



普通高等教育仪器类“十三五”规划教材



传感器技术及应用

付 华 徐耀松 王雨虹 主 编
王丹丹 卢万杰 阎 馨 副主编

 中国工信出版集团

 电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育仪器类“十三五”规划教材

传感器技术及应用

付 华 徐耀松 王雨虹 主 编

王丹丹 卢万杰 阎 馨 副主编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书介绍工程中常用传感器的原理、特性及测量电路,通过实际案例介绍各种传感器的工程应用方法。全书共有9章,第1章介绍传感器的基本概念、分类、测量误差与数据处理方法以及传感器的特性;第2~9章分别根据传感器的工作原理分类,介绍电阻式、电容式、电感式、磁电式、压电式、光电式、热电式、声波及辐射式传感器的基本工作原理、测量电路以及应用。本书内容全面,注重科学性与系统性,具有较高的应用性,采用二维码技术实现知识点的扩展。

本书可作为高等院校测控技术与仪器、自动化、电子信息工程、机电一体化和计算机应用等专业的教材,也可作为从事传感与检测技术、测控技术应用等专业的人员提供参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

传感器技术及应用 / 付华, 徐耀松, 王雨虹主编. —北京: 电子工业出版社, 2017.1

普通高等教育仪器类“十三五”规划教材

ISBN 978-7-121-30335-7

I. ①传… II. ①付… ②徐… ③王… III. ①传感器—高等学校—教材 IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 271296 号

策划编辑: 赵玉山

责任编辑: 刘真平

印 刷: 三河市良远印务有限公司

装 订: 三河市良远印务有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 13.75 字数: 352 千字

版 次: 2017 年 1 月第 1 版

印 次: 2017 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 3 000 册 定价: 32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: zhaoyz@phei.com.cn。

普通高等教育仪器类“十三五”规划教材

编委会

主任：丁天怀（清华大学）

委员：陈祥光（北京理工大学）

王 祁（哈尔滨工业大学）

王建林（北京化工大学）

曾周末（天津大学）

余晓芬（合肥工业大学）

侯培国（燕山大学）

前 言

传感器技术是信息技术（传感与控制技术、通信技术、计算机技术）的三大支柱之一，是感知、获取、处理与传输的关键，是实现现代化测量和自动控制的主要环节。本书兼顾科学性、系统性及实用性，介绍了常用传感器的原理、特性及应用方法。

全书共9章。第1章介绍了传感器的物理基础、定义、组成和分类，介绍了测量误差与数据处理及传感器的基本特性；第2章介绍了电位式传感器、电阻应变式传感器、压阻式传感器的原理，并对测量电路进行了介绍，最后给出典型的电阻式传感器的应用；第3章推导了三种典型电容式传感器的基本原理、基本特性及测量电路，最后介绍了电容式传感器的典型应用；第4章介绍了电感式传感器，包括自感式传感器、差动变压器式传感器及电涡流式传感器的基本原理，并介绍各自的应用方法；第5章介绍了磁电感应式传感器和霍尔式传感器的工作原理及应用；第6章首先介绍了压电效应及压电材料，然后详细介绍了压电式传感器的原理、测量电路及应用方法；第7章在介绍光电效应的基础上，阐述了光电式传感器、光纤传感器和光电式编码器的原理及应用；第8章介绍了热电式传感器，包括热电偶传感器、热电阻传感器、热敏电阻传感器、集成温度传感器，并介绍了热电式传感器的测量电路及其应用；第9章对声及声波传感器、微波传感器、辐射式传感器的物理性质、基本原理和应用方法进行了介绍。

本书注重与工程实践的联系，每章均有相关工程应用案例及产品介绍，同时采用二维码技术对相关知识点进行扩充，可以通过扫描二维码，打开对知识点的更多辅助介绍，包括相关文字介绍、图片展示或动画演示。

本书1.1~1.3节由付华、阎馨执笔；1.4、1.5节由卢万杰执笔；第2章由王丹丹执笔；第3~5章由王雨虹执笔；第6~9章由徐耀松执笔。全书的写作思路由付华教授提出，由付华和徐耀松统稿。此外，李猛、任仁、陶艳风、代巍、汤月、司南楠、陈东、谢鸿、郭玉雯、于田、孟繁东、梁漪、曹坦坦、李海霞、刘雨竹等也参与了本书的编写。在此，向对本书的编写给予热情帮助的同行人表示感谢。

由于作者水平有限，加上时间仓促，书中难免有错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者

2016年5月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 传感器的物理基础	(1)
1.2 传感器的定义	(2)
1.3 传感器的组成和分类	(3)
1.3.1 传感器的组成	(3)
1.3.2 传感器的分类	(3)
1.4 测量误差与数据处理	(4)
1.4.1 测量误差的概念	(4)
1.4.2 误差的表示方法	(4)
1.4.3 误差的分类	(6)
1.4.4 数据处理	(7)
1.4.5 不等精度直接测量的权与误差	(9)
1.4.6 系统误差的判别与消除	(10)
1.4.7 粗大误差的判别与坏值的舍弃	(11)
1.4.8 间接测量中的检测数据的处理	(12)
1.5 传感器的基本特性	(14)
1.5.1 传感器的静态特性	(14)
1.5.2 传感器的动态特性	(16)
习题	(21)
第 2 章 电阻式传感器	(22)
2.1 弹性敏感元件	(22)
2.1.1 弹性敏感材料的弹性特性	(23)
2.1.2 弹性敏感元件的材料及基本要求	(24)
2.2 电位式传感器	(28)
2.2.1 电位式传感器的原理	(28)
2.2.2 电位式传感器的工程应用	(31)
2.3 电阻应变式传感器	(33)
2.3.1 电阻应变式传感器的原理	(33)
2.3.2 电阻应变式传感器的工程应用	(40)
2.4 压阻式传感器	(43)
2.4.1 压阻式传感器的原理	(43)
2.4.2 压阻式传感器的工程应用	(45)
习题	(50)
第 3 章 电容式传感器	(51)
3.1 变极距型电容式传感器	(51)

3.1.1	变极距型电容式传感器的原理	(52)
3.1.2	变极距型电容式传感器的工程应用	(53)
3.2	变面积型电容式传感器	(56)
3.2.1	变面积型电容式传感器的原理	(56)
3.2.2	变面积型电容式传感器的工程应用	(57)
3.3	变介质型电容式传感器	(58)
3.3.1	变介质型电容式传感器的原理	(58)
3.3.2	变介质型电容式传感器的工程应用	(59)
3.4	电容式传感器的灵敏度及非线性	(62)
3.5	电容式传感器的等效电路	(64)
3.6	电容式传感器的测量电路	(64)
3.6.1	调频电路	(64)
3.6.2	运算放大器式电路	(65)
3.6.3	二极管双 T 形交流电桥	(66)
3.6.4	脉冲宽度调制电路	(67)
	习题	(68)
第 4 章	电感式传感器	(70)
4.1	自感式传感器	(70)
4.1.1	自感式传感器的原理	(70)
4.1.2	自感式传感器的工程应用	(77)
4.2	差动变压器式传感器	(82)
4.2.1	差动变压器式传感器的原理	(82)
4.2.2	差动变压器式传感器的工程应用	(89)
4.3	电涡流式传感器	(90)
4.3.1	电涡流式传感器的原理	(90)
4.3.2	电涡流式传感器的工程应用	(95)
	习题	(97)
第 5 章	磁电式传感器	(99)
5.1	磁电感应式传感器	(99)
5.1.1	磁电感应式传感器的原理	(99)
5.1.2	磁电感应式传感器的工程应用	(103)
5.2	霍尔式传感器	(105)
5.2.1	霍尔式传感器的原理	(106)
5.2.2	霍尔式传感器的工程应用	(110)
	习题	(114)
第 6 章	压电式传感器	(115)
6.1	压电式传感器的原理	(115)
6.1.1	压电效应及压电材料	(115)
6.1.2	压电式传感器的测量电路	(120)
6.2	压电式传感器的工程应用	(123)
	习题	(126)

第 7 章	光电式传感器	(127)
7.1	光电效应式传感器	(127)
7.1.1	光电效应式传感器的原理	(128)
7.1.2	光电效应式传感器的工程应用	(128)
7.2	光纤传感器	(136)
7.2.1	光纤传感器的原理	(137)
7.2.2	光纤传感器的工程应用	(139)
7.3	光电式编码器	(143)
	习题	(145)
第 8 章	热电式传感器	(146)
8.1	热电偶传感器	(146)
8.1.1	热电偶传感器的原理	(146)
8.1.2	热电偶传感器的工程应用	(153)
8.2	热电阻传感器	(154)
8.2.1	热电阻传感器的原理	(154)
8.2.2	热电阻传感器的工程应用	(158)
8.3	热敏电阻传感器	(159)
8.3.1	热敏电阻传感器的原理	(159)
8.3.2	热敏电阻传感器的工程应用	(161)
8.4	集成温度传感器	(163)
8.4.1	集成温度传感器的原理	(164)
8.4.2	集成温度传感器的工程应用	(165)
	习题	(167)
第 9 章	声/波式及辐射式传感器	(168)
9.1	声/波传感器	(168)
9.1.1	超声波传感器	(168)
9.1.2	声敏传感器	(171)
9.1.3	次声传感器和水声换能器	(175)
9.1.4	超声波传感器在检测技术中的应用	(180)
9.2	微波传感器	(185)
9.2.1	微波概述	(185)
9.2.2	微波传感器的原理和组成	(186)
9.2.3	微波传感器的工程应用	(187)
9.3	辐射式传感器	(192)
9.3.1	红外传感器	(192)
9.3.2	红外传感器的工程应用	(194)
9.3.3	核辐射式传感器	(199)
9.3.4	核辐射式传感器的工程应用	(204)
	习题	(207)
	参考文献	(209)

第1章

绪论

本章知识点:

- 传感器的物理基础
- 传感器定义
- 传感器的组成和分类
- 测量误差与数据处理方法
- 传感器的基本特性

基本要求:

- 理解传感器的基本概念, 掌握传感器的作用
- 理解传感器的组成与分类
- 掌握测量误差的概念及表示方法, 掌握常用的数据处理方法
- 掌握传感器的静态特性与动态特性

能力培养目标:

通过本章的学习, 了解本课程的学习内容, 理解传感器技术的基本概念与组成, 掌握测量过程中误差的表示与处理方法, 培养对基本概念的理解能力与基础知识的应用能力。

传感器是实现自动控制、自动调节的关键环节, 它与信息系统的输入端相连, 并将检测到的信号输送到信息处理部分, 是感知、获取、处理与传输的关键。传感器技术是关于传感器设计制造及应用的综合技术, 是一门涉及测量技术、功能材料、微电子技术、精密与微细加工技术、信息处理技术和计算机技术等相互结合形成的密集型综合技术。它是信息技术(传感与控制技术、通信技术、计算机技术)的三大支柱之一。

1.1 传感器的物理基础

传感器的工作机理是基于各种物理的、化学的和生物的效应, 并受相应的定律和法则所支配。了解这些定律和法则, 有助于我们对传感器本质的理解和对新效应传感器的开发, 作为传感器工作物理基础的基本定律和法则有以下四种类型。

(1) 守恒定律。包括能量、动量、电荷量等守恒定律。这些定律, 是我们探索、研制新型传感器, 或在分析、综合现有传感器时, 都必须严格遵守的基本法则。

(2) 场的定律。包括运动场的运动定律、电磁场的感应定律等, 其相互作用与物体在空间的位置及分布状态有关, 一般可由物理方程给出, 这些方程可作为许多传感器工作的数学模型。

例如,利用静电场定律研制的电容式传感器;利用电磁感应定律研制的自感、互感、电涡流式传感器;利用运动定律与电磁感应定律研制的磁电式传感器等。利用场的定律构成的传感器,其形状、尺寸(结构)决定了传感器的量程、灵敏度等主要性能,故此类传感器可统称为“结构型传感器”。

(3) 物质定律。它是表示各种物质本身内在性质的定律(如虎克定律、欧姆定律等),通常以这种物质所固有的物理常数加以描述。因此,这些常数的大小决定着传感器的主要性能。例如,利用半导体物质法则——压阻、热阻、磁阻、光阻、湿阻等效应,可分别做成压敏、热敏、磁敏、光敏、湿敏等传感器件;利用压电晶体物质法则——压电效应,可制成压电、声表面波、超声传感器等。这种基于物质定律的传感器,可统称为“物性型传感器”。这是当代传感器技术领域中具有广阔发展前景的传感器。

(4) 统计法则。它是把微观系统与宏观系统联系起来的物理法则。这些法则常常与传感器的工作状态有关,它是分析某些传感器的理论基础。

1.2 传感器的定义

生物体的感官就是天然的传感器(Transducer/Sensor)。人的“五官”——眼、耳、鼻、舌、皮肤分别具有视、听、嗅、味、触觉。人们的大脑神经中枢通过五官的神经末梢(感受器)就能感知外界的信息。如人们用视觉(眼睛)可知道物体的大小、形状等,利用听觉(耳朵)可以听到声音,通过嗅觉(鼻子)可以闻到气味,通过触觉(皮肤)可以感觉到物体的温度等。人的眼睛相当于光敏传感器,如 CCD、光敏电阻等;人的耳朵相当于压力传感器,如电容式和压电式传感器等;人的皮肤相当于压力传感器和温、湿度传感器,如应变传感器、热电阻传感器等;人的鼻子相当于气敏传感器,如气体传感器等;人的舌头相当于味觉传感器,如离子传感器。

为了从外界获取信息,人们必须借助于感觉器官。而单靠人们自身的感觉器官,在研究自然现象及其规律以及生产活动中,它们的功能就远远不够了。如在学科研究中,在宏观上要观察上千光年的茫茫宇宙,微观上要观察小到飞米(fm)的粒子世界,纵向上要观察长达数十万年的天体演化及短到纳秒(ns)的瞬间反应。此外,如超高温、超低温、超高压、超高真空、超强磁场、超弱磁场等,这些都是人类感官无法直接获取的信息,要获取这些信息,没有相适应的传感器是不可能的。为适应这种情况,就需要传感器。在工程科学与技术领域里,传感器是人体“五官”的工程模拟物,是人类五官的延伸,又称之为电五官。

国家标准(GB/T 7765—87)把它定义为:能感受规定的被测量(包括物理量、化学量、生物量等)并按照一定的规律转换成可用信号的器件或装置,通常由敏感元件(Sensing Element)和转换元件(Transduction Element)组成。

这里的“可用信号”是指便于处理、传输的信号。当今电信号最易于处理和便于传输,因此,可把传感器狭义地定义为:能把外界非电信息转换成电信号输出的器件或装置。可以预料,当人类跨入光子时代,光信息成为更便于快速、高效地处理与传输的可用信号时,传感器的概念将随之发展成为:能把外界信息或能量转换成光信号或能量输出的器件或装置。

传感器的广义定义:“凡是利用一定的物质(物理、化学、生物)法则、定理、规律、效应等进行能量转换与信息转换,并且输出与输入严格一一对应的器件或装置均可称为传感器。”也可以表述为,“传感器是一种以一定的精确度把被测量转换为与之有确定对应关系的、便于应

用的某种物理量的测量装置。”在不同的技术领域，传感器又被称作检测器、换能器、变换器等。

传感器的定义包含了以下几方面的意思：①传感器是测量装置，能完成检测任务；②它的输入量是某一被测量，可能是物理量，也可能是化学量、生物量等；③它的输出量是某种物理量，这种量要便于传输、转换、处理、显示等，可以是气、光、电物理量，但主要是电物理量；④输出、输入有对应关系，且应有一定的精确程度。

可见，传感器的功用是一感二传，即感受被测信息，并传送出去。其基本功能是检测信号和进行信号转换。因此，传感器总是处于检测系统的最前端，用来获取检测信息，其性能将直接影响整个测试系统，对测量精确度起着决定性作用。

1.3 传感器的组成和分类

1.3.1 传感器的组成

传感器是一个完整的测量装置（或系统），能把被测非电量转换为与之有确定对应关系的有用电量输出，以满足信息的传输处理、记录、显示和控制等要求。

传感器一般由敏感元件、变换元件和其他辅助元件组成。但是随着传感器集成技术的发展，传感器的信号调理与转换电路也会安装在传感器的壳体内或者与敏感元件集成在同一芯片上。因此，信号调理电路及所需辅助电源都应作为传感器组成的一部分，如图 1-1 所示。



图 1-1 传感器组成框图

敏感元件是感受被测量，并输出与被测量成确定关系的其他量的元件，如膜片和波纹管，可以把被测压力变成位移量。若敏感元件能直接输出电量（如热电偶），就兼为传感元件。

变换元件又称传感元件，是传感器的重要组成部分。它可以直接感受被测量（一般为非电量），而输出与被测量成确定关系的电量，如热电偶和敏感电阻。传感元件也可以不直接感受被测量，而只感受与被测量成确定关系的其他非电量。例如，差动变压器式压力传感器并不直接感受压力，而只是感受与被测压力成确定关系的衔铁（被测体）位移量，然后输出电量。

信号调理与转换电路是能把传感元件输出的电信号转换为便于显示、记录 and 控制的有用信号的电路。信号调理与转换电路根据传感元件类型的不同可分成很多种类，常用的电路有电桥、放大器、振荡器和阻抗变换器等。

1.3.2 传感器的分类

传感器的种类繁多。往往同一种被测量可以用不同的传感器类型来测量，如压力可用电容式、电阻式、光纤式等传感器来进行测量；而同一原理的传感器又可测量多种物理量，如电阻式传感器可以测量位移、温度、压力及加速度等。因此，传感器有许多种分类方法，常用的分类方法如下。

按被测量分类,可分为机械量传感器(位移、力、力矩、扭矩、速度、加速度、振动、噪声等)、热工量传感器(温度、热量、流量、风速、压力、液位等)、物性参量传感器(浓度、黏度、密度、酸碱度等)、状态参量传感器(裂纹、缺陷、泄漏、磨损、表面质量等)。这种分类方法是按用途进行分类,给使用者提供方便,容易根据测量对象来选择传感器。

按工作原理分类,传感器可分为电阻式、电容式、电感式、磁电式、压电式、光电式、热电式、磁敏式、超声波等。这种分类方法便于从原理上认识输入与输出之间的变换关系,有利于专业人员从原理、设计及应用上做出归纳性的分析和研究。

按信号变换特征分类,可分为结构型传感器、物性型传感器。结构型传感器主要是通过传感器结构参量的变化实现信号的变换。例如,电容式传感器依靠极板间距离的变化引起电容量的改变。物性型传感器利用敏感元件材料本身物理属性的变化来实现信号变换。例如,水银温度计利用水银的热胀冷缩现象测量温度,压电式传感器利用石英晶体的压电效应实现测量等。

按能量关系分类,可分为能量转换型传感器和能量控制型传感器。能量转换型是指传感器直接由被测对象输入能量使其工作。如热电偶、光电池等,这种类型的传感器也称为有源传感器。能量控制型传感器从外部获得能量使其工作,由被测量的变化控制外部供给能量的变化。如电阻式、电感式等,这种类型的传感器必须由外部提供激励源,因此也称为无源传感器。

除上述分类方法外,还可按照输出信号的形式分为模拟式传感器和数字式传感器,按照测量方式分为接触式传感器和非接触式传感器等。虽然分类方法各不相同,但了解传感器的分类可以加深对它的理解,便于合理选用传感器。

1.4 测量误差与数据处理

1.4.1 测量误差的概念

测量误差是指检测结果与被测量的客观真值的差值。

在测量过程中,被测对象、检测系统、检测方法和检测人员都会受到各种因素的影响。有时,对被测量的转换也会改变被测对象原有的状态,造成测量误差。由误差公理可知,任何实验结果都是有误差的,误差自始至终存在于一切科学实验和测量当中,被测量的真值是永远难以得到的。但是,可以改进检测装置和检测手段,并通过对误差测量进行分析处理,使误差处于允许的范围之内。

测量的目的是希望通过测量求取被测量的真值。在分析测量误差时,采用的被测量真值是指在确定条件下被测量客观存在的实际值。判断真值的方法有三种:一是理论设计和理论公式表达值,称为理论真值,例如三角形内角之和为 180° ;二是由国际计量学确定的基本的计量单位称约定真值,例如在标准条件下水的冰点和沸点分别是 0°C 和 100°C ;三是精度高一级或几级的仪表与精度低的仪表相比,把高一级仪表的测量值称为相对真值。相对真值在测量中应用最为广泛。

1.4.2 误差的表示方法

检测误差的表示方法有多种,含义各异。

1. 绝对误差

绝对误差可定义为

$$\Delta = x - L \quad (1-1)$$

式中, Δ 为绝对误差; x 为测量值; L 为真值。绝对误差是有正、负并有量纲的。在实际检测过程中, 有时要用到修正值, 修正值是绝对误差大小相等、符号相反的值, 即

$$c = -\Delta \quad (1-2)$$

式中, c 为修正值, 通常利用高一等级的测量标准或标准仪器来获得修正值。利用修正值可对测量值进行修正, 从而得到准确的实际值, 修正后的实际测量值 x' 为

$$x' = x + c \quad (1-3)$$

修正值给出的方式, 可以是给出具体的数值, 也可以是给出一条曲线或公式。

采用绝对误差表示测量误差, 不能很好地说明测量质量的好坏。例如, 在进行温度测量时, 绝对误差 $\Delta = 1^\circ\text{C}$, 这对体温测量来说是不允许的, 但对钢水温度测量来说却是极好的测量结果, 因此用相对误差可以比较客观地反映测量的准确性。

2. 相对误差

相对误差的定义可由如下式子给出:

$$\delta = \frac{\Delta}{L} \times 100\% \quad (1-4)$$

式中, δ 为实际相对误差, 一般用百分数给出; Δ 为绝对误差; L 为真值。

由于被测量的真值 L 无法知道, 所以实际测量时用测量值 x 代替真值 L 进行计算, 这个相对误差称为标准相对误差, 即

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \times 100\% \quad (1-5)$$

3. 引用误差

引用误差是仪表中通用的一种误差表示方法。它是相对于仪表满量程的一种误差, 又称满量程相对误差, 一般也用百分数表示, 即

$$\gamma = \frac{\Delta}{\text{测量范围上限} - \text{测量范围下限}} \times 100\% \quad (1-6)$$

式中, γ 为引用误差; Δ 为绝对误差。

仪表精度等级是根据最大引用误差来确定的。例如, 0.5 级表的引用误差的最大值不超过 $\pm 0.5\%$; 1.0 级表的引用误差的最大值不超过 $\pm 1\%$ 。

在使用仪表和传感器时, 还经常会遇到基本误差和附加误差这两个概念。

4. 基本误差

基本误差是指传感器或仪表在规定的标准条件下所具有的误差。例如, 某传感器是在电源电压 $(250 \pm 5)\text{V}$ 、电网频率 $(50 \pm 2)\text{Hz}$ 、环境温度 $(25 \pm 5)^\circ\text{C}$ 、湿度 $(65 \pm 5)\%$ 的条件下标定的。如果传感器在这个条件下工作, 则传感器所具有的误差为基本误差。仪表的精度等级就是由基本误差决定的。

5. 附加误差

附加误差是指在传感器或仪表的使用条件偏离额定条件下出现的误差, 如温度附加误差、

频率附加误差、电源电压波动附加误差等。

1.4.3 误差的分类

为了便于误差的分析和处理，可以按误差的规律性将其分为三类，即系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 随机误差

在同一测量条件下，多次测量被测量时，其绝对值和符号以不可预定方式变化着的误差称为随机误差。随机误差产生的原因比较复杂，虽然测量是在相同条件下进行的，但测量环境中温度、湿度、压力、振动、电场等总会发生微小变化，因此，随机误差是大量对测量值影响微小且又互不相关的因素所引起的综合结果。

随机误差可用下式表示：

$$\text{随机误差} = x_i - \bar{x}_\infty$$

式中， x_i 为被测量的某一测量值； \bar{x}_∞ 为重复性条件下无限多次的测量值的平均值，即

$$\bar{x}_\infty = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-7)$$

由于重复测量实际上只能测量有限次，所以实用中的随机误差只是一个近似估计值。对于随机误差，不能用简单的修正值来修正，当测量次数足够多时，就整体而言，随机误差服从一定的统计规律（如正态分布、均匀分布、泊松分布等），通过对测量数据的统计处理可以计算随机误差出现的可能性大小。

2. 系统误差

在相同条件下，对同一物理量进行多次测量，如果误差按一定规律（如线性、多项式、周期性等函数规律）出现，则把这种误差称为系统误差。系统误差可分为定值系统误差和变值系统误差，数值和符号都保持不变的系统误差称为定值系统误差，数值和符号按照一定规律变化的系统误差称为变值系统误差。

在国家计量技术规范 JJF1001—2011《通用计量术语及定义》中，对系统误差的定义是：在重复测量中保持不变或按可预见方式变化的测量误差的分量。表示为在重复性条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差，即

$$\text{系统误差} = \bar{x}_\infty - L \quad (1-8)$$

式中， L 为被测量的真值。

3. 粗大误差

超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差，又称疏忽误差。

这类误差的发生是由于测量者疏忽大意，测错、读错或环境条件的突然变化等引起的。由于含有粗大误差的测量值明显地歪曲了客观现象，所以常将其称为坏值或异常值。

在处理数据时，要采用的测量值不应该包含粗大误差，即所有的坏值都应当剔除。因此进行误差分析时，要估计的误差只有随机误差和系统误差。

1.4.4 数据处理

1. 随机误差及处理

随机误差和系统误差的来源和性质不同,所以处理的方法也不同。由于随机误差是由一系列随机因素引起的,因而随机变量可以用来表达随机误差的取值范围及概率。若有一非负函数 $f(x)$, 其对任意实数有分布函数 $F(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1-9)$$

称 $f(x)$ 为 x 的概率分布密度函数。且有

$$P\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (1-10)$$

式(1-10)为误差在 (x_1, x_2) 之间的概率,在检测系统中,只有系统误差已经减小到可以忽略的程度后才可对随机误差进行统计处理。

2. 随机误差的正态分布规律

实践和理论证明,大量的随机误差服从正态分布规律。正态分布曲线如图 1-2 所示。

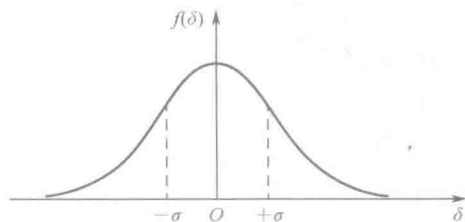


图 1-2 随机误差的正态分布曲线

图 1-2 中横坐标表示随机误差 $\Delta x = \delta$, 纵坐标为误差的概率密度 $f(\delta)$ 。应用概率方法论可导出

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1-11)$$

式中,特征量 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n}} \quad n \rightarrow \infty \quad (1-12)$$

式中, σ 称为标准差,其中 n 为测量次数。

3. 真实值与算数平均值

设对某一物理量进行直接多次测量,测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, 假设真值为 x_0 , 各次测量值的随机误差为 $\Delta x_i = x_i - x_0$ 。将随机误差相加

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0 \quad (1-13)$$

两边同除 n 得

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (1-14)$$

用 \bar{x} 代表测量列的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-15)$$

式 (1-14) 改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \bar{x} - x_0 \quad (1-16)$$

根据随机误差的抵偿特征, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$, 于是 $\bar{x} \rightarrow x_0$ 。可见, 当测量次数很多时, 算术平均值趋于真实值, 也就是说, 算术平均值受随机误差影响比单次测量小, 且测量次数越多, 影响越小。因此可以用多次测量的算术平均值代替真实值, 并称为最可信数值。

4. 随机误差的估算

1) 标准差

标准差 σ 定义为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2 / n} \quad (1-17)$$

它是在一定测量条件下随机误差最常用的估计值。标准差 σ 刻画了总体的分散程度。图 1-3 给出了 x_0 相同 σ 不同 ($\sigma=0.5$, $\sigma=1$, $\sigma=1.5$) 的正态分布曲线。由图可知 σ 值越大, 曲线越平坦, 即随机变量的分散性越大; 反之, σ 值越小, 曲线越尖锐 (集中), 随机变量的分散性越小。

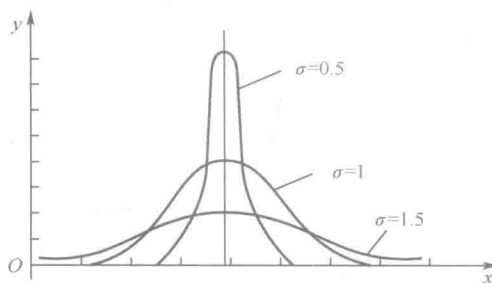


图 1-3 不同 σ 的概率密度曲线

在实际测量中不可能得到 σ , 因为被测量在重复性条件下进行的是有限次测量, 用算术平均值代替真值, 此时表征测量值 (随机误差) 分散性的量用标准差的估计值 σ_s 表示, 由贝塞尔公式得

$$\sigma_s = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1-18)$$

式中, x_i 为第 i 次测量值; \bar{x} 为 n 次测量值的算术平均值; v_i 为残余误差, 即 $v_i = x_i - \bar{x}$ 。

2) 算术平均值的标准差估计

在测量中, 用算术平均值作为最可信值, 它比单次测量的结果可靠性高。由于测量次数有限, 因此 \bar{x} 也不等于 x_0 。也就是说 \bar{x} 是存在随机误差的, 算术平均值的可靠性用算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 来评定, 它与标准差的估计值 σ_s 的关系为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} \quad (1-19)$$

由上式可见, 在 n 较小时, 增加测量次数 n , 可明显减小测量结果的标准差, 提高测量的精密度。但随着 n 的增大, 减小的程度越来越小; 当 n 大到一定数值时, $\sigma_{\bar{x}}$ 就几乎不变了。

3) 正态分布随机误差的概率计算

如果随机变量符合正态分布, 则它出现的概率就是正态分布曲线下所包围的面积。因为全部随机变量出现的总的概率为 1, 所以曲线包围的面积等于 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-20)$$

随机变量落在任意区间 $[a, b)$ 的概率为

$$P_{\alpha} = P(a \leq x < b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-21)$$

式中, P_{α} 为置信概率; σ 为正态分布的特征参数; 区间常表示成 σ 的倍数。由于随机变量分布对称性的特点, 常取对称的区间, 即在 $\pm k\sigma$ 区间的概率为

$$P_{\alpha} = P(-k\sigma \leq x < k\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-k\sigma}^{+k\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-22)$$

式中, k 为置信系数; $\pm k\sigma$ 为置信区间 (误差限)。

随机变量落在 $\pm k\sigma$ 范围内出现的概率为 P_{α} , 超出的概率称为置信度, 又称为显著水平, 用 α 表示, 有

$$\alpha = 1 - P_{\alpha} \quad (1-23)$$

P_{α} 与 α 的关系如图 1-4 所示。

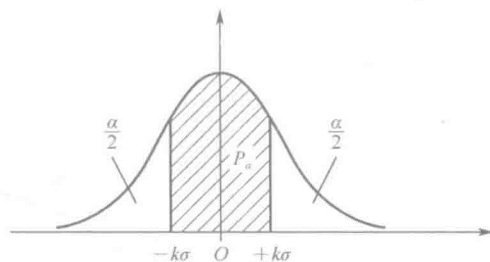


图 1-4 P_{α} 与 α 的关系

1.4.5 不等精度直接测量的权与误差

严格地说, 绝对的等精度是很难保证的, 但对条件差别不大的测量, 一般都当作等精度对待, 某些条件的变化, 如测量时温度的波动等, 只作为误差来考虑。但有时在科学研究或高精度测量中, 为了获得足够的信息, 有意改变测量条件, 如在不同地点用不同精度的仪表, 或者用不同的测量方法等进行测量, 这样的测量则属于不等精度测量。

对于不等精度的测量, 测量数据的分析和综合不能套用前面的数据处理计算公式, 需要推导新的计算公式。

1. 权的概念

“权”可以理解为由各组测量结果相对的可信赖程度。测量次数多, 测量方法完善, 测量仪