

数学建模案例丛书 / 主编 李大潜

ILAP

数学建模案例精选

吴孟达 等 编译

How to design an ILAP

Getting the Salt Out

Genetics with Markov Chains

Travel Demand Forecasting and Analysis for South Texas

Rain Metering of Freeways

Vehicle Emissions

Signal Timing Data Collection

Going into Orbit -- Launching the Shuttle

The Shuttle Problem

Water Rockets in Flight: Calculus in Action

Tuition Payment Plan

The Leontief Fund: The Story of Diversification and Asset Allocation

Managing Health Insurance Premiums

Pollution Policy

Determining the Weight of the "Terror Box"

高等教育出版社

COMAP

数学建模案例丛书 / 主编 李大潜

ILAP

数学建模案例精选

ILAP Shuxue Jianmo Anli Jingxuan

吴孟达 等 编译

高等教育出版社·北京

图书在版编目(CIP)数据

ILAP 数学建模案例精选 / 吴孟达等编译. -- 北京：
高等教育出版社, 2016.11

(数学建模案例丛书 / 李大潜主编)

ISBN 978-7-04-045677-6

I. ①I… II. ①吴… III. ①数学模型 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 140891 号

策划编辑 李晓鹏

责任编辑 李晓鹏

封面设计 李小璐

版式设计 张雨薇

插图绘制 杜晓丹

责任校对 胡美萍

责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮 政 编 码 100120
印 刷 北京信彩瑞禾印刷厂
开 本 787 mm×960 mm 1/16
印 张 22
字 数 330 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2016 年 11 月第 1 版
印 次 2016 年 11 月第 1 次印刷
定 价 39.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版 权 所 有 侵 权 必 究

物 料 号 45677-00

内容简介

本书为《数学建模案例丛书》的第三册，案例选自美国 COMAP 出版的 UMAP 期刊上的 ILAP 教学单元，包含的案例有怎样研制跨学科生动应用研究课题、海水淡化、遗传学与马尔可夫链、得克萨斯州南部地区交通需求预测及分析、高速公路匝道调节、汽车尾气排放、信号时控数据采集、进入地球轨道——发射宇宙飞船、航天飞机问题、水火箭飞行过程分析、学费预付计划、不能把鸡蛋放在一个篮子里——养老基金如何分散投资、人寿保险费的管理、污染物检测、确定恐怖鸟的体重。应用领域涉及工程、经济、生物、生态、社会等，数学知识基本上不超出微积分、微分方程、线性代数、概率、统计等大学基础数学的内容。案例展开过程中配备了要求学生解答的问题，作为研究内容的组成部分，让学生边阅读边练习。

本书的案例可以作为数学建模课程的辅助教材和自学材料，也为讲授、学习其他数学课程的教师和学生提供了将数学方法应用于实际问题的丰富的素材和课外读物。

Undergraduate Mathematics and Its Applications

COMAP, 吴孟达等编译

Copyright © 2000 by the Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP).

All Rights reserved.

本书原版由数学及其应用联合会出版。 版权所有，盗印必究。

Higher Education Press is authorized by the Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) to publish and distribute exclusively this simplified Chinese edition. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only (excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan). Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

本书中文简体字翻译版由数学及其应用联合会授权高等教育出版社独家出版发行。此版本仅限在中华人民共和国境内（但不允许在中国香港、澳门特别行政区及中国台湾地区）销售。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

COMAP, Inc.

175 Middlesex Turnpike, Suite 3B, Bedford, MA 01730, USA

数学建模案例丛书编委会

主任 李大潜

副主任 陈叔平 谭永基 姜启源 叶其孝 谢金星 李艳馥

委员 韩中庚 吴孟达 鲁习文 杨启帆 刘来福 边馥萍 蔡志杰 周义仓
薛毅 黄海洋 陆立强 丁颂康 但琦 张文博

常务编辑 谭永基 姜启源 叶其孝 韩中庚 吴孟达

秘书 李晓鹏

序

数学作为一门研究现实世界中的空间形式与数量关系的科学,它所研究的并非真正的现实世界,而只是现实世界的数学模型,即所研究的那部分现实世界的一种虚构和简化的版本。尽管数学建模这个术语的兴起并被广泛使用不过是近些年来的事,但作为联系数学与应用的重要桥梁,作为数学走向应用的必经的最初一步,数学建模与数学学科本身有着同样悠久的历史。从公元前三世纪建立的欧几里得几何,到根据大量天文观测数据总结出来的行星运动三大定律;从牛顿力学和微积分的创立,到出现在流体力学、电动力学、量子力学中的基本微分方程,无一不是揭露了事物本质的数学模型,且已成为相关学科的核心内容和基本构架。

半个多世纪以来,随着数学科学与计算机技术的紧密结合,已形成了一种普遍的、可以实现的关键技术——数学技术,成为当代高新技术的一个重要组成部分和突出标志,“高技术本质上是一种数学技术”的提法,已经得到越来越多人们的认同。作为基础学科的数学籍助于建模与算法向技术领域转化,变成了一种先进的生产力,对加强综合国力具有重大的意义。与此同时,数学迅速进入了经济、金融、人口、生物、医学、环境、信息、地质等领域,一些交叉学科如计量经济学、人口控制论、生物数学、数学地质学等应运而生,为数学建模开拓了广阔的用武之地。

另一方面,将数学建模引入教学,为数学和外部世界的联系提供了一种有效的方式,让学生能亲自参加将数学应用于实际的尝试,参与发现和创造的过程,取得在传统的课堂里和书本上无法获得的宝贵经验和切身感受,必将启迪他们的数学心智,促使他

们更好地应用、品味、理解和热爱数学，在知识、能力及素质三方面迅速成长。

自上世纪 80 年代初数学建模进入我国大学课堂以来，经过 30 多年健康、快速的发展，目前已有上千所高校开设了各种形式的数学建模课程，正式出版的教材和参考书达 200 多本。全国大学生数学建模竞赛自 1992 年创办以来，受到广大师生的热烈欢迎，到 2014 年已有 1 300 多所院校、23 000 多个队的 7 万余名学生参加。可以毫不夸张地说，数学建模的课堂教学实践与课外竞赛活动相互促进、协调发展，是这些年来规模最大、最成功的一项数学教学改革实践。

用数学的语言和工具表述、分析和求解现实世界中的实际问题，并将最终所得的结果回归实际、检验是否有效地回答了原先的问题，这是数学建模展示的一个全过程。在 30 多年数学建模的教学实践中，已冲破了原有的数学教学模式，形成了一种案例式、讨论式的教学方法。通过一些源于生活、生动新颖，又内涵丰富、启示性强的案例，不仅能吸引学生浓厚的学习兴趣，而且对于培养、提高学生数学建模的意识、方法和能力都有切实的成效。

事实充分说明，数学建模能力的培养和训练，各种案例所起的作用是十分重要的。我们不仅要充分利用案例的广度，通过生动、丰富的案例，展示及阐述数学在诸多领域中的应用，更要特别注重案例的深度，着意选择一些随着假设条件不断贴近实际、所建立的模型不断改进、而由模型得到的结果也更加符合实际的案例，体现数学建模逐步深入和发展的过程。正因为如此，这套数学建模案例丛书，将由翻译、改编国外相关机构

出版的案例和收集、汇编国内撰写的案例这两部分组成,以期给广大教师和学生提供数学建模方面的教学素材、学习读物和竞赛辅导材料,促进我国数学建模的教学及竞赛不断深入发展。

当然,数学建模要不断深入,就不能认为现有的、包括那些目前可能是有口皆碑的模型,已经到了十全十美的境地,可以画上句号了。对本丛书中所精心收集的案例,自然也应抱着这样态度。这是数学建模一个显著的特点,是数学建模永远生气蓬勃的标志,也是广大的数学建模工作者永不止步的鞭策和动力。诚挚地希望广大读者能提出宝贵的建议,并积极提供可以收入本丛书的有关数学建模的案例或者素材,帮助编委会将这套丛书愈办愈好。

李大潜

2014年10月

前 言

经过数学建模案例丛书编委会成员的共同努力,在全国大学生数学建模竞赛组委会和高等教育出版社的支持、配合下,《ILAP 数学建模案例精选》顺利问世了。

本书案例全部选自美国 COMAP (Consortium for Mathematics and its Applications) 出版的 *UMAP (Undergraduate Mathematics and its Applications)* 期刊上的 *ILAP (Interdisciplinary Lively Application Project)* 教学单元。该刊物的读者对象是大学生和教师,主要发表数学建模及数学科学在各个领域中应用的研究论文、教学单元等,在每年举办的美国大学生数学建模竞赛和交叉学科竞赛中获得 Outstanding 奖的论文也在该刊物上刊载。

跨学科生动应用研究课题(Interdisciplinary Lively Application Project, 简记为 ILAP)是用于加强理解某个特定应用主题的教学单元。它们是由数学系的教师和非数学系的教师就某个实际问题共同设计的研究课题。ILAP 教学单元的目的是通过跨学科研究小组集体解决某个实际问题案例,激励学生学习和发展数学的概念和技巧,提高运用科学和定量推理、数学建模、符号运算和计算等方面的能力。希望这些课题能在双方系的相关课程教学中得到应用,以提高在解决实际问题过程中对数学和数学建模重要性的认识,从而提高学生学习数学和数学建模的积极性,同时也提高双方系教师的学术和教学水平。

本书选编的数学建模案例有以下特点:

应用领域涉及工程、经济、生物、生态、社会等,每篇都对案例的应用背景作了简明、生动的介绍,让不大熟悉这些领域的读者也能够基本了解这些案例所要讨论的问题。

数学知识基本上不超出微积分、微分方程、线性代数、概率、统计等大学基础数学的内容,学完上述课程的学生阅读这些案例,数学上不会遇到多大困难。个别案例用到了运筹学、随机过程和群论的知识。

本书中的案例在研究内容展开过程中都穿插有“Requirement”环节,这个环节是要求学生解答的问题,但又有别于课后习题,它们也是研究内容的组成部分,文中统一译为“问题”。

本书的案例可以作为数学建模课程的课堂教学或课后自学材料,也为讲授、学习相关数学课程的教师、学生,提供了丰富的实际问题素材。

编译者对原文中某些专业知识的理解不可避免地存在可以商榷之处,对一些次要的、过时的部分也作了适当的删节。为了读者理解上的方便,特将本书的全部原文放到与本书配套的“数字课程”网站上。

吴孟达

2016 年 3 月

目 录

1 怎样研制跨学科生动应用研究课题 / <i>How to develop an ILAP</i>	1
2 海水淡化 / <i>Getting the Salt Out</i>	13
3 遗传学与马尔可夫链 / <i>Genetics with Markov Chains</i>	27
4 得克萨斯州南部地区交通需求预测及分析 / <i>Travel Demand Forecasting and Analysis for South Texas</i>	39
5 高速公路匝道调节 / <i>Ramp Metering of Freeways</i>	59
6 汽车尾气排放 / <i>Vehicle Emissions</i>	81
7 信号时控数据采集 / <i>Signal Timing Data Collection</i>	101
8 进入地球轨道——发射宇宙飞船 / <i>Going into Orbit——Launching the Shuttle</i>	125
9 航天飞机问题 / <i>The Shuttle Problem</i>	149
10 水火箭飞行过程分析 / <i>Water Rockets in Flight: Calculus in Action</i>	165
11 学费预付计划 / <i>Tuition Prepayment Plan</i>	197
12 不能把鸡蛋放在一个篮子里——养老基金如何分散投资 / <i>The Lagniappe Fund: The Story of Diversification and Asset Allocation</i>	223

13	人寿保险费的管理 / <i>Managing Health Insurance Premiums</i>	257
14	污染物检测 / <i>Pollution Police</i>	271
15	确定恐怖鸟的体重 / <i>Determining the Weight of the “Terror Bird”</i>	303

1 怎样研制跨学科生动应用研究课题

How to develop an ILAP

叶其孝 编译 吴孟达 审校

原作者：

Joseph D. Myers (数学)

U. S. Military Academy West Point

发表期刊：

ILAP Modules: Tools for Teaching,

2000, 21—29

目 录

1. 引言
2. 研制和运用 ILAP 是一种能促进学生获得学习经验的过程
3. 研制和实施 ILAP
4. 使用 ILAP 的策略
5. 研制 ILAP 中需要考虑的一些问题
6. 学生书面报告写作指南
7. 评分

网上更多…… 本文英文版

1. 引言

本指南简要地说明什么是跨学科生动应用研究课题 (Interdisciplinary Lively Application Project, 以下简记为 ILAP), 它们是怎样研制和实施的, 以及在研制和运用 ILAP 时的一些必须考虑的问题和策划。我们只把必不可少的要点包括在本指南中。还有许多要考虑的观点、想法和因素, 只好留给将来的文章去讨论了。

2. 研制和运用 ILAP 是一种能促进学生获得学习经验的过程

ILAP 是由来自数学系和相关非数学系的教师共同创作的供学生小组使用的研究课题。ILAP 可在数学教学活动、相关非数学学科教学活动中使用, 或双方同时使用, 让学生研究非数学专业学科背景下的数学概念。

ILAP 的特点:

- 由数学系教师与相关非数学系的教师合作创作。
- 沟通合作双方系的课程, 并且能够将当前的研究内容向前与已学过的概念相衔接, 向后与将来要学习的概念相连接, 使学生预先接触到这些概念。

ILAP 容纳并为学生提供在跨学科主线下的以下实践:

- 建模;
- 推理(在应用背景下!)以及解决问题;
- 运用技术作为分析工具;
- 不同专业间的联系和整合;
- 团队协同工作;
- 交流与沟通。

研究课题的设计形式可以是你想要的任何形式, 但是经验表明考虑以下的要素将

会是有益的：

- 问题的陈述.
- 背景材料. 这对教师和学生常常是同样重要的, 因为应用专业学科知识常常超出他们的专业知识.
- 问题参考解答. 并不希望将其用于评分, 目的是要便于教师使用和增进对问题的理解.
- 报告/对学生作者(或报告人)的简要指导.

通过运用 ILAP 试图获得的成效：

- 通过有的放矢来激励学生的学习积极性. 向学生展示当前所学的数学概念是怎样用于其他专业学科的, 并向学生证明当他们学习并掌握所学概念时, 他们的学习领域将变得容易理解.

- 支持学生在上述跨学科主线下成长.
- 给予学生作为团队成员在解决问题中的经验.
- 发展研讨和开发课程体系的跨专业合作关系.

在你使用 ILAP 一段时间后, 你将意识到

使用 ILAP 最有价值的部分是跨专业协同工作的过程, 而不是最终创作的产品.

在美国西点军校, 我们已经创作了许多 ILAP. 一开始, 我们认为只要研制几个 ILAP, 然后细化它们, 并在若干年的周期里重复使用就可以了. 不过通常, 我们只使用每个 ILAP 一两次, 并把时间花在结识合作伙伴和研制新的 ILAP 上, 而不是细化和循环使用已经发表的老的 ILAP.

3. 研制和实施 ILAP

研制 ILAP 通常的顺序为：

- 决定要用到的主题和技能. 通常包含当前的主题和相关数学技能.
- 与你想要联系的其他系的教师进行接洽, 并征求他们对应用这些技能的想法. 这部分工作包括一些团队工作、交流沟通以及来自教师的创造性——在学生中我们也要

寻求开发同样的习惯！研制 ILAP 的重要目标之一就是逐渐营造出一种跨学科的文化氛围，在这种文化氛围中参与合作的其他系的教师主动与数学系教师寻求合作，来为研制能覆盖该系专业课程所需要的概念和技能的 ILAP 提出建议。虽然这种合作不大可能立见成效，然而，启动并培育这种研制过程的意愿是使研制 ILAP 成功的关键因素之一。

- 与参与合作的其他系教师共同写作 ILAP。把想要训练的数学主题和技能融合进去，并把该专业的情景、概念和关联包括在内，该专业的学生将来会在他们的专业课程上再次接触到这些内容。这既可能是双方作者坐在一起真正的共同写作过程，也可能是一种交替反复的过程，（两个专业之一的）一位作者开始概述该 ILAP，然后通过作者间一系列的反复/输入/修改，对该 ILAP 初稿进行改进、细化。把讲义分发给学生，并对学生做初步报告。这种报告通常包括向学生提示，该 ILAP 中哪些事情是他们早就知道的，帮助学生提出假设，看看学生是否对合理的解答应该是什么样子有初步的猜测，等等。初步报告常常由数学系教师制作，但是由相关专业系教师来作可能会有更好的效果。如果相关专业系的教师能参与数学课上的课题讨论，解释来自他们专业的问题，并激励学生学好这些能够帮助他们走上专业成功之路的数学内容，将对学生产生强大的作用。

- 让学生小组研究 ILAP。一种有效的方法不是在介入的班级中研究 ILAP 的部分问题，而是要求学生思考如何能够应用他们当前在班上正在研究的有关材料，并用于正在研究的 ILAP。然而，要小心避免学生“把课题分拆成几部分由不同的学生去做并分别提交答案”的做法，或者等到最后一分钟才去研究 ILAP 的问题。

- 让学生就他们的分析和解答完成书面报告以及/或者口头报告。书面报告是开发写作带有实施摘要、假设、分析、结论以及能确证的专业性附录的科技报告中各种技能的极好机会。学生也要重视口头报告，这将为他们提供表达自己个人能力的机会，现场的教师应该提出能使陈述和概念更为清晰易懂的问题，而不是强行就写作中的奇思遐想进行裁决，小组成员通常应该以一种更加融为一体和均衡的方式一起进行研究。

- 请合作专业系的教师做一个专家评论报告，并扩展学生提交的论文/报告的内容和深度。在说明学生刚刚用到的基本概念和技能在以后的训练中将会增强并会练就更为复杂巧妙的技能，在增强已经准备好去学习和了解另一个专业的学生的信心等方面，这样的报告对于把研究课题带到一个良好的结尾是非常有效的。