

双语言多准则 决策方法

Duplex Linguistic MCDM Methods

杨恶恶◎著



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

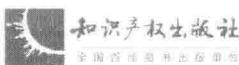
本书受国家自然科学基金项目(71401185),中国博士后科学基金特别资助项目(2015T80869),

湖南省哲学社会科学基金项目(15YBA408)资助

双语言多准则 决策方法

Duplex Linguistic MCDM Methods

杨恶恶◎著



图书在版编目 (CIP) 数据

双语言多准则决策方法/杨恶恶著. —北京：知识产权出版社，2016.11

ISBN 978 - 7 - 5130 - 4612 - 1

I. ①双… II. ①杨… III. ①决策方法—研究 IV. ①C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 283366 号

内容提要

语言多准则决策是现代多准则决策研究的一个重要方向，有着广泛的实际应用价值。书中提出了双语言集来同时表达决策者利用结构化语言标度对备选方案进行评价的结果及其信心水平。随后，在书中所开发的级别高关系、语义占优、语义规划等相关技术的基础上，提出了若干种解决双语言环境下不确定多准则决策问题的方法，并结合实例对这些方法进行了讨论。

责任编辑：李 瑾

责任出版：孙婷婷

双语言多准则决策方法

杨恶恶 著

出版发行：知识产权出版社有限责任公司 网 址：<http://www.ipph.cn>
社 址：北京市海淀区西外太平庄 55 号 邮 编：100081
责编电话：010-82000860 转 8392 责编邮箱：lijin.cn@163.com
发行电话：010-82000860 转 8101/8102 发行传真：010-82000893/82005070/82000270
印 刷：北京中献拓方科技发展有限公司 经 销：各大网上书店、新华书店及相关专业书店
开 本：787mm×1092mm 1/16 印 张：15.5
版 次：2016 年 11 月第 1 版 印 次：2016 年 11 月第 1 次印刷
字 数：300 千字 定 价：48.00 元
ISBN 978-7-5130-4612-1

出版权专有 侵权必究

如有印装质量问题，本社负责调换。

摘要

语言多准则决策是现代多准则决策研究的一个重要方向，在诸多领域中有着广泛的应用背景。尽管针对语言多准则决策的研究已取得了丰硕的成果，但无论理论还是应用方面，现有研究均还存在许多尚待解决的问题，尤其是在处理语言信息的不确定性特征方面还很不成熟。为此，本文提出了双语言集的概念，并针对双语言环境下的不确定多准则决策问题加以系统研究，本书的主要工作包括：

- (1) 提出了双语言集的概念。可以利用它同时表达对备选方案在准则下表现的评价和决策者对该评价的信心水平。这一工具与传统的语言变量相比，能够更好地包容决策过程中来自不同源头的不确定性。
- (2) 定义了双语言集间的优势关系，并在此基础上建立了方案间的级别高关系。利用级别高关系，综合方案间两两比较的结果，可以得到方案间的不完全序。
- (3) 在上述级别高关系的基础上，进一步扩展得到了一种双语言多准则分组评级决策方法。该方法利用一组标志性的虚拟参考方案，通过备选方案与这些虚拟参考方案相比较而将方案划分进合适的分组中。适用于备选方案较多、不便于方案间两两比较时对方案进行初步评价的决策环境。本书将其用于处理城市绿化树种选择问题，取得了较好的效果。
- (4) 提出了语义占优技术，并证明了五种典型的语义结构下所对应的语义占优规则，研究了不同语义占优的性质。利用这一组规则，提出了基于语义占优的双语言多准则决策步骤，从而挑选出“非劣”方案的集合。
- (5) 为了尽可能多地获得方案间偏好关系，并减少对语言变量的语义

设定施加过多人为影响，通过建立语义规划模型对语言变量的语义加以设定，语言变量中包含的不完全偏好通过模型的限制条件表示，并提出了两种利用语义规划技术的双语言多准则决策方法。

(6) 针对权重信息不完全的双语言多准则决策问题进行了研究，提出了基于扩展语言运算的两种决策方法。其中一种方法将决策过程看作是决策者与自然间的博弈，利用矩阵博弈理论对准则权重加以设定；而另外一种方法则通过最大化模型离差来设定权重。

(7) 提出了直觉正态云模型来处理双语言多准则决策问题，决策者给出的决策信息被看作是方案的综合评价云中部分云滴的集合，通过这些云滴可估计出该评价云的相关参数，随后，利用所设计的云发生算法运用蒙特卡洛技术产生云滴并对云滴计分加以统计，进而对不同方案的综合评价云加以比较排序。

(8) 将所提出的双语言多准则决策技术应用于新能源公交车选型决策案例中，通过综合运用上述方法，可以揭示蕴含在双语言决策信息之内的决策者偏好，帮助决策者更好地理解问题和影响方案间偏好的具体因素，从而帮助其得到更加理性的决策结果，提高决策质量。

关键词：语言模型；决策分析；多准则；多属性；语义

分类号：C934

Abstract

Linguistic multi – criteria decision – making (MCDM) problem is an important research topic in the nowadays MCDM theory. It has widely application background in many fields. Although the linguistic MCDM research has achieved fruitful results , the existing methods still have many unsolved problems in both theory and application aspects. Especially , they are very immature in handling the uncertainty in linguistic information. Thereby , the duplex linguistic (DL) sets are introduced in the thesis. Moreover , the uncertain MCDM problems under duplex linguistic environment are studied systematically. It includes :

(1) Defined the DL set , which can be used to express the evaluation for an alternative with respect to a criterion and the confidence on such evaluation simultaneously. Comparing to the classical linguistic variable , the DL set can comprise the uncertainty from different sources.

(2) Defined the dominance relation between DL sets , and established the outranking relation between alternatives based on such dominances. Integrating the outranking relations after pairwise comparing the alternatives , the partial order of alternatives is reached.

(3) Based on the outranking relation above , a DL multi – criteria classifying and rating method is proposed. By comparing the alternatives to a group of virtual reference alternatives , the evaluated alternatives are classified into the proper groups. This method is suitable for solving the problem that involves too many alternatives to compare them pairwise. An urban tree species selection was

conducted by using this method.

(4) The semantic dominance (SD) technique is proposed. The SD rules about five typical semantics structures were proved, and the properties of SD were studied. The DL MCDM procedure based on SD was introduced to find all the “non – inferior” alternatives.

(5) For obtaining the preferences about the alternatives as much as possible, and avoiding assigning the semantics to the linguistic variables artificially, a semantic programming model was introduced to set the semantics to the linguistic variables. The incomplete preference involving in the linguistic variables are expressed by the constraints of the model. Two DL MCDM methods based on semantic programming are introduced.

(6) For handling the DL MCDM problems with incomplete weights, two methods based on the computing with expanded linguistic variables are proposed. One of them regards the decision as a game between decision makers and the nature, and set the weights with a matrix game. The other method sets the weights to maximize the deviation of the model.

(7) The intuitionistic normal cloud model is proposed for solving the DL MCDM problems. The decision information is regarded as the drop sets of the clouds that evaluate the alternatives. Parameters of these clouds then can be estimated from such drops. Further, the drops of these clouds are generated by using the cloud – generating algorithm. The statistical results of the drop score can be used to rank the clouds.

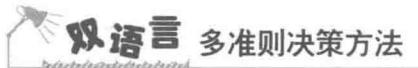
(8) The methods proposed are used to select the alternative fuel bus species. These methods reveal more detail of the preference that involves in the DL decision information. They help the decision maker to understand the problem and the factors that affect the preferences, thus make decision more reasonable.

Keywords: Linguistic model, decision analysis, multi – criteria, multi – attribute, semantics

Classification: C934

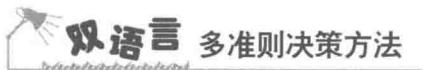
目 录

0 絮 论	(1)
0.1 研究背景及意义	(1)
0.1.1 研究背景	(1)
0.1.2 研究目的及意义	(3)
0.2 国内外研究现状	(4)
0.2.1 语言变量与语言模型	(4)
0.2.2 词计算与语言信息集结	(5)
0.2.3 语言多准则决策	(9)
0.3 研究内容和本书结构	(13)
1 多准则决策预备知识	(15)
1.1 多准则决策及其特点	(16)
1.1.1 多准则决策的求解过程	(16)
1.1.2 多准则评价	(17)
1.1.3 价值判断	(19)
1.2 多准则决策问题的要素	(20)
1.2.1 决策单元和决策人	(20)
1.2.2 目标集（准则体系）及其递阶结构	(20)
1.2.3 属性集和代用属性	(20)
1.2.4 决策形势	(22)



1.2.5	决策规则	(23)
1.2.6	非劣解与最佳调和解	(24)
1.3	多准则决策的准备工作	(24)
1.3.1	决策矩阵	(25)
1.3.2	数据预处理	(26)
1.3.3	方案筛选	(31)
1.4	权重及其设定	(32)
1.4.1	主观赋权法	(32)
1.4.2	客观赋权法	(36)
2	基于级别高关系的双语言多准则决策方法	(40)
2.1	双语言变量及其相关概念	(41)
2.1.1	语言变量	(41)
2.1.2	双语言变量及其占优关系	(42)
2.2	基于级别高关系的双语言多准则决策方法	(45)
2.2.1	双语言信息下的级别高关系	(46)
2.2.2	双语言多准则决策步骤	(48)
2.2.3	算例	(50)
2.3	级别高关系下的双语言多准则分组评级决策方法	(57)
2.3.1	双语言多准则分组评级步骤	(58)
2.3.2	实例分析	(61)
2.4	本章小节与讨论	(65)
3	基于语义占优的双语言多准则决策方法	(67)
3.1	基础概念	(68)
3.2	多准则语义占优规则	(76)
3.2.1	关于序语义函数集的多准则语义占优规则	(76)
3.2.2	关于负偏心语义函数集的多准则语义占优规则	(79)
3.2.3	关于正偏心语义函数集的多准则语义占优规则	(83)
3.2.4	关于向心语义函数集的多准则语义占优规则	(87)

3.2.5 关于离心语义函数的多准则语义占优规则	(93)
3.3 多准则语义占优关系的性质	(100)
3.4 基于语义占优的双语言多准则决策过程	(103)
3.5 算例	(105)
3.5.1 序语义占优下的决策分析	(106)
3.5.2 负/正偏心序语义占优下的决策分析	(108)
3.5.3 向/离心序语义占优下的决策分析	(112)
3.6 本章小节与讨论	(115)
4 基于语义规划的双语言多准则决策方法	(119)
4.1 语言变量所表达的不完全偏好信息	(120)
4.1.1 语义结构中心对称	(120)
4.1.2 语义结构负/正偏心	(124)
4.2 基于语义规划的语言双语言多准则加权和法	(125)
4.2.1 最大区分度语义指派	(125)
4.2.2 最大区分度双语言多准则决策具体步骤	(128)
4.2.3 算例	(129)
4.3 基于语义规划的双语言 TOPSIS	(140)
4.3.1 利用最大离差法设定语义值	(141)
4.3.2 双语言 TOPSIS 的具体决策步骤	(143)
4.3.3 算例	(144)
4.4 本章小节与讨论	(148)
5 基于扩展语言运算的不确定权重双语言多准则决策	(150)
5.1 基本概念	(150)
5.2 不确定权重信息	(154)
5.3 矩阵博弈不确定权重双语言多准则决策方法	(156)
5.3.1 双人矩阵博弈	(157)
5.3.2 基于矩阵博弈的权重设定	(158)
5.3.3 算例	(161)



5.4 离差最大化的不确定权重双语言多准则决策方法	(164)
5.4.1 基于离差最大化权重设定	(164)
5.4.2 算例	(165)
5.5 本章小节与讨论	(166)
6 基于直觉正态云的双语言多准则决策方法	(167)
6.1 直觉正态云及其相关定义	(168)
6.2 直觉正态云发生算法与大小比较	(174)
6.2.1 直觉正态云发生算法	(174)
6.2.2 基于蒙特卡洛模拟的直觉正态云的比较	(175)
6.3 双语言变量模糊区间表示法	(176)
6.4 基于蒙特卡洛模拟的直觉正态云双语言多准则决策方法	(177)
6.5 算例	(180)
6.6 本章小节与讨论	(185)
7 双语言信息环境下的新能源公交车选型决策分析	(187)
7.1 可选方案描述	(188)
7.2 评价准则	(190)
7.3 方案评价过程	(191)
7.4 评价信息分析	(194)
7.4.1 初步分组评级	(194)
7.4.2 语义占优分析	(195)
7.4.3 语义规划分析	(210)
7.5 本章小节与讨论	(213)
8 总结与展望	(214)
8.1 研究的主要工作和创新点	(214)
8.2 展望	(216)
参考文献	(218)

0 緒論

0.1 研究背景及意义

0.1.1 研究背景

决策是指为了达到特定目的而在众多的可行性方案中进行选择的过程，它包括了评估、比较、判断在内的一系列心理活动^[1]，是人类经济生活中的一项基本行为，是人们开始行动的先导，在个人、组织甚至社会发展过程中，起着关键性作用。

在大多数决策问题中，决策者头脑中很少能具有清晰的单一决策准则^[2]。而且许多的决策问题若仅采用单一的准则加以决策，也不足以反映出日益复杂的社会系统中多维的且往往是相互冲突的价值取向，尤其是在许多社会经济问题中，仅采用单一准则决策会使得许多社会和环境维度下的关键属性被忽视。因此，决策者需要同时考虑多个评价准则以分析备选方案的表现。这种从有限个明确的备选方案中选择最为合适的行动方案，而每个方案在不同方面的表现通过有限个准则加以评价的决策问题被称为多准则决策（multi-criteria decision making, MCDM）问题，也称多属性决策（multi-attribute decision making, MADM）问题。

然而，由于决策问题面对的是未来可能发生的事件，实际决策中会遇到环境复杂多变、决策者的主观判断偏误、时间紧迫等因素的制约，使得决策数据变得不准确、不确定，这些不确定性往往具有非概率化的特征，因为他

们是与“意义”的不精确与模糊相联系的^[3]，Roy 阐述了这种根植于决策问题内天然的模糊性（fuzziness）^[4]。但在传统的多准则决策模型中，却需要先用精确数字对所有的决策信息加以表达^[5,6]，这种要求与实际决策中的天然模糊性产生了极大的不协调，因为作为一种人类与生俱来的能力，实际决策并不需要对备选方案进行精确且完备的测量就能完成。这一事实促使许多研究者利用模糊集理论^[7]来对决策过程中的不确定性和模糊性加以建模^[8,9]，并发展出模糊多准则决策（fuzzy multi-criteria decision making, FMCDM）^[10]理论。

由于语言是描述模糊信息的天然工具，因此，在模糊多准则决策中，利用语言代替数字表达决策信息可以更加接近人类的认知过程^[11]。也就是说，对方案在各准则下的表现可以利用语言变量（linguistic variable）加以表示^[12]。所谓的语言变量指的是一种结构化的语言信息，它的形式为一条自然语言或人工语言（artificial language）中的句子或词。通常，决策者会将若干个规定了顺序的语言变量排列为一个有序语言标度（linguistic ordered scale），由于这种标度的各语言项具有明确的意义，因此它更容易被决策者正确使用，比起普通的序标度而言更具吸引力^[13]。实际上，以自然语言短语形式给出决策信息的决策问题广泛存在，如在人事综合考核、汽车性能评估、项目评估、企业过程管理、供应链管理中都能找到相关的例子。人们对一些定性或者难以用数字说明的指标往往倾向于给出语言的评估信息（如很好、良、一般、差等），因此，语言多准则决策方法具有重要的实际应用价值。

针对语言多准则决策的相关研究起步较晚，其理论和方法研究尚未完全成熟，但已受到国内外学者的广泛关注，取得了众多成果^[14-24]。不过，现有语言决策问题中多暗含了这样的假设，即决策者对备选方案在某准则下表现的看法完全隶属于决策者对该表现所给出的语言评价，没能准确展现决策者对其评价的信心水平^[25]。例如，当某决策者对两个候选人的工作表现同样给出“不错”的评语时，他很可能对这两个评价持有不同的信心，这种信心的区别多来自于其所占有信息的数量与质量。在上例中，决策者对和他同一办公室的候选人给出评价的信心水平就很可能高于对来自其他办公室的候选人所做的评价。而传统的语言变量无法体现这种信心水平的差别，因此，本文对传统的语言变量进行了扩展，得到了双语言变量

并应用于多准则决策问题中。这种变量包含了一对语言项，其中第一个语言项用以描述某准则下的评价结果，另外一个语言项则用来表示评价对象的表现对该评价结果的隶属程度，从而反映出决策者对评价结果的信心。

本研究与导师已申请的国家自然科学基金项目密切相关，在已有研究的基础上，对适合双语言多准则决策方法与相关技术进行系统研究，以丰富和发展语言多准则决策理论，以期为国民社会、经济问题中的科学决策提供依据和借鉴，以提高决策质量、降低决策风险。

0.1.2 研究目的及意义

(1) 研究目的。

本书针对准则值为双语言变量的多准则决策问题展开系统研究，在级别高关系、语义占优、语义规划等相关技术的基础上，提出解决权重确定和权重未知的双语言多准则决策问题的决策分析方法，以协助决策者对备选方案进行分析并求解满意方案。

(2) 研究意义。

在实际多准则决策中，由于受到多种因素的制约，使得决策者一方面难以对方案在某准则下的表现加以精确评价，另一方面更难以对所给出的不同评价具有同样的信心。如果采用双语言集，则能利用一对语言变量同时刻画决策者的这种不确定评价和对该评价的信心水平，因此，它能更好地包容评价过程中的不确定性。对于双语言信息环境下的多准则决策问题，目前尚缺少有效的决策方法。本书针对此类问题加以系统研究，具有重要的理论价值与现实意义。

在理论上，本书综合应用管理科学、运筹学、模糊数学、人工智能等多学科的知识，提出一组方法解决用双语言集表示准则值的语言多准则决策问题，并处理问题中所包含的不确定性，从而丰富和完善多准则决策理论，充实多准则决策方法库，而在研究中所提出的几种技术能够为解决现有语言多准则决策研究中几个关键性理论难题提供新的解决框架；实践上，本书所提出方法可望应用于社会经济生活和企事业管理部门中，辅助相关管理人员决策，以降低决策风险，提高决策质量。

0.2 国内外研究现状

接下来从语言变量与语言模型、词计算与语言信息集结、语言多准则决策方法三个方面介绍与本研究相关的国内外研究现状。

0.2.1 语言变量与语言模型

语言变量 (linguistic variable)^[12,26] 指的是“值非数字而是自然或人工语言中的词或句子的变量”^[12]。应用语言变量替代数字变量的主要原因在于，语言一般来说比数字具有更少的特殊性，更加接近人类表达和应用知识的方式，能很自然地表达出不确定或者不完全信息。而信息的不精确和不完整也恰恰是真实世界中的最常见状态。

近年来，针对语言变量的一类重要的研究是将普通的语言变量加以改进以更好地表示语言决策信息。例如，扩展语言标度^[27] 在原有的语言标度中引入虚拟语言项以防止语言信息处理后的信息丢失问题，许多后续的针对语言多准则决策的研究也以此为基础^[28-30]；二元语义模型^[14] 与扩展语言标度类似，区别在于表示语言变量时将语言项表示为语言部和语言部偏离量两部分，该模型也是现有语言决策问题中常用的信息表达方式^[18,31-33]，Martinez 等^[32] 综述了决策中二元语言模型的延伸、应用和挑战；不确定语言数^[34]（即区间语言数^[35]）将则语言信息扩展到一个区间，以帮助决策者以语言区间的形式给出不确定的语言决策信息，从而处理实际决策问题中有时难以给出单一语言评价的情况^[36-38]；而犹豫语言集^[39,40]则将其扩展为一个离散的语言数子集，来体现决策者在多个语言评价间的摇摆与犹豫；而这种决策者的犹豫态度在直觉语言数中^[25]则是受到直觉模糊集理论^[41]的启发，对传统语言变量增加了评价结果对语言数的隶属度和非隶属度的信息，针对直觉语言信息的研究正在深入^[42-45]；双语言集^[46]则利用语言数对来同时表达评价结果和评价对象对该结果的语言型隶属度，进而反映决策者的信心水平；二维语言数^[47,48]的形式与双语言集类似，均由常规的语言数对表示，然而，根据二维语言数的定义，从理论

的角度看，其本质是通过纯语言信息来表达模糊且具有随机特征的信息。这些改进的语言变量模型从不同侧面提升了语言决策的适用性。

对于语言变量和语言模型的另外一类研究关注在使用语言变量时语言标度的结构特性，现有文献中主要包括处理多粒度语言标度系统和非平衡语言标度两大问题。

多粒度语言标度系统是指不同决策者或者在不同的准则下，由于所拥有的信息水平不同，决策者可能会采用具有不同粒度的语言标度。Herrera 等^[17]提出了一个融合多粒度语言决策信息的方法，该方法选择一个具有最大粒度的基础语言项集（basic linguistic term set, BLTS）并定义了转换函数，将每个基础语言项集合中的语言评价值表示为模糊集。Herrera 等^[49]扩展了这一方法，并用二元语义模型处理多粒度层次型语言信息，该方法随后被应用并得以进一步扩展^[50-53]。最近的文献中，我们能发现一些新的多粒度方法，如 Chen 等^[54]提出了一个新的多粒度语言信息融合方法；乐琦与樊治平^[55]提出一个多粒度语言群决策方法，方法中决策者提供的多粒度语言信息被表示为模糊数，并利用线性目标规划来集结这些模糊信息从而直接计算出方案的排序值；Chen 等^[54]研究了群决策中多粒度语言信息的融合方法；Jiang 等^[56]研究了基于多粒度语言评价信息的群决策问题；Fan 等^[57]研究了基于多粒度不确定语言信息的群决策方法；Zhu 等^[58]研究了权重信息为不完全多粒度语言变量的多阶段灰色目标决策方法；Zhang 等^[59]研究了权重信息不完全的多粒度不确定语言群决策方法。

非平衡语言标度，即语言标度中语言项的分布不是关于中心项呈均匀分布的，这种分布在现实中的很多情况下都能发现。文献中提出了处理这种类型语言信息的方法^[60,61]，而 Jiang^[55]提出的用以解决多粒度语言环境的模型也应能用以处理这种非平衡信息。对于这一主题的研究还比较初步，尚有许多问题待解决，例如，发展能用于任意非平衡语言标度的方法；发展具有非平衡性的多粒度语言标度方法；类似于现有的一些研究^[62-64]，分析在语言信息环境中运用反义词的方法。

0.2.2 词计算与语言信息集结

词计算（computing with words, CW）^[65,66]指将“高”“大”“贵”“非

常可能”甚至更为复杂的如“阴天但不太冷”这样的词和自然语言命题作为运算主要目标的信息处理行为。词计算的主要优点在于，它能处理人类在不同的活动中的认知信息而不需要对这些信息采用不同的方式度量，因此，它在人类认知、决策和处理信息的过程中扮演着关键的角色^[67~69]。此外，词计算也提供了处理不明确、不确定或部分信息的一种重要方法。

词计算理论中，除了语言变量外的另外一个主要概念“粒”也由 Zadeh 所提出^[26,70]。“粒”指的是“由不可区分性、相似性、接近性或者功能性为标准所聚积的一簇对象”^[70]。例如，一台个人电脑的粒包括显示器、主机、键盘、鼠标，而主机的粒又包括机箱、主板、内存、硬盘、扩展卡等。而所谓的“粒化”则是将整体分解为具有层次结构的不同部分的一个过程。除了上述例子中的精确粒化外，在人类推理和概念形成的过程中易出现模糊粒化的情况。例如，将“电器”这一概念粒化为“高能耗电器”和“低能耗电器”就是模糊的，这种模糊粒的值由人类形成、组织以及操作概念的方式所确定。在词计算中，“粒”则代表了一个词，通常能被看作是一个由相似性而聚积的模糊集，所对应的模糊粒化理论在文献中已经被广泛地加以讨论，如：Pham^[71]讨论了模糊信息粒化理论；Bargiela 等^[72]研究了基于粒化的集合与模糊集的粒化映射；Dick 等^[73]设计了一个粒化算法用以在两个采用不同粒化方式的粒状世界间进行信息转化。

基于模糊粒化的词计算理论可看作是语言决策最重要的基础之一。Zadeh、Mendel^[74]、Trillas 等^[64,75]阐述了模糊集和词计算之间的紧密关系，以及如何用词计算改进对来源于人类知觉的数据所进行的计算。文献中所显示的词计算及过程如下^[76,77]：首先，一个编码过程将语言信息转化为模糊集，并得到词与对应模糊集之间的“代码本”；随后，由所转化来的模糊集进入运算并输出新的模糊集；最后，这一输出的模糊集通过解码过程与“代码本”中最为近似的词相对应。这一过程中，以最后一步将模糊集转化为对应自然语言的解码过程最具争议，例如 Yager^[78]、Martin 等^[79]都提出了不同的方法来处理这一问题。

近年来，针对词计算的研究更加广泛，如：Lawry 提出了基于质量分配理论的词计算方法和一个新的语言模型的框架，以避免由采用 Zadeh 的词计