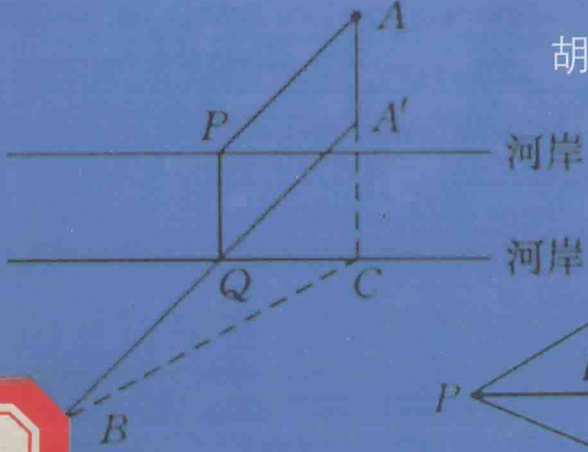
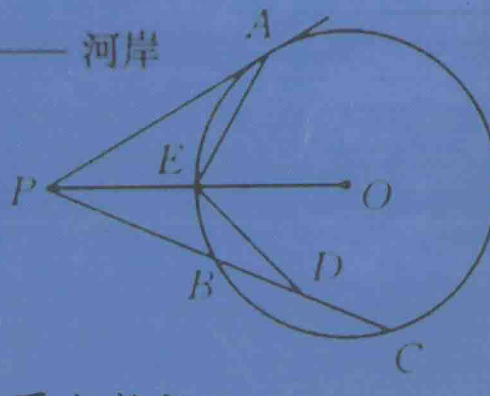
SHUXUE

初中数学应用题几何题大全

胡福根　编著





文匯出版社

初中数学应用题
几何题大全

胡福根　编　著

文 匯 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学应用题几何题大全/ 胡福根编著. —上海：文汇出版社，2004. 9

ISBN 7-80676-624-3

Ⅰ. 初…　Ⅱ. 胡…　Ⅲ. 数学课—初中—解题

Ⅳ. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 091246 号

初中数学应用题几何题大全

编　　著 / 胡福根

责任编辑 / 刘　刚
特约编辑 / 一　苇
封面装帧 / 卓东东

出版发行 / 文汇出版社
上海市威海路 755 号
(邮政编码 200041)
经　　销 / 全国新华书店
照　　排 / 南京展望文化发展有限公司
印刷装订 / 上海港东印刷厂
版　　次 / 2004 年 9 月第 1 版
印　　次 / 2005 年 7 月第 2 次印刷
开　　本 / 850×1168　1/32
字　　数 / 240 千
印　　张 / 10.75
印　　数 / 6 001-9 500

ISBN 7-80676-624-3/G·348
定价：16.00 元

前　　言

数学是门重要的工具科学，初中数学是基础课程，学生学好初中数学对现在学习、将来深造、工作都至关重要。初中数学应用题和几何证明题及综合题是初中数学重中之重，也是初中数学的精华。

应用题内容丰富、灵活多变。本书收集了不少与现实生活密切相关题，可以培养学生应用数学知识解决实际应用问题的能力，又体现了数学改革前进的方向，增强学生“用数学”的意识；几何证明题可以培养学生“逻辑思维”“逻辑推理”能力，提高学生证题能力，结合综合题也可解决实际问题。而这两方面的内容既是重点、又是难点，是学生学习上的薄弱环节。笔者为了帮助学生掌握重点、攻克难点、加强薄弱环节，特编著了一整套十二种类型应用题和十种类型的几何证明题及综合题，两者均详细介绍解题，证题方法还配备许多练习题，后附答案或详细解答，本书可供初一、初二、初三三个年级学生学习，是一本可读性很强的数学辅导书。

本书既可以提高学生学习成绩，又可供初中数学教师在教学上参考。

限于水平，如有不妥之处欢迎读者批评指正。

胡福根

目　　录

第一章　应用题分类题解

初中数学应用题，内容丰富、灵活多变，有些问题一时难以解答，但怎样来解应用题呢？

主要方法是：

1. 需要将题目分析清楚方知问题的本质所在，理解题意后，找出题中已知量、未知量之间的数量关系列出方程去解.

2. 如有公式、关系式可依循，则可根据公式、关系式列出方程去解.

3. 如遇到复杂问题，可分化成许多简单问题，然后综合起来去解，或从源头开始，先化成一个单位，然后逐步推广去解.

4. 借助图形列出方程去解.

5. 其它方法：如用比例方法、还原法、转化法等. 兹不多述，读者可以从本书例题、练习题解题中逐渐悟出各种各样方法，培养自己解决问题的能力.

一、稀　释　类

关系式

1. 溶质=溶质

2. $\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$=浓度百分比

溶质=溶液×浓度百分比

诸如纯酒精、盐、糖、洗衣粉等是溶质；非纯酒精、盐水、糖水、洗衣粉水等是溶液.

3. $\begin{cases} x+y=a \\ x\cdot b\%+y\cdot c\%=a\cdot d\% \end{cases}$

4. 一种酒精溶液，其中纯酒精和水之比是 $a:b$（重量之比），可以写为含纯酒精为$\frac{a}{a+b}$.

含水为 $\frac{b}{a+b}$.

例 1 把浓度为 90%的酒精稀释成 70%的消毒酒精 450 克，问需要 90%的酒精多少克？

解：根据关系式：溶质=溶质

可列出方程使方程两边溶质相等.

设需要 90%的酒精 x 克.

按题意得：$x90\% = 450 \times 70\%$

$90x = 31\,500 \quad x = 350$

$450 - 350 = 100$

答：需要 90%的酒精 350 克，然后加入蒸馏水 100 克便可稀释成浓度为 70%的消毒酒精 450 克.

例 2 有一台自动洗衣机，洗衣缸内可容纳洗衣水和衣服共 25 千克，已放入的衣服重 8 千克，所需洗衣粉的浓度为 0.4%，已放入两匙洗衣粉，（1 匙约 0.02 千克）问还需加入的洗衣粉和水各多少千克才能使洗衣粉的浓度保持为 0.4%.

解：设需要加水 x 千克，洗衣粉 y 千克，根据关系式：

$$\begin{cases}(\text{水}+\text{洗衣粉}+\text{衣服})\text{重量}=\text{总重量}\\ \text{溶质}=\text{溶质}\end{cases}$$

按题意得：$\begin{cases}x+(y+0.02\times 2)+8=25\\ 0.02\times 2+y=(25-8)\times 0.4\%\end{cases}$

即 $\begin{cases}x+y=16.96 & (1)\\ y=0.028 & (2)\end{cases}$

将(2)代入(1) $\quad x = 16.96 - 0.028 = 16.932$

$\therefore \begin{cases} x = 16.932 \\ y = 0.028 \end{cases}$

答： 还需要加水 16.932 千克，洗衣粉 0.028 千克（1 匙多一点）.

例 3　农村村民用氨水施肥，先要稀释成浓度为 0.15%的氨水，现在有浓度为 6%的氨水 50 千克，使用时需要加水多少千克？

解： 设需要加水 x 千克.

根据关系式：$\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶液}} = \text{浓度百分比}$

按题意得：$\dfrac{6\% \times 50}{50 + x} = 0.15\%$

化简　$300 = 7.5 + 0.15x$

解得　$x = 1\,950$

答： 需要加水 1 950 千克.

例 4　有浓度为 20%的盐水 200 克，要得到浓度为 60%的盐水，应加盐多少？

解： 根据关系式：$\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶液}} = \text{浓度百分比}$

设加盐 x 克，按题意得：$\dfrac{20\% \times 200 + x}{200 + x} = 60\%$

$4\,000 + 100x = 12\,000 + 60x$

$40x = 8\,000 \quad x = 200$

答： 应加盐 200 克.

注：从例 3、例 4 中得出一般规律：加水时，x 加在分母上，加盐（溶质）时，分子、分母同加 x.

例 5　要用浓度 8%的盐水和浓度为 5%的盐水混合制成浓度 6%的盐水 300 克，问这两种盐水各需多少克？

解： 根据关系式：$\begin{cases} x + y = a \\ x \cdot b\% + y \cdot c\% = a \cdot d\% \end{cases}$

设取 8%的盐水 x 克取 5%的盐水 y 克,按题意得:

$$\begin{cases} x+y=300 \\ x\cdot 8\%+y\cdot 5\%=300\times 6\% \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} x+y=300 & (1) \\ 8x+5y=1\,800 & (2) \end{cases}$$

由(1) $x=300-y$ (3) 代入(2)

$8(300-y)+5y=1\,800$ $3y=600$ $y=200$

代入(3) $x=300-y=300-200=100$

$$\therefore \begin{cases} x=100 \\ y=200 \end{cases}$$

答: 需用 8%的盐水 100 克和 5%的盐水 200 克,混和后便可得 6%的盐水 300 克.

例 6 有两种糖水,第一种是浓度为 15%的糖水 20 克,第二种是浓度为 40%的糖水 10 克,要配制成 20%的糖水 30 克,问在这两种糖水中怎样取法混和后才能配制成 20%的糖水 30 克.

解: 设在浓度为 15%的糖水中取 x 克,在浓度为 40%的糖水中取 y 克.

根据关系式:
$$\begin{cases} x+y=30 \\ x\cdot 15\%+y\cdot 40\%=30\times 20\% \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} x+y=30 & (1) \\ 15x+40y=600 & (2) \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=24 \\ y=6 \end{cases}$$

应在浓度为 15%的糖水中取 24 克,在浓度为 40%的糖水中取 6 克,但浓度为 15%的糖水只有 20 克尚缺 4 克怎么办? 而应在 40%的糖水中再取出一部分然后加入一定量的水以补足之. 但怎样取呢? 可与例 1 一样取法.

设在浓度为 40%的糖水中再取 z 克.

根据关系式：溶质 = 溶质

按题意得：$z \cdot 40\% = 4 \times 15\%$，$40z = 60$，$z = 1.5$ 克

$4 - 1.5 = 2.5$

所以从40%的糖水中再取出1.5克然后加入2.5克的水便可稀释成浓度为15%的糖水4克.

答：应先在第一种浓度为15%的糖水中全部取出20克，从第二种浓度为40%的糖水中先取出6克再取出1.5克加入2.5克水便可得浓度为15%的糖水4克.最后一并混和后便可制成浓度为20%的糖水30克.

例7　某制药厂生产生理盐水500千克，因含盐太高，所以加入349千克蒸馏水稀释，但此时含盐又太低再加入纯盐1千克，配制成所需要的含盐浓度为0.8%的生理盐水，求原来盐水的浓度.

解：设原来盐水浓度为 x，加入349千克蒸馏水后盐水浓度为 y.

根据关系式：$\dfrac{500 \cdot x}{500 + 349} = y$

因此时含盐又太低再加入纯盐1千克.

又根据关系式：$\dfrac{500x + 1}{500 + 349 + 1} = 0.8\%$

解得　$x = 0.0116 = 1.16\%$

答：原来盐水的浓度为1.16%.

例8　把含盐浓度为15%的盐水 a 千克与含盐浓度为20%的盐水 b 千克混合后得到的盐水的浓度是多少？

解：设混合后得到的盐水浓度为 y.

根据关系式：溶质 = 溶质

按题意得：$a \cdot 15\% + b \cdot 20\% = (a + b)y$

$\therefore y = \dfrac{a \cdot 15\% + b \cdot 20\%}{a + b}$

答：混合后得到的盐水浓度为$\dfrac{a\cdot15\%+b\cdot20\%}{a+b}$.

例 9 有两种硫酸溶液，第一种硫酸 1.2 升和水 1.8 升合成稀溶液，第二种硫酸 0.9 升和水 0.3 升合成浓溶液，现在要混合成硫酸和水各一半的溶液 1.4 升，问两种溶液各用多少升？

解：此题先求出两种溶液的浓度百分比，然后可解之.

根据关系式：第一种：$\dfrac{1.2}{1.2+1.8}=0.4=40\%$

第二种：$\dfrac{0.9}{0.9+0.3}=0.75=75\%$

设从第一种浓度为 40%的硫酸中取用 x 升，

从第二种浓度为 75%的硫酸中取用 $(1.4-x)$ 升.

根据关系式：溶质 = 溶质

按题意得：$40\%x+75\%(1.4-x)=50\%\times1.4$

$35x=35$，$x=1$

$1.4-1=0.4$

答：从第一种浓度为 40%的硫酸中取用 1 升，

从第二种浓度为 75%的硫酸中取用 0.4 升.

例 10 有浓度为 4%的盐水若干克，蒸发了一些水分变成浓度为 10%的盐水，再加进 300 克浓度为 4%的盐水混合后变成浓度为 6.4%的盐水，问最初的盐水有多少克？

解：设最初浓度为 4%的盐水 x 克，蒸发了的水分为 y 克.

根据关系式：$\begin{cases}\dfrac{x\cdot4\%}{x-y}=10\%\\[2ex]\dfrac{(x-y)10\%+300\times4\%}{x-y+300}=6.4\%\end{cases}$

即 $\begin{cases}6x=10y\\3.6x-3.6y=720\end{cases}$

解得　$\begin{cases}x=500\\y=300\end{cases}$

答：最初的盐水有 500 克.

例 11　有浓度为 25%的农药一瓶，为了加水稀释到浓度为 5%再使用. 问应加入原来农药重量几倍的水？

解：设原来农药重量为 x，则应加 nx 的水，根据关系式：

$$\frac{x\cdot 25\%}{x+nx}=5\%$$

$$\frac{25x}{100}=\frac{5(x+nx)}{100}$$

$$25x=5x+5nx\quad 25=5+5n\quad 5n=20$$

$$n=4$$

答：应加原来农药重量的 4 倍.

例 12　一种酒精溶液重 600 克，其中纯酒精和水之比为 7∶3，问纯酒精和水各重多少克？

解：根据前面所介绍的纯酒精和水之比为 $a:b$，可写为含纯酒精为 $\frac{a}{a+b}$，含水为 $\frac{b}{a+b}$，所以该种酒精溶液含纯酒精为 $\frac{7}{7+3}=\frac{7}{10}$，含水为 $\frac{3}{7+3}=\frac{3}{10}$.

设纯酒精为 x 克，根据关系式：$x=600\times\frac{7}{10}$　$x=420$　设水为 y 克，则 $y=600\times\frac{3}{10}$　$y=180$

答：其中纯酒精为 420 克，水为 180 克.

例 13　一个容器盛满纯酒精 20 升，第一次倒出若干升后用水加满，第二次倒出同样的升数，这时容器里剩下的纯酒精 5 升. 问每次倒出的酒精多少升？

解：设每次倒出来的酒精为 x 升，则第一次倒出 x 升后剩在

容器里的纯酒精为 $(20-x)$ 升，用水加满后，这时容器中的酒精不是纯酒精，其浓度为 $\frac{20-x}{20}$.

根据关系式：溶质 = 溶液 × 浓度百分比

所以第二次倒出 x 升溶液中所含的纯酒精为 $\left(x \cdot \frac{20-x}{20}\right)$ 升.

按题意得：$20-x-x \cdot \frac{20-x}{20}=5$

$(20-x)\left(1-\frac{x}{20}\right)=5$，$(20-x)\left(\frac{20-x}{20}\right)=5$

$(20-x)^2=100 \quad 20-x=\pm 10$

$x_1=10 \quad x_2=30$(不合题意舍去)　取 $x=10$

答：每次倒出的酒精 10 升.

例 14　有纯农药一桶，倒出 8 升后用水补满，然后又倒出 4 升再用水补满，这时桶中纯农药与水的容积之比为 18∶7，求桶的容积.

解：设桶的容积为 x 升，则第一次倒出 8 升后剩在桶里的纯农药为 $(x-8)$ 升. 第二次倒出的纯农药根据关系式为 $4 \cdot \frac{x-8}{x}$，而桶中的水为 x 减去桶中纯农药，按题意得：

$$\frac{x-8-4 \cdot \frac{x-8}{x}}{x-\left(x-8-4 \cdot \frac{x-8}{x}\right)}=\frac{18}{7}$$

化简整理：$7x^2-300x+800=0$

$(7x-20)(x-40)=0 \quad x_1=\frac{20}{7}$(舍去)　$x_2=40$

答：桶的容积为 40 升.

例 15　甲杯里有酒精 10 升，乙杯里有水 10 升，两杯均未盛

满，先从甲杯取出酒精若干升倒入乙杯，再从乙杯取出同量的混合液倒入甲杯，这时甲杯里的酒精和水的比是 5∶1，问第一次从甲杯里取出的酒精有多少升？

解： 设第一次从甲杯里取的酒精为 x 升，而从乙杯里取出同量的混合液中所含纯酒精的浓度为 $\frac{x}{10+x}$. 根据关系式：

$$溶质=溶液\times浓度百分比$$

所以从乙杯里倒出同量的混合液到甲杯里所含的纯酒精为 $x\cdot\frac{x}{10+x}$，这时甲杯里所含的水为 10 减去杯里纯酒精，按题意得：

$$\frac{10-x+x\cdot\frac{x}{10+x}}{10-\left(10-x+x\cdot\frac{x}{10+x}\right)}=\frac{5}{1}$$

化简整理：$50x=100$

$x=2$

答： 第一次从甲杯里取出的酒精为 2 升.

二、合　金　类

关系式和其他形式

1. $\begin{cases}x+y=a\\x\cdot b\%+y\cdot c\%=a\cdot d\%\end{cases}$

2. 有一块合金含金银之比为：$a:b$（重量之比）可写为含金为 $\frac{a}{a+b}$，含银为 $\frac{b}{a+b}$.

3. 有一块合金含金、银、铜之比为：$a:b:c$（重量之比），可写为含金为 $\frac{a}{a+b+c}$，含银为 $\frac{b}{a+b+c}$，含铜为 $\frac{c}{a+b+c}$.

例 1 有两种合金，第一种含金 90%，第二种合金含金 80%，这两种合金各取多少克，熔化以后才能得到含金 82.5%的合金 100 克？

解： 设在第一种合金中取 x 克，第二种合金中取 y 克.

根据关系式得：$\begin{cases} x+y=100 \\ x\cdot 90\%+y\cdot 80\%=100\times 82.5\% \end{cases}$

即 $\begin{cases} x+y=100 & (1) \\ 9x+8y=825 & (2) \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=25 \\ y=75 \end{cases}$

答： 在第一种合金中取 25 克，第二种合金中取 75 克.

例 2 有两块含铅、锡的合金，第一块含铅 40 克、含锡 10 克，第二块含铅 3 克、含锡 27 克，要得到含铅 62.5%的合金 40 克，问应取每块合金各多少克？

解： 先求出两块合金分别含铅的百分比，然后可解之.

根据关系式：

第一块合金含铅的百分比：

$$\frac{40}{40+10}=0.8=80\%$$

第二块合金含铅的百分比：

$$\frac{3}{3+27}=0.1=10\%$$

设取第一块合金 x 克，第二块合金 y 克.

根据关系式：$\begin{cases} x+y=40 \\ x\cdot 80\%+y\cdot 10\%=40\times 62.5\% \end{cases}$

即 $\begin{cases} x+y=40 & (1) \\ 80x+10y=2\,500 & (2) \end{cases}$

解得　$\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$

答： 从第一块合金中取 30 克，从第二块合金中取 10 克.

例 3　甲种铁矿石含铁的百分比是乙种铁矿石的 1.5 倍，甲种铁矿石 5 份，与乙种铁矿石 3 份混合成的铁矿石含铁 52.5%，求各种铁矿石含铁的百分数.

解： 设乙种铁矿石含铁的百分数为 $x\%$，则甲种铁矿石含铁的百分数为 $1.5x\%$，根据关系式：

$$5 \times 1.5x\% + 3x\% = 8 \times 52.5\% \text{（两边含铁相等）}$$

$$10.5x = 420 \quad x = 40 \quad 1.5x = 1.5 \times 40 = 60$$

答： 甲种铁矿石含铁 60%，乙种铁矿石含铁 40%.

例 4　玻璃厂熔炼玻璃液，原料是由石英砂和长石粉混合而成，要求配料中含二氧化硅 70%，根据化验，石英砂中含二氧化硅 99%，长石粉中含二氧化硅 67%，在 5 吨原料中石英砂和长石粉各需多少吨？

解： 设需石英砂 x 吨，长石粉 y 吨，根据关系式：

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x \cdot 99\% + y \cdot 67\% = 5 \times 70\% \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} x + y = 5 & (1) \\ 99x + 67y = 350 & (2) \end{cases}$$

由(1) $y = 5 - x$　(3)　代入(2)

$99x + 67(5 - x) = 350 \quad 32x = 15$

$x = \frac{15}{32}$ 代入(3)　$y = 5 - x = 5 - \frac{15}{32} = \frac{145}{32} = 4\frac{17}{32}$

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{15}{32} \\ y = 4\frac{17}{32} \end{cases}$$