏观经济风险	291
10.1	概述	291
10.2	理性预期和计量经济学家	293
10.3	统计精度	297
10.4	风险价格和统计模糊	301

10.5	统计挑战	305
10.6	学习	308
10.7	信念与偏好	316
10.8	学习和不确定性溢价	320
10.9	扩展	329
10.10	结束语	330
第 11 章	模糊的三种类型	331
11.1	说明性模型	335
11.2	无稳健性模型	336
11.3	概率扭曲表示	342
11.4	模糊的第一种类型	344
11.5	无稳健性的异质性信念	350
11.6	第二种模糊类型	356
11.7	模糊的第三种类型	357
11.8	比较	360
11.9	数值例子	366
11.10	结束语	370
附录		371
参考文献		377

第1章 概 论

► 1.1 有关模型不确定性的问题

以下问题促使我们写作此书。

什么是模型的不确定性？

对于宏观经济学而言，模型是一个随机过程，也就是说，模型是基于参数向量的随机变量序列的概率分布。对于我们来说，模型的不确定性意味着对一个模型是否正确疑虑。

为什么要在意模型的不确定性？

这是因为

- 在统计意义上，在不同大小的宏观数据集样本中区分不同的模型是很困难的。
- Ellsberg (1961) 的结果动摇了 Savage (1954) 中“无模型可疑”这一公理的可信性。

作为宏观经济学家，我们将强调第一个原因。应用计量经济学家经常在进行模型拟合的过程中会对所建模型的有效性与良好拟合模型的有效性出现几乎同等程度的质疑。第二个质疑启发了决策理论，该理论为本书应用的模型提供了公理化基础。^①

^① 见 Gilboa, Schmeidler (1989) 和 Maccheroni 等, (2006 年 a, b) 所示。

如何解释模型的不确定性呢？

作为一组模型的决策者，其不能也不愿意复合彩票的方式使用贝叶斯先验概率分布将众多模型减少到一个。

该如何控制模型的不确定性呢？

我们对所有决策者的值函数进行了限制。最小 - 最大期望效用是我们对值函数进行限制的主要工具。我们分析了双人零和博弈，在这一博弈中，最小化个体从一组模型中选择一个概率分布，从而帮助最大化个体计算值函数的界限。此过程充分显示了基准概率模型扰动下策略函数的脆弱性。

谁面临着模型的不确定性？

作为建模者的我们面临这一问题。模型所包含的代表性经济人和政府决策者同样面临这一问题。

如何衡量模型不确定性的尺寸？

对一组统计模型，通过相对熵测量不确定性的尺寸。相对熵是一个对数似然比的期望。为了教学简单起见，考虑一下不确定性下的静态分析。事实上，我们所感兴趣的是动态的扩展，但基本要素都存在于这个简单版本的模型中。设 $f(X)$ 为随机变量 X 在一个基准模型下的概率密度。考虑该随机向量的替代密度函数 $\hat{f}(X)$ 进而形成似然比：

$$m(X) = \frac{\hat{f}(X)}{f(X)}$$

假设密度 $\hat{f}$ 的支撑包含在密度 f 的支撑下，似然比 $m(X)$ 在基准 f 密度下等于 1：

$$\int m(x)f(x)dx = \int \hat{f}(x)dx = 1$$

由于构成不同， $f(X)$ 乘以 $m(X)$ 产生了一个扰动概率密度函数 $\hat{f}(x) =$

$m(x)f(x)$, 因此 $f(x)$ 的积分函数等于 1。为简便起见, 由于 $m(X)$ 的期望是 1, 用正值函数 m 表示扰动密度。虽然我们的假设是基于勒贝格测度, 但这在下文的分析中并不必要。我们采用了传统的方法, 即用积分函数计算期望 (在不受其他条件的影响下)。

相对熵的定义为

$$E[m(X) \log m(X)] = \int m(x) \log m(x) f(x) dx \geq 0$$

在 $\hat{f}(x) = f(x)$ 时, 相对熵值等于零, 因此 $m(x) = 1$ 。相对熵表明在有限样本量 x 下, 区分 $f(x)$ 和 $\hat{f}(x)$ 是很困难的。随着样本量的增加, 更是如此。对数似然比被用来构造不同但相关的数值, 旨在衡量概率分布之间的差异。在 Chernoff (1952) 情况下, 我们将讨论并使用这些方法。但是在我们分析的大多数情况中, 相对熵是最容易处理的。

关于熵有一则趣闻: 熵的发明者 Shannon 向冯·诺依曼咨询如何命名该统计量。据说冯·诺伊曼的回答是: “将其命名为熵, 这一名词早就被使用了, 除此之外, 你和别人辩论时会有一个很大的优势, 就是没有人知道什么是熵。” 这则趣闻的真实性虽然值得怀疑, 但对这个故事真实性的怀疑显然提升了本书对模型不确定性分析的价值。

我们如何建立一组模型?

在我们最简单的设定中, 假设决策者具有一个明确设定的统计模型 $f(x)$, 即常说的“近似模式”或“基准模型”。我们将其称为一个近似的模型, 因为虽然它是决策者所拥有的唯一设定明确的模型, 但决策者并不认为这个模型为真。为了展现决策者对其近似模型的疑虑, 我们用大小为 η 的熵球中所有的模型来检测该近似模型。决策者所关注的是, 这组模型中的某个实际数据集。

我们没有用任何具体函数形式来指定具体的替代模型, 只是用相对熵小于 η 的似然比来模糊地描绘它们。在本书里所描述的动态模型的应用中, 这种模糊性所带来了复杂的非线性和历史的依赖性问题。其中, 非线性、历史相关性, 以及在参数空间的错误降维是决策者所关心的问题。

纵观本文中的分析, 我们使用惩罚参数来描述相对熵, 以计算使用

更大模型集来提高评估效果时所带来的成本。拉格朗日乘数定理的原理表明，基于惩罚的“乘子”和有相关约束条件的公式之间有非常紧密的联系。该惩罚公式无论在定性和定量的角度来看具有一定的优势，但我们往往使用相关的约束条件公式以定量评估什么程度的惩罚是可行的。当我们在第 8、9、10 章建立拓展模型时，我们将明确使用多个基准模型，这便于决策者分析模型。当在多个模型中形成一个加权平均时，关于模型稳健性的问题就出现了，即如何在设定错误模型中评估可替代模型的优劣。

模型集有多大？

模型集通常是不计其数的。在应用中，近似模型函数 $f(x)$ 通常包含具体的低维函数形式，然而扰动模型 $\hat{f}(x) = m(x)f(x)$ 并非如此。一个似然比 $m(x)$ 集合只能由不计其数的参数表示，这些参数都在熵球 $E[m(X)\log m(X)] \leq \eta$ 内。该组模型的规模以及单个模型的大维度使得利用现有数据来缩小模型集的任务变得异常艰巨。

为什么不用其他方式来分析模型的不确定性？

这个问题取决于模型决策者可以控制数据这一问题的认知上，这本书的所有章节都以某种特殊方式生成这一模型集。首先，我们归咎决策者，因为无论是其近似模型还是基准模型，在不同的时期都只是一个单一的模型。为了验证决策者对这一模型的怀疑程度，我们用连续的概率模型来衡量，这个概率模型由与近似模型有关的熵球决定。该过程给决策者提供了一个庞大的模型集，该模型集与近似模型的近似性是由它们的相对熵来判断的。

我们之所以如此设定决策者的模型集，是因为我们想表达如下观点，即决策者担心这两种模型都是模糊地难以识别，甚至很难使用统计学的方法加以区分。这些模型的模糊设定，究其原因就在于它们仅被描述为由一个近似模型概率密度乘以相对熵足够小的近似比率。由此得出的结论将是一个具有非常高维参数空间的大量模型。这些模型包含随着时间而波动的函数，这意味着相对于基准模型来说，后者的错误假设与前者不同。在不

附加更多条件下,得到实际控制数据生成的模型是不可能的。^①

正如我们将在以下几个章节的应用中所看到的,低频函数在统计学上是很难区分的(为了了解其特征,大数定律和中心极限定理要求我们极具耐心)。^②

更具一般意义地讲,决策者使用多个可能不正确的基准模型的这一事实将我们置身于统计学习理论的陌生环境之中。贝叶斯理论假设决策者专注于一组模型,在这组模型中有一个模型是正确的。贝叶斯定理描述了如何通过模型来更新概率。^③而所有候选基准模型都是错误的观点将导致我们不能应用贝叶斯范式。

学习这本书中有两点值得注意。第2章至第7章通过假定认知困难的方法排除了学习理论。第8章和第9章介绍并应用了学习理论,该方法对模型的不确定性有更多约束条件。

模型不确定性是如何影响均衡理念的?

为了解理解模型的不确定性是如何影响标准均衡理念的,首先需要考虑现在占主导地位的理性预期均衡这一概念。论其本质,一个理性预期模型与在模型内的经济人和计量经济学家高度一致(请记住在描述一个模型时,我们指的是一个序列的概率分布)。在理性预期模型中,计量经济学大多利用这一“模型范式”,并排除了模型假设错误的担忧。

就个人研究经历来看,理性预期计量经济学家的偏好存在一个尽可能接近理性预期的均衡理念。在实际应用中,我们通过把共同的近似模型应用到模型中的所有经济人来实现这一目标。尽管这一近似模型已接近共识,但仍有人担心模型的设定错误,这促使其使用最小-最大预期效用理论。当模型中经济人的兴趣不同时,即使经济人都遵从共同的近似模型来行动,但仍会产生信念的差异性。这种做法产生了一个新的均衡概念,这一概念是递归竞争均衡或子博弈完美均衡的

① Sims (1971b), Diaconis and Freedman (1986) 说明了当参数空间是无穷维的时候,使用统计方法来学习是很困难的。

② Hansen and Sargent (2008, 第8章) 介绍了频域表示的偏好,这一偏好表现了对稳健性的担忧。

③ 尽管在时间更新和信息累积之后,贝叶斯方法允许新模型替换之前的模型,然而这并不能帮助解决在决策问题方面潜在的模型假设错误。

延伸。^①

模型不确定性对均衡数量有什么影响？

第3章在一个代表性消费者模型中分析了不确定性扩大的影响。该影响与对贴现因子增长的影响相似，其特点都表现在观测的等价效应，该效应以折现因子在似然函数平面的脊状形式呈现。究其原因，出于对随机过程的错误设定的担心，从而引发了消费者的预防性储蓄行为。尽管第3章的观测等价性较为独特，并且不会明显优于其他偏好和技术设定的模型，但预防性动机确实发生了作用。^②

对均衡价格产生了什么影响？

除了观察等价效应，对模型不确定性的担忧通过对近似模型中“偏好冲击”的潜在波动，倍增了其对普通随机贴现因子的影响。^③出现这种状况的原因是“最小-最大预期效用的投资组合持有者在最坏情况下的信念影响了不断变化的价格。这产生了“模型不确定性下的市场价格。”这本书的几个章节展示了模型不确定性下的市场价格是如何有助于模型达到 Hansen 和 Jagannathan (1991) 中的资产定价特征：市场价格通过增加近似模型的随机贴现因子的波动性来达到这一目标。

对模型不确定性的厌恶类似于对风险的厌恶吗？

在某些方面的确如此，但对模型不确定性的厌恶会改变不确定性的跨期分布，这与对风险的厌恶有很大的区别。如在第4章和第7章强调的那样，应该使用非常不同的思维来校准风险厌恶和模型不确定性厌恶。

少量的不确定性厌恶可以取代较大的风险厌恶吗？

这个问题的答案提供了对 Hansen、Singleton (1983)、Mehra 和 Prescott

① 这与自我实现均衡同样有关。

② 例如，Tallarini (2000) 将第3章关于观察等价的内容扩展到具有不同的偏好和技术的真实商业周期模型。

③ 请注意，这种说法是从近似模型的角度出发的，这是学习第3、4、7和9章的读者应该记住的重要内容。

(1985) 的股权溢价之谜的替代解释。“少量”和“大量”的具体意思依赖于校正策略。宏观经济学家和金融经济学家通常使用由 Pratt (1964) 提出的一种心理实验来校正风险厌恶。第4章和第7章使用了一种非常不同的心理实验来校准模型不确定性的厌恶,这是一种替代统计模型之间衡量统计差异的实验。

模型的不确定性是如何影响政府政策的?

最小-最大投资组合持有者在最坏情况下的信念影响着状态依存价格。这可以使拉姆齐计划者采取更具纪律性和目的性的行为方式。第11章探讨了其他描述模型不确定性的方式,模型中拉姆齐规划者面临一个竞争性的代表性经济人。

1.2 有关模型不确定性的十篇论文

与贴现有关的 LQG 稳健性控制问题

第2章再现了“折现线性指数二次高斯控制”。它通过增加 Jacobson (1973, 1977) 和 Whittle (1981, 1989a, 1990) 风险调整项扩展了线性二次高斯动态规划法。其贡献在于以一种方便宏观经济和金融实际应用的方式引入贴现。

风险-敏感运算公式:

$$\mathbf{T}U(x) = -\theta \log \int \exp \left[\frac{-U(x')}{\theta} \right] F(dx'|x)$$

这是其第一次出现并将贯穿整本书。这一积分是针对 x 在马尔可夫状态下的一个分布函数 $F(dx'|x)$, 并且假定 θ 大于某一阈值即 $\theta > 0$ 。这种转移概率分布是决策者的基准模型。第2章以及本书大部分的思路是用 $\mathbf{T}U(x)$ 替换延续值的条件期望:

$$\mathbf{E}U(x) = \int U(x') F(dx'|x)$$

然后继续进行动态规划,以拉姆齐规划等方式求解。

以 $\mathbf{T}$ 代替 $\mathbf{E}$ 意味着什么? 算子 $\mathbf{T}$ 有两种不同的解释。第一种将 $\mathbf{T}$ 视为在效用函数 U 曲度之外的额外风险调整。在一个效用函数 U 应用 $\mathbf{T}$ 而

不是 $\mathbf{E}$ ，这相当于，决策者关心的不只是预期效用，还有效用函数的方差。具体而言，决策者尤其厌恶效用函数的方差。除非 $\mathbf{U}$ 是二次型，否则决策者同样关心效用较高的时刻。

第二种解释也是我们将在本书中所强调的，将 $\mathbf{T}$ 视为间接效用函数，在这一问题中，最小化经济人选择一个扭曲的概率 $\hat{F}(x' | x)$ ，这一概率是最小化预期效用加上 θ 倍的与 F 有关的 $\hat{F}$ 的条件熵：

$$\mathbf{TU} = \min_{m \geq 0, \mathbf{E}m(x)=1} \int m(x'|x) (U(x') + \theta \log[(m(x'|x))]) dF(x'|x)$$

条件相对熵等于 $E(m \log)(x)$ ，它是衡量本书中两个分布之间差异的方法。最小概率分布函数 F 的比值由指数扰动公式给出

$$\hat{F}(dx'|x) = \hat{m}(x'|x)F(dx'|x)$$

其中， $\hat{m}(x' | x) \propto \exp\left[\frac{-U(x')}{\theta}\right]$ 是 Bucklew (2004, 第 27 页) 所描述的墨菲定律的随机版本：事件发生的概率与他们的期望成反比。在此情况下，最坏概率分布取决于效用函数以及基准模型下转移概率 $F(x' | x)$ 的行为。

为什么要以如此悲观的方式扭曲与基准模型相关联的概率？答案是，如果决策者不完全信任函数 $F(x' | x)$ 并且在数据不是由 F 生成的情况下选择一个决策规则，这将是一件好事。如果数据是由围绕基准模型 $F(x' | x)$ 的一组概率模型产生的，通过设计针对最坏情况密度函数 $\hat{F}(x' | x)$ 的决策规则，决策者就能够保证决策规则被接受。本书中的几章详细解释了一个可以求解最坏情况模型的决策规则。

本章研究贴现线性二次高斯问题。当 $\mathbf{U}$ 是二次以及 F 是条件高斯分布时，与 $\mathbf{T}$ 算子相关的对数调整项可以通过解析方法计算出来。这里所说的“几乎解析”是指“求解一个矩阵黎卡提方程”。最坏情况下的密度可通过求解另一个黎卡提方程来计算。这意味着在线性二次高斯情况下，在通常应用于金融或宏观经济的动态规划问题相关的 Bellman 方程中，以 $\mathbf{T}$ 代替 $\mathbf{E}$ 不会造成额外的挑战。

当我们关注其在宏观经济和金融中的应用时，将用与 Whittle (1989a, 1990) 不同的方式来研究贴现。为无限期问题提供一个时不变的最优决策

规则,对未来的效用和熵折现 t 次,这在定量分析和计量经济方面是非常方便的。Whittle 有效地将效用进行折现,但并未对熵进行折现。这产生的一个后果就是决策规则变得与时间相关,随着时间的推移风险敏感度的效果和对于模型规范的担忧逐渐消失,这是其在许多应用中表现不尽如人意的原因。

实际经济周期模型的应用

第3章再现了与 Thomas Tallarini 共同撰写的“稳健持久性收入和定价”。本章提出了与线性二次高斯真实经济周期模型有关的决策问题,并以第2章中讨论的风险敏感性 LQG 控制来进行分析。在构造了一个能够求解中央计划者的竞争均衡解后,本章使用竞争均衡价格为高风险资产定价。通过将风险敏感控制问题重新解释为对模型错误设定的担忧,本章构建了反映模型不确定性的市场价格的风险-回报权衡。从数量上看,本章介绍了反复出现在整本书中的问题:在对高风险证券的价格影响上,对模型假设错误的适度担心能够替代较高的风险厌恶吗?

相对于标准线性二次高斯真实经济周期模型,我们引入了一个新的自由参数——出现在风险敏感性算子 T 中的 θ 。本章研究了 θ 假设变化对竞争均衡数量和价格的影响。从本章可以发现,在数量上, θ 的变化可以完全由贴现因子 β 的相应变化来抵消。模型中存在一个 (β, θ) 轨迹,沿着这一轨迹的变动使所有竞争均衡数量保持不变;由 θ 减少引发的对模型设定错误的担忧,其效果与折旧增加的效果类似。本章将该结论归因于预防性储蓄动机,其在起源上与来自风险厌恶的储蓄动因不同。对比来讲,只有当消费者连续价值函数的三阶导为正时,与风险厌恶相关的预防性储蓄才会出现。

虽然沿着 (β, θ) 轨迹的运动使得均衡量保持不变,但它们确实会影响均衡价格。沿着这个轨迹, θ 的减小(意味着增加模型假设错误的担忧)导致了风险市场价格的提高。因为反映了对模型假设错误的担忧,我们将那些来自 θ 的风险价格的组成部分描述为“模型不确定性的市场价格。”

(β, θ) 轨迹的存在意味着完全一致的均衡数量,但在线性二次高斯真实商业周期模型中均衡价格并不相同。这同样是对 Tallarini (2000) 中非线性

实际经济周期模型很好的近似。不论是精确解还是近似解，该结论促使第3章和在 Tallarini (2000) 都采用了两部分定量策略：通过只使用均衡数量的数据并设定 $\theta = +\infty$ ，我们首先使用极大似然的方法来估计实际商业周期模型，从而消除了中央计划者对模型假设错误的担忧。^① 第二个步骤是在所有其他参数不变的情况下，研究沿 (β, θ) 轨迹上不确定性市场价格的变化。

本章还详细展示了如何使用均衡资产价格来获取代表性消费者对避免经济周期带来的消费随机波动的补偿意愿。Tallarini (2000), Alvarez, Jermann (2004) 以及本书的第7章研究并应用了资产价格和波动成本之间的理论联系。

本章的其他部分展示了本书后面的章节思路和程序，即通过基准模型 F 和最坏情况下的模型 $\hat{F}$ 之间的差距来识别对模型设定失误的担忧程度。后续章节强调了用于区分不同模型的市场价格不确定性、条件期望扭曲以及似然比检验之间的关联。

四个“半群”

第4章再现了与 Anderson 共同撰写的“模型规范、稳健性、风险价格以及模型检测四个半群”。Anderson 描述了一个常见的数学结构（半群），这在我们分析一个典型消费者对模型误设担心的均衡效果时是十分重要的概念。半群是一组对象的集合，这些对象满足计量经济学家和理性预期理论家都很熟悉的期望迭代法则，该法则被广泛应用于不同期限的资产定价。本章使用的四个半群分别为：（1）一个决策者基准概率模型的马尔可夫过程；（2）作为对标准模型的偏离，我们使用另一种设定，其中决策者或代表性消费者的担忧实际上可能会影响数据；（3）正如基准马尔可夫统计模型中对于典型消费者而言，随机折现因子将价格分配给相应的风险；（4）能够在一个良好的统计检验中生成误差边界的随机过程，该统计检验被用于区分基准模型以及对基准模型的扰动。

本章进而扩展并正式提出了早先在第3章引入的概念。特别要注意的

^① 注意：在我们知道观察等价结果之前，我们在自由参数中既包括 β 又包括 θ ，这些自由参数是我们试图通过极大似然方法估计出来的。这一发现促使我们研究以证明这种轨迹的存在。