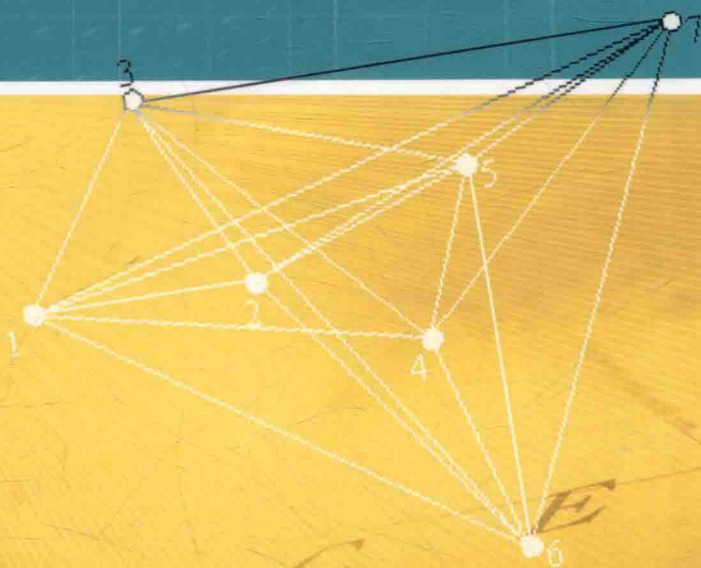


现代测量数据处理 理论与应用

Modern Theory and Application of
Surveying Data Processing

胡圣武 肖本林 编著



测绘出版社

现代测量数据处理理论与应用

Modern Theory and Application of Surveying Data Processing

胡圣武 肖本林 编著

测绘出版社

· 北京 ·

© 胡圣武 肖本林 2016
所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

内容简介

本书系统、完整和全面地介绍了现代测量数据处理理论与应用。全书共分 12 章。主要包括误差传播律基本理论、测量数据处理的各种方法原理及其应用。本书内容充实,结构严谨,体系完整。本书强调原理与方法相结合、理论与实际相结合、经典与现代相结合,内容具有可读性、客观性和便于自学等特点,为培养学生的抽象思维能力和视觉思维能力提供了一个平台。

本书既可以作为高等学校测绘工程专业本科高年级学生、硕士研究生和博士研究生的教材或教学参考书,也可作为科研院所、生产单位的科学技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

现代测量数据处理理论与应用 / 胡圣武, 肖本林编
著. — 北京: 测绘出版社, 2016. 1
ISBN 978-7-5030-3915-7

I. ①现… II. ①胡… ②肖… III. ①测量—数据处理—高等学校—教材 IV. ①P207

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 011106 号

责任编辑	巩 岩	封面设计	李 伟	责任校对	董玉珍	责任印制	陈 超
出版发行	测 绘 出 版 社			电 话	010—83543956(发行部)		
地 址	北京市西城区三里河路 50 号				010—68531609(门市部)		
邮政编码	100045				010—68531363(编辑部)		
电子邮箱	smp@sinomaps.com			网 址	www.chinasmp.com		
印 刷	北京京华虎彩印刷有限公司			经 销	新华书店		
成品规格	184mm×260mm						
印 张	16.5			字 数	412 千字		
版 次	2016 年 1 月第 1 版			印 次	2016 年 1 月第 1 次印刷		
印 数	001—800			定 价	58.00 元		

书 号 ISBN 978-7-5030-3915-7
本书如有印装质量问题,请与我社门市部联系调换。

前 言

测量数据处理的对象带有不可避免的观测误差,产生于19世纪初的最小二乘方法和测量平差,经过200多年的发展,形成了比较完整的科学体系,其内容包括五种平差模型,解决了大量的测量数据处理的问题。随着测绘科学与技术及其相关学科的高速发展和生产实践高精度的需求,所研究的观测误差特性已从偶然误差扩展到系统误差和粗差,数据处理对象已从局限于静态估计到随时间变化的动态估计,由此出现了新的误差理论和处理方法。

现代测量数据处理理论是测绘科学与技术这个学科的重要内容和重要的数学基础,没有这个内容,测绘科学与技术只能称为一门技术,因此,测绘科学与技术人才都必须掌握此内容。本书以加强基础理论、注重基本方法和培养动手能力为出发点,在参考了各种平差基础教程和十几年来的教学体会和经验以及科研成果的基础上,经过多次修改完成了本书。

本书主要研究误差理论的基本知识,包括偶然误差、系统误差和粗差处理的基本理论与方法及其应用。全书分为12章:第1章绪论,主要阐述误差的分类、本学科的发展历史和发展方向;第2章测量误差基本理论,主要归纳精度指标、随机变量的数字特征、测量常用的概率分布和有关矩阵的基本知识,以及协方差传播律及其应用、权及权的确定、协因数传播律及其应用、权矩阵的概念和平差的函数模型和随机模型、参数估计的准则、最小二乘估计、极大似然估计、线性最小方差估计、极大验后估计、广义最小二乘估计,研究了必要观测数的确定;第3章最小二乘平差基本方法,主要系统地总结条件平差、附有参数条件平差、间接平差、附有限制条件的间接平差和附有限制条件的条件平差五种经典平差模型的原理及应用,并研究了附有限制条件的间接平差和附有限制条件的条件平差的不同解法;第4章最小二乘平差应用,主要研究五种经典平差在卫星定位技术的数据处理、坐标值平差和回归分析中的应用;第5章点和线的位置误差及精度,主要介绍点位误差、误差曲线、误差椭圆和相对误差椭圆及其应用,研究了线元、圆曲线、缓和曲线及拟合曲线的位置误差;第6章统计假设检验理论,主要总结统计假设检验理论的基本原理和步骤、四种基本的检验方法、统计假设检验在测量中的应用,研究统计假设检验在回归分析中的应用;第7章秩亏自由网平差,主要介绍秩亏自由网的基本原理、秩亏自由网的附加条件法和自由网平差结果的相互转换;第8章验后方差分量估计,主要介绍与分析赫尔默特方差分量估计基本原理和方法、方差-协方差分量估计和方差分量估计精度,研究模型误差对平差结果的影响;第9章系统误差处理,主要介绍附加系统参数平差的基本原理和显著性检验、有偏估计,研究系统误差对参数估值的影响;第10章粗差的平差处理,主要研究残差理论、可靠性理论、数据探测法和稳健估计的基本原理及其应用;第11章最小二乘配置,主要阐述最小二乘滤波和推估及最小二乘配置的基本原理及其应用;第12章动态测量平差,主要系统归纳序贯平差的基本原理,研究动态测量平差的数学模型和卡尔曼滤波原理及其应用。

本书的特色和试图努力的方向如下:

(1)与实际结合。目前,很多误差理论与测量平差教材过于数学化,没有考虑测绘专业实际特点。例如,大部分教材都把附有限制条件的条件平差作为平差的一种概括模型,这在数学

上是可行的,而在测绘工程中很少有此情况。

(2)重应用。本书重点研究目前需要解决的问题,如 GPS 平差、坐标值的平差、误差椭圆的应用、粗差处理、秩亏自由网等。

(3)重基础理论。本书对测量平差所涉及的基本理论都进行介绍,如测量误差的概率分布、矩阵的一些基本知识。

(4)简单性。本书保留了数据处理的经典理论,公式推导尽量简化处理。

(5)着重研究平差模型。本书对平差模型进行了重点阐述,特别是平差随机模型的作用及平差随机模型误差的影响。

(6)加强了处理系统误差和粗差的研究。本书对系统误差的处理及粗差的定位与处理等进行研究,并用实例进行分析。

(7)对秩亏自由网平差原理与应用进行研究,并用实例进行分析。

(8)对最小二乘配置等基本理论与应用进行介绍,并用实例进行分析。

(9)对动态测量平差基本理论与应用进行研究,并用实例进行分析。

本书撰写时,参考了国内外有关误差理论与测量平差基础的著作,未及一一注明,请有关作者见谅,在写作过程中得到多方支持和帮助,在此一并感谢。

笔者在书中阐述的某些观点,可能仅为一家之言,欢迎读者争鸣。书中疏漏与欠妥之处,恳请读者批评指正。

编者

2015 年 6 月

目 录

第 1 章 绪 论	1
§ 1.1 观测误差	1
§ 1.2 测量平差内容与任务	4
§ 1.3 发展历史与展望	5
第 2 章 测量误差基本理论	10
§ 2.1 测量常用的概率分布	10
§ 2.2 精度和衡量精度指标	18
§ 2.3 有关矩阵的基本知识	21
§ 2.4 广义传播律	24
§ 2.5 平差模型	29
§ 2.6 测量平差中必要观测数的确定	37
§ 2.7 参数最优估计的性质	40
§ 2.8 极大似然估计	42
§ 2.9 最小二乘估计	44
§ 2.10 线性最小方差估计	47
§ 2.11 广义最小二乘准则	48
第 3 章 最小二乘平差基本方法	52
§ 3.1 间接平差的基本原理	52
§ 3.2 附有限制条件的间接平差	58
§ 3.3 条件平差的基本原理	64
§ 3.4 附有参数的条件平差	69
第 4 章 最小二乘平差的应用	75
§ 4.1 卫星定位技术的数据处理	75
§ 4.2 坐标值的条件平差	83
§ 4.3 坐标值的间接平差	87
§ 4.4 回归模型参数估计	94
第 5 章 点和线的位置误差及精度	105
§ 5.1 点位误差	105
§ 5.2 点位误差的计算	107
§ 5.3 误差椭圆	115
§ 5.4 直线元位置误差	120
§ 5.5 曲线位置误差	125
第 6 章 统计假设检验理论	133
§ 6.1 统计假设检验的基本概念	133

§ 6.2	统计假设检验的常用方法	136
§ 6.3	统计假设检验在测量中的应用	143
§ 6.4	回归模型统计假设检验	148
第 7 章	秩亏自由网平差	154
§ 7.1	概 述	154
§ 7.2	秩亏自由网的附加条件法	157
§ 7.3	实例分析	160
§ 7.4	自由网平差结果的相互转换	163
第 8 章	验后方差分量的估计	167
§ 8.1	概 述	167
§ 8.2	模型误差对平差结果的影响	168
§ 8.3	赫尔默特方差分量估计	174
§ 8.4	方差分量估值的精度	179
§ 8.5	方差-协方差分量估计	181
第 9 章	系统误差处理	185
§ 9.1	概 述	185
§ 9.2	附加系统参数的平差	186
§ 9.3	系统参数的统计假设检验	188
§ 9.4	有偏估计	192
第 10 章	粗差的平差处理	196
§ 10.1	概 述	196
§ 10.2	残差理论	197
§ 10.3	可靠性理论	201
§ 10.4	数据探测法	205
§ 10.5	稳健估计	209
第 11 章	最小二乘配置	218
§ 11.1	概 述	218
§ 11.2	最小二乘滤波和推估	219
§ 11.3	最小二乘配置	222
第 12 章	动态测量平差	228
§ 12.1	概 述	228
§ 12.2	序贯平差	229
§ 12.3	动态测量的数学模型	236
§ 12.4	离散线性系统的卡尔曼滤波	243
§ 12.5	动态测量平差	250
参考文献		253

第1章 绪论

一个平面三角形三内角之和应等于 180° ，如果对这三个内角进行观测，则三内角观测值之和通常不等于 180° 。在同一量的各观测值之间，或在各观测值与其理论上的应有值之间存在差异的现象，在测量工作中是普遍存在的，是什么原因引起每次结果不一致？如何对这些不一致的观测数据进行处理？这些内容就是本书所要研究的主要问题。

§ 1.1 观测误差

观测(测量)指用一定的仪器、工具、传感器或其他手段获取与地球空间分布有关信息的过程和实际结果，而误差主要来源于观测过程。通过实践，人们认识到，任何一种观测都不可避免地产生误差。当对某量进行重复观测时，常常发现观测值之间往往存在一些差异。例如，对同一段距离重复丈量若干次，量得长度通常是互有差异的。另一种情况是，如果已经知道某几个量之间应该满足某一理论关系，但对这几个量进行观测后，发现实际观测结果往往不能满足应有的理论关系。

由于观测值存在观测误差，因此，在测量工作中普遍存在同一量的各观测值之间，或在各观测值与其理论值之间存在差异现象。

1.1.1 观测误差的来源

观测误差的产生原因概括起来主要有以下五方面(胡圣武 等, 2012)。

1. 测量仪器

测量工作通常是利用测量仪器进行的。由于每一种仪器都具有一定限度的精密度，因而观测值的精密度受到了一定的限制。例如，在用只刻有厘米分划的普通水准尺进行水准测量时，就难以保证在估读厘米以下的尾数时完全正确无误；同时，仪器本身受制造工艺的限制也有一定的误差，如水准仪的视准轴与水准轴不完全平行、水准尺的分划误差等。因此，使用这样的水准仪和水准尺进行观测，就会使水准测量的结果产生误差。同样，经纬仪、全站仪、GPS接收机等仪器的观测结果也会有误差的存在。

2. 观测者

由于观测者感觉器官的鉴别能力有一定的局限性，所以，在仪器的安置、照准、读数方面都会产生误差。同时，观测者的工作态度和技术水平，也可直接影响观测成果质量。

3. 外界条件

观测时所处的外界条件，如温度、湿度、压强、风力、大气折光、电离层等因素，都会对观测结果直接产生影响，随着这些因素的变化，它们对观测结果的影响也随之不同，因此，观测结果产生误差是必然的。

4. 观测对象

观测目标本身的结构、状态和清晰程度等，也会对观测结果直接产生影响，如三角测量中

的观测目标觇标和圆筒由于风吹日晒而产生偏差、卫星导航定位中的卫星钟误差及设备延迟误差等,都会使测量结果产生误差。

5. 方法误差

方法误差指由于测量方法(包括计算过程)不完善而引起的误差。事实上,不存在不产生测量误差的尽善尽美的方法。由测量方法引起的测量误差主要有以下两种情况。

(1)由于测量人员的知识不足或研究不充分致操作不合理,或对测量方法、测量程序进行错误的简化等引起的方法误差。

(2)分析处理观测数据时引起的方法误差。例如,对同一组观测数据采用不同的平差准则所得到的结果不一样。

通常测量仪器、观测者、外界条件、观测对象和方法误差这五个方面的因素合起来称为观测条件。观测条件的好坏与观测成果的质量有着密切的联系。当观测条件好一些时,观测中产生的误差就可能相应地小一些,观测成果的质量就会高一些。反之,观测条件差一些,观测成果的质量就会相对低一些。如果观测条件相同,观测成果的质量就可以说是相同的。但是,不管观测条件如何,观测的结果都会产生这样或那样的误差,测量中产生误差是不可避免的。当然,在客观条件允许的限度内,必须确保观测成果具有较高质量。

1.1.2 观测误差的分类

根据观测误差对观测结果的影响性质,可将观测误差分为偶然误差、系统误差和粗差(李金海,2003;胡圣武等,2012)。

1. 偶然误差

在相同的观测条件下进行一系列观测,如果误差在大小和符号上都表现出偶然性,即从单个误差看,该列误差的大小和符号没有规律性,但就大量误差的总体而言,具有一定的统计规律,这种误差称为偶然误差,有时又称为随机误差。偶然误差的分布规律符合或近似符合正态分布。简言之,符合统计规律的误差称为偶然误差。

例如,经纬仪测角误差是由照准误差、读数误差、外界条件变化所引起的误差和仪器本身不完善而引起的误差等综合的结果。其中,每一项误差又是由许多偶然因素所引起的小误差。例如,照准误差可能是由于照准部旋转不正确、脚架或觇标的晃动与扭转、风力风向的变化、目标的背影、大气折光等偶然因素影响而产生的小误差。因此,测角误差实际上是许许多多微小误差项构成,而每项微小误差又随着偶然因素的影响不断变化,其数值大小和符号正负具有随机性,这样,由它们所构成的误差,就其个体而言,无论是数值大小或符号正负都是不能事先预知的,是随机的,也是不可避免的。因此,经纬仪测角误差就是偶然误差。

2. 系统误差

在相同的观测条件下进行一系列的观测,如果误差在大小、符号上表现出系统性,或者在观测过程中按一定的规律变化,或者为某一常数,那么,这种误差称为系统误差。

系统误差按其表现形式主要分为四类:线性系差、恒定系差、周期系差和复杂性系差。线性系差指误差是随测量时间或其他因素变化而逐渐增加或减少,如全站仪的乘常数误差所引起的距离误差与所测距离的长度成正比例增加,距离愈长,误差也愈大;恒定系差指误差不随时间或其他因素而变化,为恒定常数,如全站仪的加常数误差所引起的距离误差为一常数,与距离的长度无关;周期系差指误差随测量时间或其他因素变化而呈周期性变化,如沉降监测

中,在两固定点间每天重复进行水准测量,就会发现由于温度等外界因素变化而产生以年为周期的周期性误差;复杂性系差指误差随测量时间或其他因素变化而呈十分复杂的规律,可能是前三种系差的叠加或服从某种较为复杂的分布。

系统误差在相同条件下不能通过多次重复观测而减少,它也不像偶然误差那样服从正态分布,其对于观测结果的影响一般具有累积作用,对成果质量的影响也特别显著。在实际工作中,应该采用各种方法来消除或减弱系统误差的影响,达到实际上可以忽略不计的程度,即将残余的系统误差控制在小于或至多等于偶然误差的量级内。为达到这一目的,通常采取如下措施。

(1)找出系统误差出现的规律性并设法求出它的数值,然后对观测结果进行改正。例如,尺长改正、经纬仪测微器行差改正、折光差改正, GPS 观测中根据电离层、大气层的折射模型对观测值进行改正等。

(2)合理选择观测条件。例如,根据经验可知,三角测量中的系统误差来源于观测条件的不同,主要是指天气(太阳照射方向、日间或夜间、风向、风力、气温、气压等),若观测条件改变,如由日间观测改为夜间观测,则观测值服从另一母体,有另一均值,因而有另一系统误差,同一观测角值的分群现象也可由此得到解释。因此,利用不同的观测条件进行观测,系统误差就近似于偶然误差,取其平均,就可减少系统误差的影响。

(3)改进仪器结构并制订有效的观测方法和操作程序,使系统误差按数值接近、符号相反的规律交替出现,从而在观测结果的综合中基本抵消。例如,经纬仪按度盘的两个相对位置读数的装置、测角时纵转望远镜的操作方法、水准测量中前后视距尽量等距的设站要求,以及高精度水平角测量中日、夜的测回数各为一半的时间规定等。

(4)综合分析观测资料发现,系统误差可在平差计算中将其消除。例如,在卫星定位技术的数据处理中用观测值的线性组合参加平差,以抵消电离层、大气折射的影响。

(5)实验估计法。对在测量中无法消除但却可以估计出大小和符号的系统误差,可在测量结果中给予改正,如距离丈量中的尺长改正。

系统误差与偶然误差在观测过程中总是同时发生的。当观测值中有显著的系统误差时,偶然误差就居于次要地位,观测误差就呈现出系统的性质;反之,则呈现出偶然的性质。

系统误差对于观测结果的影响一般有累积作用,它对观测成果质量影响也特别显著。在实际工作中,应该采用各种方法来消除或减弱系统误差对观测成果的影响,达到实际上可以忽略不计的程度。例如,在测量之前对测量仪器进行认真的检验与校正,在测量过程中采用合适的测量方法,对观测成果进行必要改正等。

当观测序列中已经排除系统误差的影响,或者说系统误差与偶然误差相比已处于次要地位,即该观测序列中主要存在着偶然误差。对于这样的观测序列,就称为带有偶然误差的观测序列。这样的观测结果和偶然误差便都是一些随机变量,如何处理这些随机变量,是误差理论与测量平差这一学科所要研究内容。

3. 粗差

在测量工作的整个过程中,除了系统误差和偶然误差外,还可能发生粗差。粗差一般是指超限误差,即比最大偶然误差还要大的误差,通俗地说,粗差要比偶然误差大好几倍。例如,观测时大数读错,计算机输入数据错误,航测像片判读误差,控制网起始数据误差等。粗差是一种人为误差,在一定程度上可以避免,其存在将极大地危害测量最终成果。随着现代测绘技术

的发展,特别是对地观测中发挥越来越大的作用,可以在短时间内通过自动化采集等方法获得大量的观测值,这样难免会有粗差混入信息之中。粗差问题在现今的高新测量技术中尤为突出。粗差识别不是用简单方法就可以实现的,需要通过数据处理技术进行识别、定位和消除。

上述三类误差中,偶然误差和系统误差是属于不可避免的正常性误差,而粗差则属于能够避免的非正常性误差,是不允许的。因此,在误差数据处理中,对含有粗差的观测结果应予以剔除,使测量结果只含有偶然误差和系统误差。

§ 1.2 测量平差内容与任务

1.2.1 测量平差内容

测量平差是测绘学中一个有悠久历史的专有名词。测量平差理论发展到现在,从其理论构成和计算技术来看,它是集概率统计学、近代代数学、计算机软件、误差理论、测量数据处理技术为一体的一门不断发展和完善的学科,其理论和方法对其他学科,如计量学、物理学、工学、化学及各类工程学科等,只要是处理带有误差的观测数据、有多余观测值问题,均可应用,所以测量平差的适用范围十分广泛。

本书的主要内容如下。

(1)误差基本理论。包括测量误差及其分类,偶然误差的概率特性,精度标准,中误差和权的定义及其确定方法,方差矩阵和权逆矩阵传播规律,方差传播和权倒数传播定律在测量中的应用。

(2)测量平差函数模型和随机模型的概念及建立,参数估计理论及最小二乘原理。

(3)测量平差基本方法。重点介绍间接平差和条件平差。

(4)测量平差的应用。重点研究卫星定位技术的数据处理、坐标值平差、回归分析及误差椭圆。

(5)秩亏自由网平差理论。主要介绍常用的秩亏自由网平差的各种方法,以及相互转换原理。

(6)统计假设检验理论。主要归纳假设检验的基本原理,以及几种基本的假设检验方法。

(7)验后方差分量估计理论。主要研究模型误差对平差结果的影响、赫尔默特(Helmert)方差分量估计,以及方差-协方差分量估计。

(8)系统误差的处理理论。主要研究附加系统参数平差模型的原理、附加系统参数的假设检验,以及有偏估计的基本原理和性质。

(9)粗差处理理论。主要研究内可靠性、外可靠性、多余观测分量、数据探测法的原理、稳健估计原理、M估计,以及针对处理粗差的几种常用抗差最小二乘方法。

(10)最小二乘配置。主要研究滤波模型及最小二乘配置平差方法。

(11)动态测量数据处理。主要研究动态测量平差的平差模型,以及卡尔曼(Kalman)滤波原理。

1.2.2 测量平差任务

由于观测结果不可避免地存在着误差的影响,在实际工作中,为了提高成果的质量,防止错误发生,通常要使观测值的个数多于未知量的个数,也就是要进行多余观测。例如,一个平面三角形,只需要观测其中两个内角,即可决定它的形状,但通常是观测三个内角。由于偶然误差和系统误差的存在,通过多余观测必然会发现观测结果不一致,或不符合应有关系,而产生不符值。因此,必须对这些带有误差的观测值进行处理,消除不符值,得到观测量最可靠的结果。由于这些带有误差的观测值是一些随机变量,因此,可以根据概率统计的方法来求出观测量的最可靠结果,这就是本学科的一个主要任务。本学科的另一主要任务是评定测量成果的精度。

从误差处理的角度,本学科的任务还包括:建立误差分析体系,研究误差来源、误差类型、度量误差的指标,研究误差的空间传播机制,削弱误差对测绘产品的质量影响,用统计分析理论进行产品的质量控制在(武汉大学测绘学院测量平差学科组,2009)。

§ 1.3 发展历史与展望

1.3.1 发展历史

18世纪末,在天文学、大地测量学及与观测自然现象有关的其他科学领域中,常常提出这样的问题,即如何消除观测误差引起的观测值之间的矛盾,从多于待估量的观测值中求出待估量的最优值。当时,许多著名科学家都开始研究这一课题。

1794年,年仅17岁的高斯(Gauss)首先提出解决这个问题的方法——最小二乘法。他是以算术平均值为待求量的最或然值,观测误差服从正态分布这一假设导出了最小二乘原理。1801年,天文学家对刚发现的谷神星运行轨道的一段弧长进行了一系列观测,后来因故中止了观测。这就需要根据这些极其有限且带有误差的观测结果求出该星运行的实际轨道。高斯用自己提出的最小二乘法解决了这个当时很大的难题,对谷神星运行轨道进行了成功预报,使天文学家又及时找到了这颗彗星。但高斯并没有及时行文发表他所提出的最小二乘方法。直到1809年,高斯才在《天体运动的理论》一文中,从概率的观点详细叙述了他所提出的最小二乘原理。而在此之前,1806年,勒让德(Legendre)发表了《决定彗星轨道新方法》一文,从代数的观点独立地提出最小二乘法,并定名为最小二乘法。因此,后人称它为高斯-勒让德方法(武汉测绘科技大学测量平差教研室,1996;於宗涛等,1983)。

自20世纪六七十年代开始,测量手段逐渐精密和现代化,特别是电子计算机、矩阵代数、泛函分析、最优化理论和概率统计在测量平差中广泛应用,对测量平差的理论和实际应用产生了深刻影响,近代测量数据处理理论与应用得到了很大发展,出现了许多新的理论和方法。主要表现在如下几个方面。

(1) 秩亏自由网平差。在经典平差中,任何一个平差问题总是具有足够的起算数据,或称为具有足够的基准条件。在这个前提下,得到法方程的系数总是满秩的。由于法方程的系数矩阵满秩,法方程有唯一解。但在实际工作中,有时存在没有足够起算数据的情况(陶本藻,2001)。例如,在水准测量中没有已知水准点但却以高程作为参数就是这种情况。当一个平差

问题没有足够的起算数据时,法方程系数矩阵就会秩亏,致使法方程没有唯一解。为了解决这个问题,1962年,迈塞尔(Meissl)提出了自由网平差的思想,从此将经典平差扩展到秩亏自由网平差(陶本藻,2001)。

(2)从非随机参数到随机参数及随机参数与非随机参数一并平差处理——最小二乘滤波、推估和配置。在经典最小二乘平差中,通常假定平差参数是非随机变量;或是随机变量,但没有先验统计性质,在参数估计时无法顾及其随机性;或是随机变量,具有先验统计性质,但在参数估计时不予考虑其随机性也能满足要求。然而,在实际应用中,往往存在并需要考虑随机参数先验统计性的参数估计,以及随机参数与非随机参数同时存在的参数估计问题。20世纪60年代,产生了顾及随机参数及同时顾及随机参数与非随机参数存在的最小二乘平差方法——最小二乘滤波、推估和配置。它起源于最小二乘的内插和外推重力异常的平差问题。1969年,克拉鲁普(Krarup)把推估重力异常的方法推广到利用重力异常场中不同类型的数据,如重力异常、垂线偏差等,估计重力异常场中的任一元素,如扰动位、大地水准面差距等,从而提出了最小二乘滤波、推估和配置,也称拟合推估法。莫里兹(Moritz)进一步进行了系统研究,提出了带系统参数的最小二乘配置,并概述了在大地测量其他方面的应用,进而导致几何位置和重力异常场的最小二乘联合求定,为整体大地测量奠定了理论基础。1972年,克劳斯(Krauss)将这一方法引入航空摄影测量中(崔希璋等,2009;刘国林等,2012)。

(3)从先验定权到后验定权——随机模型的验后估计。经典平差主要致力于平差函数模型的研究。随着测绘新技术的不断发展和应用,测量平差的处理对象已从过去单一同类观测量扩展到不同类、多源、不同精度的观测量,如不同等级的三角网联合平差、卫星网与地面网联合平差、航测网与大地网联合平差等。在经典平差中,观测量的方差是验前得到的,这种验前得到的方差具有一定的局限性,有时不能如实反映观测量的精度,因此确定各观测量之间的权比也不可能合理。为了提高平差结果的精度,比较可靠地确定各观测量之间的权比,许多学者致力于将经典的先验定权方法改进为后验定权方法的研究,提出验后估计方差的方法,称为随机模型的验后估计,又称为方差-协方差分量估计。到20世纪80年代,方差-协方差分量估计理论已经形成并得到广泛应用(崔希璋等,1992,2009)。

(4)从处理静态数据到处理动态数据——动态测量平差。在经典测量平差中,观测值和待估参数都是不随时间变化的静态数据,但是在现代测量数据处理中,许多情况下观测值和待估参数都是随时间变化的动态数据,如卫星导航中的观测值和待估参数。为了处理这种数据,1960年卡尔曼提出了著名的卡尔曼滤波。它采用信号与噪声的状态空间模型,利用前一时时刻估计值和现时刻的观测值来更新状态变量的估计,求出现时刻的估计值。以“预测—实测—修正”的顺序递推,能够从一系列不完全包含噪声的测量中,估计动态系统的状态,为此,特别适合于动态数据处理和计算机运算,因而得到了广泛的实际应用(费业泰等,2001;宋文尧等,1991;赵长胜,2011)。应用于卡尔曼滤波和其他动态平差方法,使仅能处理观测值和待估参数不随时间变化的静态数据的经典测量平差,扩展到能处理观测值和待估参数都随时间变化的动态数据平差。

(5)从线性模型的参数估计到非线性模型的参数估计——非线性平差。经典平差方法实际上是线性模型的参数估计,但测量实践中却存在大量的非线性模型。在经典平差中总是对非线性模型进行线性近似,将其按泰勒级数展开,取至一次项,略去二次及以上各项;然后,根据线性最小二乘原理构成线性对称的法方程组,并进行直接求解计算和分析平差结果。如此

线性近似,必然会引起模型误差。如果线性近似所引起的模型误差小于观测误差,则线性近似所引起的模型误差可忽略不计。随着科学技术的不断发展,现在的测量精度已大大提高,致使线性近似所引起的模型误差与观测误差相当,甚至还会大于观测误差。因此,用近似的理论、模型、方法去处理具有高精度的观测结果,导致精度损失,显然是不科学的。现代科学技术要求估计结果的精度尽可能提高,这样,传统线性近似的方法就不能满足当今科学技术的要求。更重要的是,有些非线性模型对参数的近似值十分敏感,若近似值的精度较差,线性近似时就会产生较大的模型误差。此时,用线性模型的精度评定理论去评定估计结果的精度,会得到一些虚假的优良统计性质,人为地拔高估计结果的精度。为此,人们提出了直接处理非线性模型,从线性模型的参数估计扩展到非线性模型的参数估计(陶本藻等,1997;胡圣武,1997;王新洲,2002;刘国林,2002)。

(6)从偶然误差的处理到含有系统误差的处理——消除系统误差影响的平差方法,即附加系统参数的平差。观测误差按性质可分为偶然误差、系统误差和粗差三种。经典最小二乘平差仅处理观测值中的偶然误差。实际上,许多实际问题处理中,在平差前完全消除系统误差的影响是不可能的。随着测绘科学与技术的快速发展,测量精度的要求不断提高,对平差结果的精度要求也越来越高,出现了通过平差消除系统误差影响的平差方法。

在平差过程中,消除系统误差对平差结果影响的常用方法是附加系统参数的平差方法,其基本思想是在仅含有偶然误差的函数模型基础上,加入一些附加参数用以抵偿观测数据中存在的系统误差对平差结果的影响,在航空摄影测量中称为自检校平差。根据实际情况,可以把附加参数看作是非随机参数,按通常的参数平差方法求解,也可以把附加参数看作是随机畸变,按最小二乘配置法一并求解(赵财福,1989;黄维彬,1992;周江文,1999;陶本藻,2002;陶本藻等,2002)。另外,也有学者开展应用半参数估计理论来处理系统误差的平差问题。

(7)从无偏估计到有偏估计。最小二乘估计具有很多优良的统计性质,在经典测量平差中估计参数具有无偏性和有效性,即估计的参数是线性最优无偏估计量。因此,自高斯创立最小二乘方法以来,该方法一直是线性模型中广泛采用的主要估计方法。但随着人们越来越多地处理含有较多未知参数的大型线性模型问题,如自检校平差中引进的附加参数过多时,因为未知参数过多,有时未知参数之间难免存在近似的线性关系,从而导致系数矩阵的列向量近似线性相关,使法方程系数矩阵接近奇异而呈病态。而当法方程病态时,观测值的很小误差,也会使待估参数产生很大的变化,不仅解极不稳定,而且其方差虽然在线性无偏估计类中最小,但其方差的数值却很大,使得最小二乘估计精度比较差。于是许多学者致力于改进最小二乘估计,提出了许多估计准则,其中最重要一类估计就是有偏估计,使参数估计的数学期望不等于参数向量的估计(归庆明等,1998,2000)。有偏估计是斯坦(Stein)于1955年提出的,随后许多学者先后提出了许多有偏估计的方法,其中主要有岭估计、广义岭估计、主成分估计及特征根估计等。

(8)从偶然误差的处理到含有粗差的处理——剔除粗差的平差方法,即数据探测法与稳健估计。在经典最小二乘平差中处理的是偶然误差,以精度作为评定测量成果质量的指标。但在有些情况下,观测值中的粗差不可避免,在平差前完全剔除粗差的影响是不可能的。由于最小二乘估计不具备抵抗粗差的能力,其粗差的存在必然导致平差成果不可靠,对不可靠成果讨论精度是没有意义的。随着对平差结果精度要求不断提高,出现了通过平差剔除粗差的影响方法(黄幼才,1990;周江文等,1995;周江文,1999)。

1968年,巴尔达(Baarda)在他的名著《大地网的检验方法》中,首先用数理统计方法阐述了测量系统的“数据探测”法和可靠性理论,为在测量平差过程中自动剔除粗差提供了理论基础。该方法事实上就是大家所称的粗差归于函数模型的数据探测法。处理粗差的另一种主要方法是将粗差归入随机模型的稳健估计法,又称为 Robust 估计法,可分为选权迭代法和 P 范数最小法等。

(9)从最小二乘估计准则扩展到其他多种估计准则。在经典平差中,实际上只是应用了最小二乘估计准则。随着科学技术的发展,参数估计理论得到了巨大的发展,出现了极大似然估计、极大验后估计、最优无偏估计、贝叶斯(Bayes)估计、稳健估计、P-范估计、信息扩散估计、极大可能估计、半参数估计等多种估计方法(陶本藻,2007)。应用上述各种估计的测量平差问题已取得了许多成果,并在进一步深入研究之中。

总之,自 20 世纪 70 年代以来,随着全球定位系统、地理信息系统和遥感技术在测绘中的应用,测量平差理论和方法得到了飞速发展,出现了许多新的测量数据处理理论和方法,也推动了测量平差理论的发展。

1.3.2 展望

伴随着现代科技的发展,特别是现代数学、信息采集手段、信息传输、信息存储和计算技术的发展,现代测量数据处理在最近的半个世纪,无论是理论方法还是处理技术都发生了天翻地覆的变化,无论是其研究领域还是应用领域都得到了极大的拓展。概括来说,近代测量数据处理的发展主要包括以下几个方面(张勤等,2011)。

1. 理论体系

从以经典代数学为主转化为以概率统计为主,并融入随机数学、泛函分析、拓扑学、分形几何、常微分方程、偏微分方程、图论、小波分析、物理数学等近代数学理论与方法,形成现代测量数据处理理论体系,极大拓展了现实世界模型的能力,丰富了研究内容与应用领域。

2. 测量数据处理最优准则

从经典最小二乘准则(估计)扩展至极大似然估计、极大验后估计、最优无偏估计、最小方差估计、贝叶斯估计、P-范估计、信息扩展估计、半参数估计等最优化准则,由此实现测量数据处理从仅能处理具有正态分布、含偶然误差的观测数据,到可以处理多种分布、包含系统误差、粗差的观测数据,而且待估未知参数可以是非随机参数也可以是随机参数。

3. 模型估计解算类型

从具有严格限制的经典高斯-马尔可夫模型发展为更为灵活的广义高斯-马尔可夫模型。由此产生的相应新的参数估计方法包括秩亏自由网平差、滤波与最小二乘配置、稳健最小二乘平差、卡尔曼滤波等,以及顾及随机模型正确性的验后方差估计。因此,处理的观测数据从单一类型过渡到多种类型数据整体联合处理,从静态数据扩展到动态数据;研究模型从线性模型发展到非线性模型。

4. 数据精度评价与质量控制

参数的精度评定从主要依据线性误差传播理论估计参数的精度评定发展到基于统计学、随机数学等近代数学的可靠性理论;从数据精度评价发展到数据精度控制、数据质量控制,以求实现在数据处理过程中除了能对估计参数和成果精度进行评价外,还能通过数据质量控制确保成果少受污染,具有高质量和高可靠度。

尽管近半个世纪的数据处理理论与方法有了长足发展,但是随着现代科技飞速发展,社会已全面进入信息化时代,并逐步向智能化方向发展,必将对测量数据处理理论与方法提出更高要求,数据处理理论发展也将面临新的机遇与挑战。随着研究领域的不断扩大、数据采集(测量)手段的多样化和高度现代化,测量数据处理的数据类型和模型更加复杂、多变,也使数据处理面临许多亟待解决的理论问题。例如,如何将对现实世界的描述从单纯的物理模型或几何模型表达为同时顾及物理与几何特性的融合模型表达,实现对现实世界的模型化;面对大量复杂的非线性模型,研究如何选择更适应的最优化估计准则,以及更有效的非线性参数估计理论、算法及评价准则;不适定与正则化、概率与非概率问题的算法;带有有色噪声等多误差影响的数据评价与质量控制;多数据源的融合与数据挖掘等。相信随着社会信息化、智能化发展,测量数据处理理论与应用研究必将会取得更为辉煌的发展,更好满足信息数据与智能决策的需求,实现进一步促进社会发展的目的。

第2章 测量误差基本理论

本章就测量误差所涉及的基本理论进行阐述,主要介绍测量误差分布、误差传播律、测量平差模型、必要观测数的确定、参数估计方法和参数估计准则等内容。

§ 2.1 测量常用的概率分布

2.1.1 正态分布

正态分布也称为高斯分布,无论是在理论上还是实用上,正态分布都是一种很重要的分布。

(1)设有相互独立的随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 其总和为 $X = \sum_{i=1}^n X_i$, 无论这些随机变量原来是服从什么分布, 也无论它们是同分布或不同分布, 只要它们具有有限的数学期望和方差, 且其中每一个随机变量对其总和 X 的影响都是均匀的, 也就是说, 没有一个比其他的变量占有绝对优势, 那么, 其总和 X 服从或近似服从正态分布。

(2)有许多分布, 如 t 分布、 χ 分布等, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 它们多趋近于正态分布, 也就是说正态分布是多种分布的极限分布。

由此可见, 正态分布是一种最常见的概率分布, 是处理观测数据的基础, 所以在测量数据处理中占有重要的地位。

1. 一维正态分布

具有密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\xi)^2\sigma^{-2}\right\} \quad (2-1)$$

的概率分布称为一维正态分布。在 $(-\infty, +\infty)$ 范围内其积分等于 1, $\sigma > 0$ 。相应的分布函数为

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\xi)^2\sigma^{-2}\right\} dx \quad (2-2)$$

具有密度函数式(2-1)的随机变量称为正态变量, 简记为 $X \sim N(\xi, \sigma^2)$, 参数 ξ, σ^2 分别称为 X 的数学期望和方差, 即

$$E(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\xi)^2\sigma^{-2}\right\} dx = \xi \quad (2-3)$$

$$D(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\xi)^2 \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\xi)^2\sigma^{-2}\right\} dx = \sigma^2 \quad (2-4)$$

正态分布具有可加性。如果 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为相互独立正态变量, 且每一 $X_i \sim N(\xi_i, \sigma_i^2)$, 则其和也属于正态分布, 即有