

MF

MODERN FINANCE SERIES

现代金融译丛

—— 实务类 ——

基于风险的 资产配置策略

Introduction to Risk Parity and Budgeting

蒂里·龙嘉利 (Thierry Roncalli) / 著

王海艳 郑 坂 / 译



CRC Press
Taylor & Francis Group



中国金融出版社



MODERN FINANCE SERIES

现代金融译丛

实 务 类

基于风险的资产配置策略

蒂里·龙嘉利 (Thierry Roncalli) / 著

王海艳 郑 坂 / 译



中国金融出版社

责任编辑：王慧荣

责任校对：刘 明

责任印制：陈晓川

Introduction to Risk Parity and Budgeting by Thierry Roncalli, ISBN 978 - 1 - 4822 - 0715 - 6

Copyright© 2014 by Taylor & Francis Group, LLC

Authorized translation from English language edition published by CRC Press, part of Taylor & Francis Group LLC; All rights reserved; 本书原版由 Taylor & Francis 出版集团旗下, CRC 出版公司出版, 并经其授权翻译出版。版权所有, 侵权必究。

China Financial Publishing House is authorized to publish and distribute exclusively the Chinese (Simplified Characters) language edition. This edition is authorized for sale throughout Mainland of China. No part of the publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher. 本书中文简体翻译版授权由中国金融出版社独家出版并限在中国大陆地区销售。未经出版者书面许可, 不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

北京版权合同登记图字 01 - 2015 - 3553

Copies of this book sold without a Taylor & Francis sticker on the cover are unauthorized and illegal. 本书封面贴有 Taylor & Francis 公司防伪标签, 无标签者不得销售。

图书在版编目 (CIP) 数据

基于风险的资产配置策略 (Jiyu Fengxian de Zichan Peizhi Celüe) / (法) 蒂里·龙嘉利著; 王海艳, 郑坂译. —北京: 中国金融出版社, 2016. 6
ISBN 978 - 7 - 5049 - 8232 - 2

I. ①基… II. ①蒂…②王…③郑… III. ①风险投资—预算—研究
IV. ①F810. 59

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 286588 号

出版

发行

中国金融出版社

社址 北京市丰台区益泽路 2 号

市场开发部 (010)63266347, 63805472, 63439533 (传真)

网上书店 [http: //www. chinafph. com](http://www.chinafph.com)

(010)63286832, 63365686 (传真)

读者服务部 (010)66070833, 62568380

邮编 100071

经销 新华书店

印刷 北京市松源印刷有限公司

尺寸 169 毫米×239 毫米

印张 28

字数 442 千

版次 2016 年 6 月第 1 版

印次 2016 年 6 月第 1 次印刷

定价 68.00 元

ISBN 978 - 7 - 5049 - 8232 - 2/F. 7792

如出现印装错误本社负责调换 联系电话(010) 63263947

序

在受邀为龙嘉利教授的著作《基于风险的资产配置策略》中文译著作序时，我是很惶恐的，因为我主要从事工程领域的工作，对金融学委实没有什么研究。后来在翻阅了翻译稿后，发现该书并不是传统意义上的金融著作，而更是一本应用数学与金融学交叉领域的创新作品。全书围绕金融风险的量化管理，提出了一种新的方法，从风险控制的角度优化投资组合，显示了应用数学及工程学在金融学领域的实践应用。

自 2007 年次贷危机以来，社会舆论对复杂的金融工具及其监管存在很多质疑，特别是在西方，这种质疑甚至指向教育机构，因为它们输送了太多的优秀学生去从事金融衍生品及投机套利工作。近年来，各国都加强了对金融业的管制，金融机构也开始重视风险控制，金融业似乎重新回归理性发展的轨道。然而，联想到最近中国及全球资本市场出现的一些风波，我们仍需思考，金融界应如何面对？

纵观最近一百多年金融学的发展，金融理论的创新总是与现代科学的发展紧密结合在一起。1900 年，法国数学家路易斯·巴舍利耶在其博士论文中首次将布朗运动运用到金融研究中，这为后来著名的布莱克—舒尔茨模型奠

定了基础。概率和随机理论的发展推动了金融理论进入一个新阶段，哈利·马科维茨在 20 世纪 50 年代第一次用数理统计的语言描述了金融市场上投资者的行为，从而创立了均值方差模型，至今仍被广泛应用于实际的投资决策。自 20 世纪七八十年代以来，博弈论、信息科学以及统计物理学的理论和模型被用来分析金融市场行为，众多的学者研究信息不对称给金融产品带来的逆向选择问题和道德风险问题，以及相应的金融市场资源配置效率问题。在金融工程学领域，比如控制理论中的卡尔曼滤波也被应用于金融数据的处理，统计物理的方法运用于金融学催生出一个新的领域——金融物理学。此外，由于金融市场越来越多元化和复杂化，传统的金融模型假设存在一些先天的缺陷，很多学者将心理学等引入金融研究，来解释金融市场中的一些异常现象，从而形成现代金融理论的行为学派——行为金融学。

作为一个教育工作者，我深刻意识到发展传统理工学科与金融学交叉融合的重要性。我们建议金融专业的学生及金融从业人员了解现代科学发展，力求探索其在金融中的应用，同时也希望金融从业人员能够将严谨的量化方法应用于金融实践中。此外，教育界和企业界的沟通合作也是尤其重要的。龙嘉利教授是一位贯通教育界及企业界的典范，他结合金融行业最新发展，将碰到的问题理论化，同时在校第一时间授课并与学生交流。本书中，他指出了传统马科维茨模型隐藏的问题，提出了基于风险预算的改进模型，并从理论上解释了新模型的优越性，这对于传统理论的发展是一个重要贡献，也为金融从业者从风险管控的角度更好地管理资产提供了一项新选择。

在当前国际化大背景下，金融业是最需要借鉴国际发达国家管理经验的行业之一。中国金融市场的稳定符合中国的利益，也符合世界的利益。感谢同济大学王海艳副教授和我的学生郑坂博士为引进国外最新研究成果所作出的努力，特此推荐。



2015 年 11 月 12 日于上海

译者序

在法国乃至欧洲的量化金融研究领域，龙嘉利教授都是一位很受尊重的学者。他目前担任法国兴业银行集团领先资产管理公司（Lyxor Asset Management）管理委员会委员及量化研究部总监，同时任法国埃夫里大学（University of Evry）经济学教授，此外还是欧洲证券和市场管理局（European Securities and Markets Authority）经济与市场分析委员会（Committee for Economic and Markets Analysis）经济顾问组（Group of Economic Advisers, GEA）的成员。他的理论扎根于实践，并在实践中得到推广应用。他将日积月累的工作成果汇集成册，与广大学者及金融从业者分享。

龙嘉利教授在本书中对传统马科维茨投资模型进行了深入剖析，系统全面地阐述了风险均衡和风险预算技术的特点和应用。本书对于我国投资界和金融专业教学有以下几方面的借鉴意义：

第一，尽管国内金融界以风险控制为核心的投资理念正在逐步形成，但在追求收益目标和市场躁动的驱使下，这一风险配置视角常常被忽视甚至抛弃，因此客观评价收益以及合理平衡风险与收益的关系，仍值得金融从业者深刻体会并严格执行。反思 2015 年发生的“股灾”，在一定意义上就是没有

穿“盔甲”的中国股市暴露于全球冷血投机者攻击下的必然，这个“盔甲”就是必要的风险控制和制度建设。

第二，近年来，量化投资已成为投资界的一个热点话题。风险均衡和风险预算技术属于量化策略，在一些网站论坛上可以见到少量有关风险均衡的讨论，但尚未见到系统全面的阐述。从量化方法上，风险均衡和风险预算模型的思路简明清晰，较易被理解和推广。

第三，从金融专业教学的角度，目前各类教材对于经典投资组合理论的介绍并不缺乏，但如何将理论转化为实践，却鲜有描述。该书提供了风险均衡模型在各类组合情况下的应用实例，并有详细的推导过程，可作为组合投资实践和理论研究的有力参考工具。

风险均衡和风险预算是基于风险的资产配置策略。在投资实践中，该项策略已得到较广泛的应用，如在股票、债券、商品期货市场中的智能指数（Smart Beta）产品、多重资产的投资组合策略以及符合大型机构投资需求的战略资产组合策略等。在《巴塞尔协议Ⅲ》中的流动性覆盖率（Liquidity Coverage Ratio）管理上，该技术也有其显著的用武之地。对于像我国这样的外汇储备大国，这一技术也可为在风险可控的前提下增强收益提供良好的资产组合建议。

在翻译和出版过程中，原书作者蒂里·龙嘉利教授给予了我们很多帮助和建议。就中文版的书名，我们征求了龙嘉利教授的意见，经仔细斟酌，最终将中文版书名确定为《基于风险的资产配置策略》，以便中国读者对本书的基本内涵一目了然。

本书的翻译工作历时6个月，由于涉及数学、工学和金融学方面的词汇，翻译难度较大，虽努力多方求证，也不能避免译文中可能存在的不足，故望读者予以指正。同济大学的硕士研究生：司欣欣、王传亮、孟一南、周慧琳、李艳晶、崔朔、朱张婷、胡诗超、石晓蓉，参与了本书的部分翻译工作，在此，我们感谢他们付出的日日夜夜，所有可能存在的错误都由我们承担。这里，我们还要感谢原书作者蒂里·龙嘉利教授以及法兴银行集团领先资产管理公司的大力支持，也感谢同济大学经济与管理学院经济与金融系主任陈伟忠教授的理解和支持，感谢同济大学《金融企业风险管理》精品课程项目以及金融专业硕士项目的支持。

最后，我们还要感谢我们的家人，在我们一头扎到纸堆里的数月时间里，他们给予了极大的理解和精神支持，让我们工作起来感觉心里无比踏实。希望我们能补偿亏欠他们的时间，并分享我们的快乐。

王海艳 于上海同济园

郑坂 于法国巴黎

2015 年 10 月

前言

马科维茨优化理论的终结？

长久以来，人们对投资理论与实践是这样总结的：资本资产定价模型（CAPM）认为，市场组合是最优的。20 世纪 90 年代，被动型投资策略的发展进一步肯定了威廉·夏普（William Sharpe）这一成果的正确性。与此同时，机构投资者的数量以惊人的速度增长，其中很多都采用被动型投资策略来管理它们的权益和债务敞口，尽管它们也都了解哈利·马科维茨（Harry Markowitz）的优化模型对于输入参数是十分敏感的，尤其是对期望收益敏感（Merton, 1980），但仍然还是遵从这一模型进行资产配置。原因之一就是没有其他可选择的模型，原因之二则是马科维茨模型简单易用，且易解释。对于期望收益，这些机构投资者往往依赖长期历史数据，认为历史数据可以给出未来发展的可靠指向。养老基金管理团队就是利用这一资产配置的科学方法胜出的。

对于该模型的预警信号最早是伴随着互联网危机而来的。一些机构投资者，特别是那些固定收益型养老金计划，由于大量持有权益类资产而损失惨

重 (Ryan and Fabozzi, 2002)。2001 年 11 月, 一家英国的医药批发企业——Boots 公司决定将其养老金计划全部投资于债券 (Sutcliffe, 2005)。尽管如此, 权益类证券的业绩表现还是在 2003—2007 年让投资者重拾信心, 使标准金融模型又继续开始发挥作用, 而互联网危机也不过是一次不会再重演的偶发事件而已。然而, 2008 年的金融危机却让人们看到许多战略性资产配置所隐含的风险, 而且对于机构投资者来说, 这次危机的严重性是史无前例的。2000 年的互联网危机还只是限于一些大盘股和一些特定的行业板块, 小盘股和价值股并未受到影响, 且对冲基金的业绩也是持平的; 2008 年, 次贷危机导致信用策略产品及资产证券化产品的暴跌, 权益类产品出现负收益, 甚至达到约 -50%, 对冲基金及另类资产的业绩也非常差。一个矛盾的现象是, 许多机构投资者已经考虑了不同类别和不同地区资产的多样化配置, 但不幸的是, 如此的多样化仍不足以保护它们。最终, 2008 年金融危机造成的损失甚至超过了互联网危机的损失。这一现象在欧洲大陆的机构投资者身上表现得尤为突出, 它们在互联网泡沫破裂的过程中, 由于持有较少的权益类产品, 便得到了较好的保护。这也是 2008 年金融危机成为了全球机构投资者的一场噩梦的原因。

大多数机构都是通过组合优化方法来校准其投资组合的, 正因为如此, 马科维茨的现代投资组合理论受到专业人士的强烈批评, 一些杂志文章也宣称马科维茨优化方法的终结。^① 出现这些极端反应的原因是多样化策略在传统上就和马科维茨优化方法联系在一起, 而这一方法在金融危机中失灵了。然而, 问题不完全出自配置方法本身。事实上, 失灵的原因更多应归咎于输入的参数。由于模型采用基于历史数据估计得到的期望收益, 导致权益类资产权重过高, 进而推高了那些可能与权益类资产有低相关性的资产部分。然而, 在危机中, 不同类别资产之间的相关性急剧上升, 最终导致没能出现理想的分散化。

如今已经看不到投资者还坚持马科维茨的优化方法了。然而, 众多的批评主要不是针对模型本身, 而是针对模型的使用方法。在 20 世纪 90 年代, 学者们开始采用正则化技术来降低输入参数的估计误差所带来的不良影响,

^① 比如, 《亚洲投资者》(Asian Investor) 杂志在 2012 年 12 月刊发的文章, 题为“马科维茨组合理论是否已消亡? 高盛如此认为”(Is Markowitz Dead? Goldman Thinks So)。

近年来这方面的研究也有了不小的进步。此外，我们现在对于这个模型的机理有了更深入的理解，而且，我们也拥有了一套理论框架，可以用来衡量那些约束条件的影响（Jagannathan and Ma, 2003）。最近，基于套索（lasso）算法的模糊优化方法对优化投资组合又有了改进（DeMiguel et al., 2009）。因此，马科维茨模型当然没有终结，投资者必须明白，这是一个集风险和期望收益于一体的奇妙工具。马科维茨优化方法的目标就是要找到套利因子，并构造一个可以继续“玩下去”的投资组合。通过这样的构造过程，马科维茨模型成为积极型投资管理中的一个激进型模型。在这种情况下，模型对输入参数敏感也是正常的（Green and Hollifield, 1992），改变参数值也就改变了内在的投资。因此，如果输入参数错误的话，套利因子以及选择也是错误的，于是也得不到令人满意的组合结果。如果投资者想得到一个更具防御性的模型，他们就必须降低参数值的激进程度，而这就是组合正则化方法背后的主要含义。总之，说马科维茨模型终结的那些文章都夸大其词了，因为这一模型仍然会在积极型投资策略中得到深度应用。而且，还没有其他更强有力的模型能将对收益的预测考虑进去。

风险均衡策略组合的兴起

有很多方法可以用来获得激进程度较低的积极型投资组合。第一种方法就是采用较低激进性的参数。例如，假设所有资产的期望收益率都相等，我们可以得到最小方差（MV）组合。第二种方法是采用资产配置的探索式方法。所谓探索式，是指基于经验技术和试错方法来寻找可接受的解，这个解并不等同于优化问题的最优解。等权重组合就是这种非最优“粗略估算方法”下的一个例子，即将投资组合中所有资产都设置为等权重，就可以大大降低输入参数的敏感性。事实上也就不存在积极的投资了。尽管这两种方法早就被人们所了解，但也只是在互联网泡沫破灭后才流行起来。

风险均衡是探索式方法的又一个例子，其基本思想是：通过赋予不同资产以相等的风险贡献度来构造一个平衡型的投资组合，即基于风险的等权重组合，而非价值上的等权重。如同最小方差组合及等权重组合方法一样，风险均衡组合方法的起源并没有统一的说法。“风险均衡”一词由钱（Qian, 2005）首次提出，而该方法早在2005年之前就被一些商品交易顾问（CTA）

和权益市场中性基金所采用。比如，风险均衡方法作为桥水公司（Bridgewater）旗下的 All Weather 基金的核心技术已经应用了很多年（Dalio, 2004）。从这一点看，风险均衡组合之所以得到应用是因为它在实务上有价值。而从理论上，直到 Mailliard 等（2010）的理论文章发表（首次发表于 2008 年），才揭示了风险均衡方法的解析特性，该文特别验证了风险均衡策略组合的存在性以及唯一性，并指出它介于最小方差组合和等权重组合之间。

自 2008 年以来，我们看到人们对于风险均衡策略组合的兴趣不断提升。例如，《IPE 杂志》（*Journal of Investing and Investment and Pensions Europe*）在 2012 年出版了一期有关风险均衡的特刊，同年，《金融时报》（*Financial Times*）和《华尔街杂志》（*Wall Street Journal*）也刊登了一些有关这一话题的文章。^② 实际上，“风险均衡”一词目前已经包含了一些不同的配置方法。例如，在资产权重与资产收益波动率成反比关系时，一些专业人士也使用“风险均衡”一词；另外有人认为，风险均衡策略组合相当于等权风险贡献度（Equally Weighted Risk Contribution, ERC）组合；有时，风险均衡又等价于风险预算（Risk Budgeting, RB）组合，在这种情况下，组合中所有资产的风险预算并不一定相等。最初，风险均衡策略只涉及债券和权益的组合，而现在已经被广泛应用到整个投资领域。如今，风险均衡策略则是以风险预算技术来设计投资组合，进而成为资产管理行业的营销术语。

比营销操作更有趣的则是风险预算投资组合的确定方法。类似于马科维茨投资组合以期望收益为目标或瞄准事前波动性，风险均衡策略的目标则是将风险预算分配给每个资产。和其他探索式方法一样，风险均衡不谈业绩维度而强调风险管理维度，而且比其他方法在这一点上表现更为突出。我们还注意到，最小方差组合只会诱导权益投资人，而风险均衡策略组合不仅顾及不同的传统型资产品种（权益和债券），还关注到另类资产品种（商品和对冲基金）以及多重资产品种（股票/债券混合资产和其他各种基金）。风险均衡策略自始至终以风险管理为核心，实现了一次重大的突破，从而告别了早

^② 2012 年 2 月发表的“新配置基金重新定义均衡概念”（*New Allocation Funds Redefine Idea of Balance*）；2012 年 6 月发表的“同等收益，更少风险”（*Same Returns, Less Risk*）；2012 年 6 月发表的“风险均衡策略有批评者也有支持者”（*Risk Parity Strategy Has Its Critics as Well as Fans*）；2012 年 9 月发表的“投资者争相寻求风险均衡保护伞”（*Investors Rush for Risk Parity Shield*）；等等。

前的马科维茨优化方法时代。在过去的几十年里，机构投资者的主要目标是创造高于无风险利率的回报（有时能达到两位数的回报）。2008 年国际金融危机之后，投资者大都改变了他们的期望收益目标，随着风险厌恶水平的上升，他们不愿意再经历一次这样的投资损失。在这一背景下，风险管理便变得比业绩管理更为重要了。

尽管如此，与很多其他的话题一样，有关风险均衡的说法也有很多夸大其词的地方。即使有人认为风险均衡策略是资产配置问题最权威的解决方案，人们还是应当对其保持谨慎态度。风险均衡策略仍只是一个用于投资的金融模型，其业绩也有赖于投资者的参数选择。投资品种及风险预算的正确选择与选用正确的配置方法同等重要。因此，风险均衡策略可能对于确定可靠的配置是有用的，但它并不能将投资者从他们自身的决策责任中解脱出来。

关于本书

本书的主题是关于风险均衡方法。正如前文所述，风险均衡是资产管理行业对基于风险的投资管理过程的通称。在本书中，风险均衡一词同义于风险预算。当风险预算一致时，我们倾向于采用“等权风险贡献度（ERC）组合”一词，更能明确表达其含义，而且这个词没有被投资界过度使用。当我们提及风险均衡基金时，它特指由权益类资产及债券组成的等权风险贡献度投资组合。

本书分为两个部分。第一部分为理论部分：第一章介绍现代投资组合理论；第二章总体介绍了风险预算方法。第二部分包含四章，各章分别介绍了风险均衡方法在某一特定资产类别中的实践应用；第三章介绍有关基于风险的权益类指数，也称为智能指数化（smart indexing）；第四章介绍风险预算技术在债券组合管理中的应用；第五章介绍关于另类投资，如商品和对冲基金；第六章介绍风险均衡技术在多重资产类别中的应用。本书还包括两个附录：附录 A 提供给读者有关优化问题的技术工具，如连接（Copula）函数和动态资产配置；附录 B 包括了 30 个教学练习，相关的答案不包含在本书内，但可以从以下网页获得：

<http://www.thierry-roncalli.com/riskparitybook.html>。^③

本书的写作源于迪特黑尔姆·乌尔茨（Diethelm Würtz）教授邀请我在第六届 R/Rmetrics Meielisalp 研讨会以及计算金融与金融工程夏令营上作关于风险均衡策略的讲学。这个研讨会每年 6 月底在瑞士图恩湖（Lake Thune）边的 Meielisalp 举行，讲学模块的本意是对统计学或金融学领域的某个特定话题作概览性介绍。在备课时，我意识到自己有很多关于风险均衡的材料，足够写本书了。所以我首先要感谢迪特黑尔姆·乌尔茨教授以及 Meielisalp 夏令营的参加者，他们给予的热情的欢迎，并且就风险均衡这一话题展开了不同角度的讨论。我还想感谢 2008 年以来那些邀请我参加学术及专业会议的人们，让我能就风险均衡技术及其应用发表演讲，特别是 Yann Braouezec, Rama Cont, Nathalie Columelli, Felix Goltz, Marie Kratz, Jean - Luc Prigent, Fahd Rachidy 和 Peter Tankov。我还要感谢埃夫里大学资产与风险管理硕士项目的 Jérôme Glachant 和其他同事，我担任了风险均衡课程的教学。我也要对出版社的编辑表示感谢，特别鸣谢 Sunil Nair，他们给了我支持、鼓励和建议。

我还要感谢这一主题的所有共同作者：Benjamin Bruder, Pierre Hereil, Sébastien Maillard, Jérôme Teïletche 和 Guillaume Weisang，以及和我一起就风险均衡进行研究工作的领先资产管理公司的同事们，特别鸣谢 Cyrille Albert - Roulhac, Florence Barjou, Cédric Baron, Benjamin Bruder, Zélia Cazalé, Léo Culerier, Raphael Dieterlen, Nicolas Gaussel, Pierre Hereil, Julien Laplante, Guillaume Lasserre, Sébastien Maillard, François Millet 和 Jean - Charles Richard。我还要感谢 Abdelkader Bousabaa, Jean - Charles Richard 和 Zhengwei Wu，他们对本书的初稿进行了仔细阅读。特别鸣谢 Zhengwei WU，他是一名优秀且高效的研究助手。

最后，我要向 Théo, Eva, Sarah, Lucie 和 Nathalie 表示深深的感谢，感谢他们在我写作期间给予的支持和鼓励。

蒂里·龙嘉利
巴黎，2013 年 1 月

^③ 该网页也向读者和教师提供有关本书的其他材料（如勘误表、代码、幻灯片等）。

符号和标记说明

符号表示

$\cdot$	标量乘法	β_i	资产 i 相对于组合 x 的贝塔系数
$\circ$	哈达玛 (Hadamard) 积: $(x \circ y)_i = x_i y_i$	$\beta_i(x)$	符号 β_i 的另一种表示
$\otimes$	克罗内克 (Kronecke 积 $A \otimes B$)	$\beta(x b)$	基准组合为 b 时组合 x 的贝塔系数
$ \mathcal{E} $	集合 $\mathcal{E}$ 的基数	$C(\text{或 } \rho)$	相关系数矩阵
$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$ 向量	$\mathbf{C}$	Copula 函数
$\mathbb{1}_{\{\mathcal{A}\}}$	若 $\mathcal{A}$ 为真, 则指标函数等于 1, 否则为 0	$C(t_m)$	时刻 t_m 时支付的息票
$\mathbb{1}_{\mathcal{A}}\{x\}$	若 $x \in \mathcal{A}$, 则特征函数等于 1, 否则为 0	$\text{cov}(X)$	随机向量 X 的协方差矩阵
$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$ 向量	$C_n(\rho)$	恒定相关系数矩阵 ($n \times n$), 其中 $\rho_{i,j} = \rho$
$(A_{i,j})$	第 i 行第 j 列的矩阵元 $A_{i,j}$ 组成的矩阵 A	D	特质风险的协方差矩阵
A^{-1}	矩阵 A 的逆	$\det(A)$	矩阵 A 的行列式
$A^{\top}$	矩阵 A 的转置	$\mathcal{DR}(x)$	组合 x 的分散化率
A^{+}	矩阵 A 的摩尔—彭罗斯伪逆矩阵	$\mathbf{e}_i$	第 i 行值为 1, 其他都为 0 的向量
b	基准组合 b 的权重向量 $(b_1, \dots, b_n)$	$\mathbb{E}[X]$	随机变量 X 的数学期望
$B_i(T)$	期限为 T 的零息债券在时刻 t 时的价格	$\mathcal{E}(\lambda)$	参数 λ 的指数概率分布
		$\text{ES}_{\alpha}(x)$	组合 x 在置信水平 α 下的期望亏空
		$f(x)$	概率密度函数 (pdf)

$F(x)$	累积分布函数 (cdf)	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	均值为 μ 、标准差为 σ 的高斯随机变量的概率分布
$\mathcal{F}$	风险因子向量 ($F_1, \dots, F_m$)		
$\mathcal{F}_j$	第 j 个风险因子	$\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$	均值为 μ 、协方差矩阵为 Σ 的高斯随机向量的概率分布
$F_t(T)$	期限为 T , t 时刻的瞬时远期利率	Ω	风险因子的协方差矩阵
$F_t(T, m)$	期间 Ω 为 $[T, T+m]$, 其中 t 时刻的远期利率	π	风险溢价向量 ($\pi_1, \dots, \pi_n$)
$\mathcal{G}$	基尼系数	$\tilde{\pi}$	隐含风险溢价向量 ($\tilde{\pi}_1, \dots, \tilde{\pi}_n$)
γ	马科维茨 γ 问题的参数 $\gamma = \phi^{-1}$	π_i	资产 i 的风险溢价: $\pi_i = \mu_i - r$
γ_1	偏度	$\tilde{\pi}_i$	资产 i 的隐含风险溢价
γ_2	超值峰度	$\pi(y x)$	切点组合为 x 条件下组合 y 的风险溢价: $\pi(y x) = \beta(y x)(\mu(x) - r)$
$\mathcal{H}$	赫芬达尔指数	Π	组合的利润/损失
i	资产 i	ϕ	二次效用函数的风险厌恶参数
I_n	n 维单位矩阵	$\phi(x)$	标准正态分布的概率密度函数
$IR(x b)$	基准组合为 b 时组合 x 的信息比率	$\Phi(x)$	标准正态分布的累积分布函数
$\ell(\theta)$	对数似然函数, 其中 θ 为估计的参数向量	$\Phi^{-1}(\alpha)$	标准正态分布累积分布函数的逆
ℓ_t	观察时刻 t 的对数似然函数	r	无风险资产收益率
$L(x)$	组合 x 的损失	r^*	到期收益率
$\mathcal{L}(x)$	组合 x 的杠杆指标	R	资产收益率向量 ($R_1, \dots, R_n$)
$\mathbb{L}(x)$	劳伦茨函数	R_i	资产 i 的收益率
λ	指数生存次数的参数	$R_{i,t}$	资产 i 在 t 时刻的收益率
MDD	最大回撤率	$R(x)$	组合 x 的收益率: $R(x) = x^\top R$
MR_i	资产 i 的边际风险	$\mathcal{R}(x)$	组合 x 的风险度量指标
μ	期望收益率向量 ($\mu_1, \dots, \mu_n$)	$R_t(T)$	期限为 T 时, 在 t 时刻的零息表率
μ_i	资产 i 的期望收益率		
$\hat{\mu}$	经验均值		
$\hat{\mu}_{1Y}$	年化收益率		
$\mu(x)$	组合 x 的期望收益率: $\mu(x) = x^\top \mu$		
$\mu(x b)$	当基准组合为 b 时组合 x 的跟踪误差的期望收益率		

RC_i	资产 i 的风险贡献度	$\sigma(X)$	随机变量 X 的标准差
RC_i^*	资产 i 的相对风险贡献度	SR_i	资产 i 的夏普比率:
$\Re$	回收率	$SR_i = SR(e_i r)$	
$\rho(\text{或 } C)$	资产收益率的相关系数矩阵	$SR(x r)$	无风险资产利率为 r 时, 组合 x 的夏普比率
$\rho_{i,j}$	资产 i 和 j 的收益率之间的相关系数	$t_v(x)$	自由度值为 v 的学生 t 分布的累积分布函数
$\rho(x, y)$	组合 x 和 y 之间的相关系数	$t_v^{-1}(\alpha)$	自由度值为 v 的学生 t 分布的累积分布函数的逆
$\bar{s}$	信用利差	$t_{\rho, v}(x)$	参数为 ρ 和 v 的多变量学生 t 分布的累积分布函数
$S_t(x)$	t 时刻的生存函数	$\tau(x)$	组合 x 的换手率
Σ	协方差矩阵	$\text{tr}(A)$	矩阵 A 的迹函数
$\hat{\Sigma}$	经验协方差矩阵	$\text{TR}(x b)$	基准组合为 b 的条件下, 组合 x 的特雷诺比率
σ_i	资产 i 的波动率	$\text{VaR}_\alpha(x)$	置信水平为 α 时组合 x 的风险价值
σ_m	市场组合的波动率	x	组合 x 的权重向量 $(x_1, \dots, x_n)$
$\tilde{\sigma}_i$	资产 i 的特质波动率	x_i	组合 x 中第 i 个资产的权重
$\hat{\sigma}$	经验波动率	x^*	最优组合
$\hat{\sigma}_{1Y}$	年化波动率		
$\sigma(x)$	组合 x 的波动率: $\sigma(x) = \sqrt{x^T \Sigma x}$		
$\sigma(x b)$	基准组合为 b 的条件下, 组合 x 跟踪误差的标准差		
$\sigma(x, y)$	组合 x 和 y 之间的协方差		

组合的标记

ERC	等权风险贡献度组合 x_{erc}	RB	风险预算组合 x_{rb}
EW	等权重组合 x_{ew}	RFP	风险因子均衡组合 x_{rfp}
MDP	最分散化组合 x_{mdp}	RP	风险均衡组合 x_{rp}
MSR	最大夏普比率组合 x_{msr}	WB	权重预算组合 x_{wb}
MV	最小方差组合 x_{mv}		
MVO	均值-方差最优 (马科维茨) 组合 x_{mvo}		