高等学校“十三五”精品规划教材

理论力学

（第2版）

主　编　李晓丽　白　英
副主编　姚占全

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高等学校“十三五”精品规划教材

理论力学

（第2版）

主　编　李晓丽　白　英
副主编　姚占全

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
·北京·

内 容 提 要

本书是参照教育部高等学校教材指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的理论力学课程教学基本要求进行编写的。本书包括三篇：静力学、运动学、动力学。其中静力学包括：静力学基础、平面力系、空间力系、摩擦。运动学包括：点的运动学、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动。动力学包括：质点动力学基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗伯原理、虚位移原理、机械振动的基础等。

本书适合农业水利工程、水利水电工程、土木工程、给水排水工程、环境工程、森林工程、机械工程、交通运输工程以及相关院校专业的师生使用，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

理论力学 / 李晓丽，白英主编. -- 2版. -- 北京 : 中国水利水电出版社，2017.2
高等学校“十三五”精品规划教材
ISBN 978-7-5170-5203-6

Ⅰ. ①理… Ⅱ. ①李… ②白… Ⅲ. ①理论力学－高等学校－教材 Ⅳ. ①031

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第036825号

书　名	高等学校“十三五”精品规划教材 **理论力学（第2版）** LILUN LIXUE
作　者	主编　李晓丽　白英　副主编　姚占全
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（营销中心）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　刷	北京瑞斯通印务发展有限公司
规　格	184mm×260mm　16开本　18.75印张　445千字
版　次	2011年9月第1版第1次印刷 2017年2月第2版　2017年2月第1次印刷
印　数	0001—2000册
定　价	**42.00**元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前言

第 2 版

为了满足高等学校工科类理论力学课程教学改革的需要，我们编写了这本理论力学教材，它可以作为农业水利工程、水利水电工程、土木工程、给水排水工程、环境工程、森林工程、机械工程、交通运输工程等专业理论力学本科课程的教材或教学参考书，也可供有关工程技术人员参考。

本书是参照教育部高等学校教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的理论力学教学的基本要求进行编写的，是各位编者多年教学经验的总结。在章节的安排和内容的取舍上，充分借鉴了国内外同类教材的长处。本书的编写原则是，既能满足机械、水利、土木工程、农业工程、林业工程等专业理论力学课程的教学要求，又能兼顾其他相近专业的教学特点，具有较广泛的适应性。本教材的编写力求体现：概念清晰，内容精炼，避免重复，力学术语、物理量、名称和符号的用法准确、规范，注重与相关课程的内容衔接。为读者今后继续学习提供必需的力学基础知识。

本书是在李晓丽、李瑞英主编的《理论力学》基础上，综合各方面意见后重新编写的。各部分分工如下：

李晓丽编写绪论，第一、二章；张琴编写第三、四章；李瑞英编写第五、七、九章；陈小芳编写第六、八、十四章；姚占全编写第十、十一、十三章；白英编写第十二、十五章。李晓丽、白英任主编，姚占全任副主编。

限于编者水平，书中难免存在一些差错和疏漏，敬请读者批评指正。

编　者

2016 年 11 月

前言

第 1 版

为了满足高等学校工科类理论力学课程教学改革的需要，我们编写了这本理论力学教材，它可以作为机械、水利、土木工程、农业工程、林业工程等专业理论力学本科课程的教材或教学参考书，也可供有关工程技术人员参考。

本教材是参照教育部高等学校教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的理论力学教学的基本要求进行编写的，是各位编者多年教学经验的总结。在章节的安排和内容的取舍上，充分借鉴了国内外同类教材的长处。本书的编写原则是，既能满足机械、水利、土木工程、农业工程、林业工程等专业理论力学课程的教学要求，又能兼顾其他相近专业的教学特点，具有较广泛的适应性。本教材的编写力求体现：概念清晰，内容精炼，避免重复，力学术语、物理量、名称和符号的用法准确、规范，注重与相关课程的内容衔接。为读者今后继续学习提供必需的力学基础知识。

本教材是在李晓丽、李瑞英主编的《理论力学》基础上，综合各方面意见后重新编写的。各部分分工如下：

李晓丽编写绪论，第一、二章；张琴编写第三、四章；李瑞英编写第五、七、九章；金淑青编写第六、八、十四章；姚占全编写第十、十一、十三章；白英编写第十二、十五章。李晓丽、李瑞英任主编，姚占全任副主编。

限于编者水平，书中难免存在一些差错和疏漏，敬请读者批评指正。

编　者

2011 年 5 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第 2 版前言
第 1 版前言

绪论…… 1

第一篇　静　力　学

第一章　静力学基础…… 3
第一节　刚体和力的概念…… 3
第二节　静力学公理…… 4
第三节　约束与约束反力…… 7
第四节　受力分析与受力图 …… 10
小结 …… 13
习题 …… 14

第二章　平面力系 …… 17
第一节　平面汇交力系的合成与平衡 …… 17
第二节　平面力偶系 …… 21
第三节　平面任意力系 …… 24
第四节　物体系的平衡　静定与静不定的概念 …… 32
第五节　简单平面桁架的内力计算 …… 37
小结 …… 41
习题 …… 43

第三章　空间力系 …… 50
第一节　空间汇交力系 …… 50
第二节　力对点的矩和力对轴的矩 …… 53
第三节　空间力偶 …… 56
第四节　空间任意力系向一点的简化·主矢和主矩 …… 59
第五节　空间任意力系的简化结果分析 …… 62
第六节　空间任意力系的平衡方程 …… 63
第七节　空间力系的平衡问题 …… 64
第八节　平行力系的中心与重心 …… 66
小结 …… 71
习题 …… 72

第四章　摩擦 …… 76
第一节　滑动摩擦 …… 76
第二节　摩擦角和自锁现象 …… 78
小结 …… 85
习题 …… 86

第二篇　运　动　学

第五章　点的运动学 …… 91
第一节　点的运动分析——矢量法 …… 91
第二节　点的运动分析——直角坐标法 …… 92
第三节　点的运动分析——自然轴系法 …… 96
小结 …… 102
习题 …… 103
第六章　刚体的基本运动 …… 105
第一节　刚体的平行移动 …… 105
第二节　刚体的定轴转动 …… 106
小结 …… 113
习题 …… 115
第七章　点的合成运动 …… 117
第一节　点的合成运动的概念 …… 117
第二节　点的速度合成定理 …… 119
第三节　点的加速度合成定理 …… 122
小结 …… 130
习题 …… 130
第八章　刚体的平面运动 …… 134
第一节　刚体平面运动概述 …… 134
第二节　平面图形上点的速度分析——基点法 …… 136
第三节　平面图形上点的速度分析——瞬心法 …… 139
第四节　平面图形上点的加速度分析 …… 143
第五节　运动学综合问题分析 …… 145
小结 …… 149
习题 …… 150

第三篇　动　力　学

第九章　质点动力学基本方程 …… 155
第一节　动力学基本定律 …… 155

第二节　质点运动微分方程…… 157
小结…… 161
习题…… 162

第十章　动量定理…… 165
第一节　动量和冲量…… 165
第二节　动量定理…… 167
第三节　质心运动定理…… 169
小结…… 175
习题…… 177

第十一章　动量矩定理…… 181
第一节　动量矩…… 181
第二节　动量矩定理…… 183
第三节　动量矩守恒定律…… 185
第四节　刚体的定轴转动微分方程…… 186
第五节　刚体的转动惯量…… 187
第六节　质点系相对于质心的动量矩定理…… 190
第七节　刚体平面运动微分方程…… 192
小结…… 198
习题…… 200

第十二章　动能定理…… 203
第一节　力的功…… 203
第二节　质点及质点系的动能…… 209
第三节　动能定理…… 210
第四节　功率与功率方程　机械效率…… 216
第五节　势力场　势能　机械能守恒定律…… 218
第六节　动力学普遍定理的综合应用…… 222
小结…… 228
习题…… 230

第十三章　达朗伯原理…… 237
第一节　惯性力…… 237
第二节　达朗伯原理…… 238
第三节　刚体惯性力系的简化…… 239
小结…… 244
习题…… 245

第十四章　虚位移原理…… 249
第一节　约束及其分类…… 249

第二节　虚位移及其计算…… 251
第三节　虚功与理想约束…… 252
第四节　虚位移原理…… 253
小结…… 256
习题…… 257
第十五章　机械振动的基础…… 260
第一节　振动系统力学模型的简化…… 260
第二节　单自由度系统的自由振动…… 262
第三节　计算固有频率的能量法…… 267
第四节　阻尼对自由振动的影响——衰减振动…… 268
第五节　单自由度系统的强迫振动…… 272
第六节　隔振的概念…… 275
小结…… 278
习题…… 279
习题答案 …… 283
参考文献 …… 292

绪　论

一、理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

所谓机械运动，是指物体在空间的相对位置随时间而改变的现象。物体的平衡是机械运动的特殊情况，理论力学也研究物体的平衡问题。然而，在宇宙中没有绝对的平衡，一切平衡都只是相对的和暂时的。

机械运动是自然界和工程技术中最常遇到的运动，因而力学是发展最早的自然学科之一，可见力学的研究具有实际的意义。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的力学基本定律为基础的，属于经典力学的范畴。近代物理学的发展暴露了经典力学的局限性：不适用于速度接近于光速的物体的运动，也不适用于微观粒子的运动。但是，对于速度远小于光速的宏观物体的运动，经典力学并未丧失其重要意义，它具有足够的精确度。因此，在日常生活和一般的工程技术问题中，经典力学仍然是研究机械运动的既准确又方便的工具。

二、理论力学的任务及其研究内容

理论力学是我国高等工科院校各专业开设的一门理论性较强的专业基础课。它是各门力学学科的基础，并在许多工程技术领域中有着广泛的应用。

理论力学课程的任务是：使学生掌握质点、质点系和刚体机械运动（包括平衡）的基本规律和研究方法。本课程的学习可以为后续课程（如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、钢结构等）的学习打下必要的基础。通过本课程的学习，学生不仅能够掌握理论力学的基本概念、基本理论与研究方法，并用以分析、解决一些比较简单的工程实际问题，而且能够提高正确分析问题和解决问题的能力，为今后解决工程实际问题、从事科学研究打下良好的基础。

本课程包括三部分内容：静力学、运动学和动力学。

静力学：研究力系的简化以及物体在力系作用下平衡的一般规律。

运动学：仅从几何学观点出发，研究物体的运动特征，如轨迹、速度和加速度，而不考虑引起物体运动的原因。

动力学：研究物体的运动与作用于物体上的力之间的关系。

上述三大部分内容既是相互独立的，又是相互关联而不可分割的。如静力学可认为是动力学的特殊情况，但因为静力学已积累了丰富的内容，从而成为相对独立的部分。

三、理论力学的学习方法

理论力学同其他学科一样，都不能离开人类认识世界的客观规律。这就是“通过实践发现真理，又通过实践而证实真理和发展真理”。

由于理论力学源于以牛顿定律为基础的经典力学，因此，深刻理解和熟练运用这些公理、定律、定理是学好本课程的关键。

这些公理、定律和定理来源于实践又服务于实践，有的与日常生活和生产实践密切相关，书中的大量例题、习题也正是这种依赖关系的再现，所以在学习本课程的过程中，必须完成足够数量的习题；在深刻理解基本概念、基本理论的基础上，勤于思考，举一反三；注意培养逻辑思维能力、抽象化能力、数学演绎与运算能力。可以相信，只要注意能力的培养，一定会在本课程的学习过程中取得优异成绩。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一篇 静 力 学

静力学研究作用于物体上力系的平衡。

力系，是指作用在物体上的一群力的总称。

“平衡”是指物体机械运动的一种特殊状态，即物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态。在实际工程问题中，一般是把地球取作惯性参考系，因而通常所说的平衡状态，就是指物体相对于地球处于静止或匀速直线运动的状态。

如果一个物体在某个力系作用下处于平衡状态，则称该力系为平衡力系。一个平衡力系，其中各个力之间应该满足一定的条件，正是这种条件使力系成为平衡力系。使一个力系成为平衡力系的条件称为力系的平衡条件。

在静力学中，将研究以下三个方面的问题：

(1) 物体的受力分析。分析某个物体所受各力的大小、方向和作用位置。

(2) 力系的简化。用一个简单的力系来等效地替换一个复杂的力系，称为力系的简化。力系的简化表现出不同力系的共同本质，明确了力系对物体作用的总效果。

(3) 建立各种力系的平衡条件。力系的平衡条件是进行静力学计算的基础。

利用力系的平衡条件，可以求出力系中的未知量，为工程结构（构件）和机械零件的设计提供依据。因而，静力学在工程中有着最广泛的应用。

第一章 静 力 学 基 础

第一节 刚体和力的概念

一、刚体

所谓刚体，就是在任何情况下永远不变形的物体。这一点表现为在力的作用下刚体内任意两点的距离始终保持不变。永远不变形的物体是不存在的，刚体只是一个为了研究方便而把实际物体抽象化后得到的理想化力学模型。当物体在受力后变形很小，对研究物体的平衡问题不起主要作用时，其变形可忽略不计，这样可使问题的研究大为简化。

在静力学中研究的对象主要是刚体，因此有时静力学又称为刚体静力学。

二、力

力是人们在长期的生活和生产实践中从感性到理性逐步形成的。力是物体间相互的机

械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，包括变形。理论力学不探究力的物理来源，而仅研究力的表现，即力对物体作用的效应。力对物体作用的效应一般可分为两个方面：一是改变了物体的运动状态；二是改变了物体的形状。前者称为力的外效应或运动效应，后者称为力的内效应或变形效应。理论力学的研究对象主要是刚体，故只研究力的外效应、即运动效应。力的变形效应将在后续课程如材料力学中研究。

力的作用方式有两种：一是通过物体之间的直接接触发生作用，如人手推车，两物体直接发生碰撞等；二是通过场的形式发生作用，如地球以重力场使物体受到重力的作用，磁场产生的磁力等。

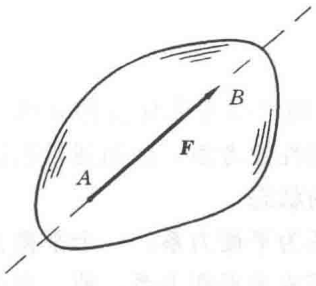

图 1-1

实践表明，力对物体的作用效果决定于三个要素：力的大小、力的方向、力的作用点。由此可见，力是矢量，如图 1-1 所示。矢量的长度表示力的大小（按一定的比例尺），矢量的方位和箭头的指向表示力的方向。矢量的起点或终点表示力的作用点，而与矢量重合的直线表示力的作用线。

本书中用黑体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。

力的单位在国际单位制（SI）中，是牛［顿］（N）或千牛［顿］（kN）。

第二节　静力学公理

人们在长期的生产活动中发现和总结出一些最基本的、又经过实践反复检验并被证明是符合客观实际的最普通、最一般的规律。这些规律统称为静力学公理。

公理 1　力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力的合力，作用点仍作用在该点，以这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线就是合力的大小和方向，如图 1-2 所示。

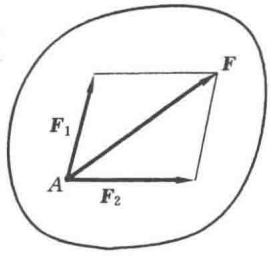

图 1-2

该法则指出了两个共点力合成的基本方法，即合力等于两个分力的几何和。其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2 \tag{1-1}$$

由公理 1 可以得到以下的推论。

推论 1　力的三角形法则

设在刚体上的 A 点处作用着两个力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，由平行四边形法则可以求得其合力 $\boldsymbol{F}$，如图 1-3（a）所示。由于 $ABCD$ 构成一个平行四边形。故有 $AC/\!/BD$，于是 BD 线段的长度和方向就是力矢 $\boldsymbol{F}_2$ 的大小和方向，而三角形 ABD 中的 AD 线段，其长度、方向和起点与合力 $\boldsymbol{F}$ 完全相同。从而也可以由下述方法求力 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 的合力：将力 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 首尾相接，再由第一个力的起点向第二个力的终点引矢量，则该矢量就是合力矢 $\boldsymbol{F}$，如图 1-3（b）所示。这样力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 与合力 $\boldsymbol{F}$ 构成了一个三角形，称为力三角形。上述求合力的方法称为力的三角形法则。

在应用力的三角形法则求两个共点力的合力时，必须注意力三角形的矢序规则，即：两个分力矢 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 要首尾相接，而合力矢 $\boldsymbol{F}$ 是从第一个分力矢的起点指向第二个分力

矢的终点。

作图时分力矢的顺序可以随意确定，例如也可以先作 $\boldsymbol{F}_2$ 再作 $\boldsymbol{F}_1$，这样得到的力三角形形状有变化，但合力矢 $\boldsymbol{F}$ 不变，如图 1-3（c）所示。

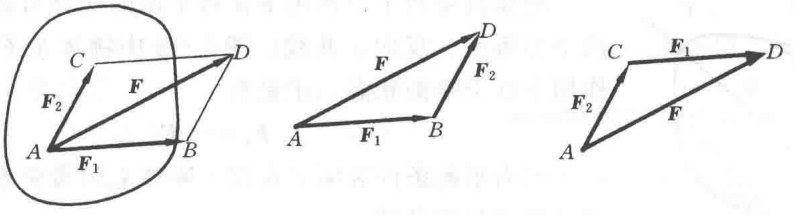

图 1-3

推论 2　力的多边形法则

各个力的作用线共平面且汇交于一点的力系称为平面汇交力系。设在刚体上 A 点作用着一个平面汇交力系，如图 1-4（a）所示。为简明起见，图中画了四个力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$ 和 $\boldsymbol{F}_4$。为求其合力，可以连续应用力的三角形法则，即先将 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 首尾相接，求得它们的合力 $\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$，再将 $\boldsymbol{F}'$ 与 $\boldsymbol{F}_3$ 首尾相接，求得合力 $\boldsymbol{F}'' = \boldsymbol{F}' + \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3$，最后将 $\boldsymbol{F}''$ 与 $\boldsymbol{F}_4$ 首尾相接，求得该力系的合力 $\boldsymbol{F}$，并 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4 = \sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{F}_i$。求和过程如图 1-4（b）所示。

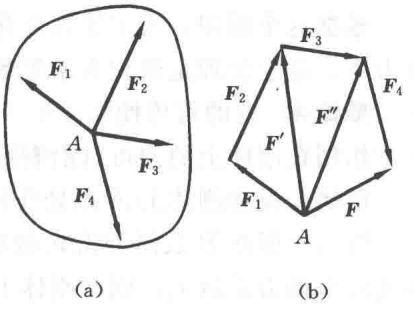

图 1-4

由图 1-4（b）看出：各分力矢与合力矢 $\boldsymbol{F}$ 一起构成了一个多边形，称该多边形为力多边形。在这个力多边形中，各分力首尾相接，而合力 $\boldsymbol{F}$ 是多边形的封闭边，其方向由第一个力矢的起点指向最后一个力矢的终点，这就是作力多边形所必须遵循的矢序规则。

若平面汇交力系由 n 个力组成，其合力矢以 $\boldsymbol{F}$ 表示，则有

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i \tag{1-2}$$

它仍作用在原力系的汇交点上，其大小和方向由各分力首尾相接所得到的力多边形的封闭边确定。

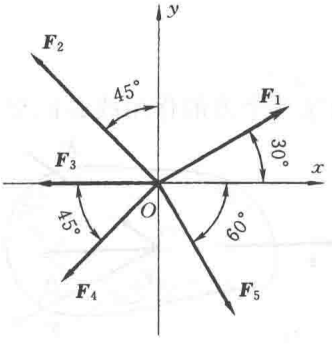

图 1-5

推论 3　平面汇交力系平衡的几何条件

由上述多边形法则知：若平面汇交力系有合力，则合力矢由力多边形的封闭边确定，如果所研究的力系是一个平衡的平面汇交力系，这个力系将无合力，即合力矢为零。这样按力的多边形法则作出的力多边形将自行封闭，也就是说第一个力的起点将与最后一个力的终点重合。所以有：平面汇交力系平衡的几何条件是力多边形自行封闭。利用这一条件，可以求得一个平衡的平面汇交力系中的某些未知力的大小或

方向。这种研究平面汇交力系平衡问题的方法称为几何法。如图 1－5 所示，平面汇交力系的合力可用上述方法求得。

公理 2　二力平衡公理

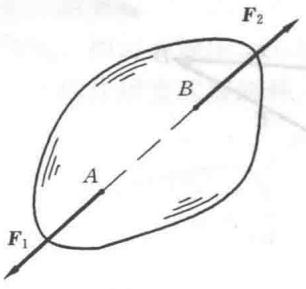

图 1－6

刚体只受两个力作用下保持平衡的充分与必要条件是：这两个力等值、反向、共线。图 1－6 中物体在 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 两个力作用下处于平衡状态，于是有

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2 \tag{1-3}$$

二力平衡条件表明了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。

公理 3　加减平衡力系原理

在作用于刚体上的力系中，任意加上或减去一个平衡力系不会改变原力系对刚体的作用效果。

根据这个原理，为了实现简化力系的目的，可以人为地在刚体上加上或减去任意的平衡力系。这个公理是研究力系等效变换的重要依据。

推论 4　力的可传性

作用在刚体上的力可以沿着其作用线在刚体内任意移动。

证明：设在刚体上 A 点处作用着力 $\boldsymbol{F}$，现在将其沿作用线移到 B 点，移动过程如图 1－7所示。即在 B 点沿着力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线加上一对平衡力 $\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}_2$，再将力 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}$ 所构成的平衡力系减去，则在刚体上就只有 $\boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}$ 作用在 B 点。

按照这个推论可知：作用在刚体上的力的三要素为力的大小、方向和作用线。

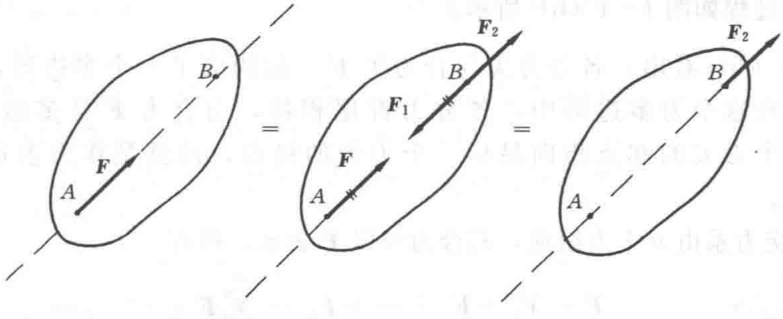

图 1－7

推论 5　三力平衡汇交定理

若刚体在三个互不平行的共面力作用下处于平衡状态，则这三个力的作用线必汇交于一点。

该推论的证明，请读者参照图 1－8 自行给出。

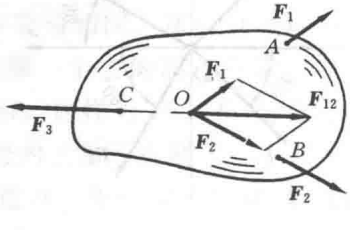

图 1－8

公理 4　作用与反作用定律

两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线，分别作用在这两个物体上。

这个定律揭示了物体之间相互作用力的定量关系，表

明作用力与反作用力总是成对出现的。这是研究由多个物体组成的物体系统的平衡问题的基础。

公理 5　刚化原理

若变形体在某力系作用下处于平衡状态，则将此变形体刚化为刚体后其平衡状态不变。该原理给出了把变形体看做刚体模型的条件。例如一根绳索，在一对等值、反向、共线的拉力作用下处于平衡状态，若将该绳索刚化为一根刚性杆，则这根杆在原力系作用下仍然平衡，如图 1－9 所示。但是若绳索所受的是一对压力，则不能保持平衡，此时绳索就不能简化为刚体，由此可知，作用在刚体上的平衡力系所满足的平衡条件，只是使变形体平衡的必要条件而非充分条件。

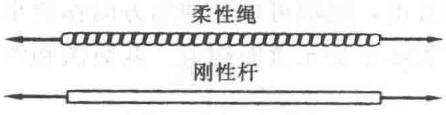

图 1－9

第三节　约 束 与 约 束 反 力

作用在物体上的力大致可分为两大类：主动力和约束力。

运动受到约束的物体，简称为被约束体。限制被约束体运动的周围物体称为约束。约束施加于被约束物体上的力称为约束力。约束限制被约束体的运动（位移），是因为被约束体在给约束一个作用力时，约束对被约束体也施加了一个反作用力。约束对被约束体的反作用力称为约束反力，简称反力。约束反力的方向应当与它所能限制的被约束体的运动方向相反，这是确定约束反力方向的基本原则。

约束力以外的力均称为主动力或载荷。重力、风力、水压力、弹簧力、电磁力等均属于载荷。

下面把工程上常见的一些约束进行分类，并分析约束反力的特点。

一、柔索约束

缆索、链条、皮带等统称为柔索。由于这些物体只能承受拉力，故这种约束的特点是其所产生的约束力沿柔索方向，且只能是拉力，不能是压力，如图 1－10 所示。

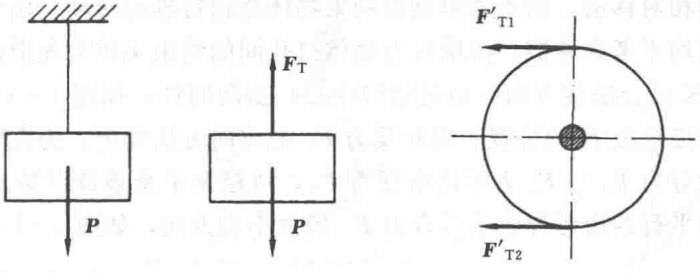

图 1－10

二、光滑面约束

两个物体的接触面光滑无摩擦时，约束物体只能限制被约束物体沿二者接触面公法线方向的运动，而不限制沿接触面切线方向的运动。因此，光滑面约束的约束力只能沿着接

触面的公法线方向，并指向被约束物体，故称为法向反力。如图 1－11 所示光滑路面对滚子的约束。又如图 1－12 所示的直杆放在斜槽中，在 A、B、C 处受到槽的约束，此时可将尖端支撑处看作小圆弧与直线相切，则约束反力仍然是法向反力。

桥梁、屋架结构中采用的辊轴支承图 1－13（a）也是一种光滑面约束。采用这种支承结构，主要是考虑到由于温度的改变，桥梁长度会有一定量的伸长或缩短，为使这种伸缩自由，辊轴可以沿伸缩方向作微小滚动；当不考虑辊轴与接触面之间的摩擦时，辊轴支承实际上是光滑面约束。其简图和约束力方向如图 1－13（b）、（c）所示。

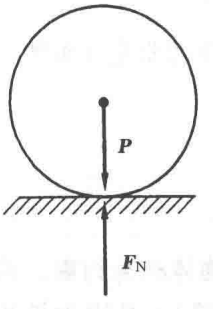

图 1－11

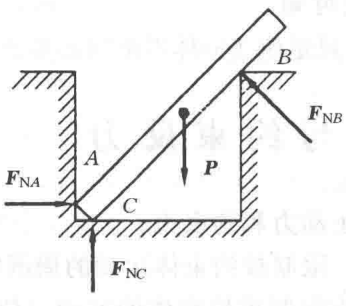

图 1－12

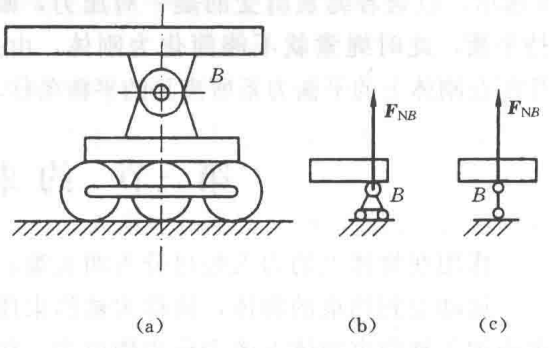

图 1－13

需要指出的是，某些工程结构中的辊轴支承，可限制被约束物体沿接触面公法线两个方向的运动。因此，约束力 $\boldsymbol{F}_N$ 垂直于接触面。可能指向被约束物体，也可能背离被约束物体。

三、圆柱铰链（平面铰链）约束

只能限制两个物体之间的相对移动、而不能限制其相对转动的连接，称为铰链约束。若忽略摩擦影响，则称为光滑铰链约束。

光滑圆柱铰链又称为柱铰，或者简称为铰链。如图 1－14 所示，在 A、B 两物体上各钻出直径相同的圆孔，并用相同直径的圆柱形销钉插入孔内，所形成的连接称为圆柱形铰链约束。这时两个相连的构件互为约束与被约束物体，这种约束只能限制被约束的两物体在垂直于销钉轴平面内的相对移动，而不能限制被约束物体绕销钉轴的转动，由于被约束物体的钉孔表面和销钉表面均不考虑摩擦，故销钉与物体钉孔间的约束实质为光滑面约束。约束反力 $\boldsymbol{F}_N$ 应通过接触点 K 沿公法线方向（通过销钉中心）指向构件，如图 1－15（a）所示。但实际上预先很难确定接触点 K 的位置，因此反力 $\boldsymbol{F}_N$ 的方向无法确定。为克服这一困难，通常用一对互相垂直的分力 $\boldsymbol{F}_x$ 与 $\boldsymbol{F}_y$ 表示约束反力 $\boldsymbol{F}_N$，待根据平衡条件计算出 $\boldsymbol{F}_x$ 与 $\boldsymbol{F}_y$ 的大小后，再根据需要用平行四边形规则求得合力 $\boldsymbol{F}_N$ 的大小和方向，如图 1－15（b）所示。

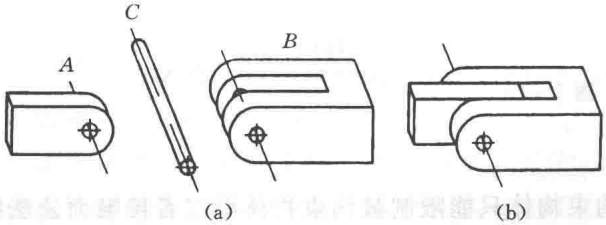

图 1－14

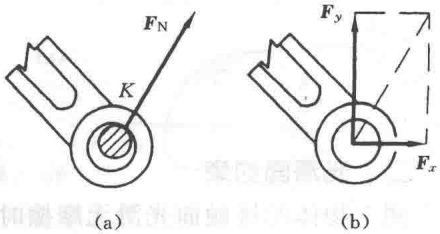

图 1－15

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com