

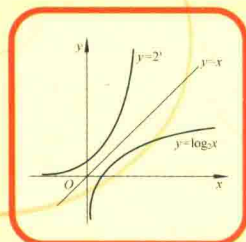
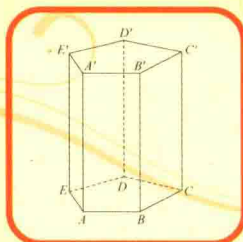
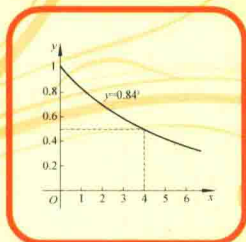
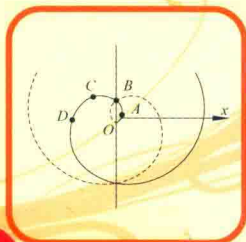
高等职业教育“十二五”规划教材

应用数学基础

张娅莉 沈雪梅 主编

周新建 李新 周娟 赵娜 副主编

YINGYONG SHUXUE JICHU



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等职业教育“十二五”规划教材

应用数学基础

主 编 张娅莉 沈雪梅
副主编 周新建 李 新 周 娟 赵 娜

内 容 简 介

《应用数学基础》是五年制高等职业教育各专业必修的一门公共课程,本书集合了应用数学的各方面基础知识,涵盖面广,用大量生动典型的例子来讲解应用数学基础知识,避免了大量繁杂枯燥的数学计算。全书共分为12章,主要介绍了集合、函数、平面向量、复数、空间图形、直线与二次曲线、极坐标与参数方程、数列、排列组合、概率初步等内容。

本书适合作为五年制高等职业教育应用数学课程的教材,也可作为数学自学者的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础 / 张娅莉,沈雪梅主编. —北京:
中国铁道出版社,2013.9
高等职业教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-17232-9

I. ①应… II. ①张… ②沈… III. ①应用数学—高等职业教育—教材 IV. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 200790 号

书 名: 应用数学基础
作 者: 张娅莉 沈雪梅 主编

策 划: 邢斯思 杨 勇
责任编辑: 祁 云
封面设计: 付 巍

读者热线: 400-668-0820
责任印制: 李 佳
封面制作: 白 雪

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)
印 刷: 北京海淀五色花印刷厂
版 次: 2013年9月第1版 2013年9月第1次印刷
开 本: 787mm×1 092mm 1/16 印张: 22 字数: 527 千
印 数: 3 000 册
书 号: ISBN 978-7-113-17232-9
定 价: 39.80 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)63549504

序

数学内容丰富且应用广泛，是系统性很强的一门科学。数学的学习其本质是学习它的思想方法，然后应用于实际问题中。高等职业教育的数学课程作为一门公共基础课，承担着为学好其他课程奠定基础的重任，同时学以致用更是其核心目标，因此更应重视理解和消化，只有理解了数学思想，掌握了数学的基本方法，我们才能加以灵活应用。

计算机的广泛应用掀起了数字化、网络化、可视化的浪潮，对各学科（包括数学）产生了深远的影响。随着计算机软、硬件技术日新月异地进步，计算机模拟（控制、辅助设计、诊断），数字信号处理、模式识别等蓬勃发展，又与数学紧密相关，使得数学学习在与计算机的使用相结合后，取得更好的学习效果。因此在高职数学教学中，应重视计算机和数学软件的应用，培养学生上机的能力。

科学与社会实践中产生的许多问题实质就是数学问题，数学建模就是抓住本质因素（同时忽略一些非本质因素）把实际问题转换成数学问题的过程，因此渗透数学建模思想，培养学生解决实际问题的能力，是高职数学基础课的一项重要任务。

本书内容包括集合论、逻辑关系、初等函数、立体和解析几何、向量、排列组合、概率初步等。对应用数学基础作了全面的阐述。作者注意了数学语言的清晰、简明、正确，并考虑到与实际相结合的重要，引用了不少实际问题作为实例和阅读材料。但限于篇幅，本书不可能涵盖所有专业的实际需求，请教师在使用时注意挖掘与本专业有关问题加以研究。

希望本书出版后，在高职院校数学教师们的使用中逐步完善，使它更加适合高职教育，成为一本深受广大师生喜爱的好教材。

于信阳职业技术学院

2013年6月

前 言

《应用数学基础》是五年制高等职业教育各专业必修的一门公共课程，是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础，本教材的编写以职业教育的培养目标为根本依据，遵循“拓宽基础、强化能力、立足应用”的原则。编者在编写时充分注意了学生的年龄特点，尽量做到由浅入深、由易到难、由具体到抽象、通俗直观、循序渐进。

本书内容包括集合论、逻辑关系、初等函数、立体和解析几何、向量、排列组合、概率初步等。授课过程中，教师可根据实际情况进行取舍。

书中的每一节，一般都在主要知识点后或这一节后配有“练习”题，供课堂练习选用。每一节后配有“习题”，供课后作业选用，每一章后面都配有“复习题”，供复习本章时选用。

每章后都有本章小结，包括本章的主要内容和应注意的问题，供复习这一章时参考，并且安排了一两篇阅读材料，供课后学生阅读，以调动学生兴趣和情感、拓宽视野、强化应用能力。

本书主编张娅莉、沈雪梅，副主编周新建、李新、周娟、赵娜，各章编写人员如下：沈雪梅（第1、7章），赵娜（第2、6章），李新（第3、10章），张娅莉（第4、8章），周新建（第5、9章），周娟（第11、12章）。

本书的统稿工作由张娅莉完成，由黄德成教授主审。

由于编者水平有限，加上时间紧迫，书中必然存在许多不足和不当之处，真诚欢迎广大使用本教材的教师、学生和其他读者批评指正，提出改进意见，以便今后改进。

《应用数学基础》教材编写组

2013年6月

目 录

第 1 章 集合与逻辑关系	1
§ 1.1 集合	1
1.1.1 集合的概念及其表示法	1
1.1.2 集合之间的关系	3
练习	4
1.1.3 集合的运算	5
练习	7
习题 1-1	7
§ 1.2 几种不等式的解法	8
1.2.1 区间	8
练习	9
1.2.2 含绝对值的不等式的解法	9
练习	10
1.2.3 一元二次不等式的解法	10
1.2.4 $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ (或 < 0) ($c \neq 0$) 型不等式的解法	12
练习	13
习题 1-2	13
§ 1.3 逻辑关系	14
1.3.1 命题	14
练习	14
1.3.2 逻辑联结词	15
练习	17
1.3.3 量词简介	17
1.3.4 四种命题	18
练习	18
1.3.5 充分条件与必要条件	18
练习	19
习题 1-3	20
本章小结	21
复习题一	22
第 2 章 函数	25
§ 2.1 映射	25
练习	27

习题 2-1	27
§ 2.2 函数	28
练习	31
习题 2-2	32
§ 2.3 函数的单调性	33
习题 2-3	34
§ 2.4 函数的奇偶性	34
练习	36
习题 2-4	36
§ 2.5 反函数	37
练习	39
本章小结	40
复习题二	41
第 3 章 幂函数、指数函数、对数函数	45
§ 3.1 指数	45
练习	48
习题 3-1	49
§ 3.2 幂函数	49
练习	52
习题 3-2	52
§ 3.3 指数函数	52
练习	54
习题 3-3	55
§ 3.4 对数	55
练习	59
习题 3-4	60
§ 3.5 对数函数	61
练习	63
习题 3-5	63
本章小结	64
复习题三	65
第 4 章 三角函数	71
§ 4.1 角的概念的推广——弧度制	71
4.1.1 角的概念的推广	71
练习	73
4.1.2 弧度制	73
练习	75
习题 4-1	75
§ 4.2 任意角的三角函数	76
练习	80

习题 4-2	80
§ 4.3 同角三角函数的基本关系式	81
练习	84
习题 4-3	84
§ 4.4 诱导公式	85
4.4.1 化负角的三角函数为正角的三角函数	85
练习	86
4.4.2 化任意角的三角函数为锐角的三角函数	86
练习	87
4.4.3 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right), \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right), \tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ 的诱导公式	87
练习	89
习题 4-4	89
§ 4.5 加法定理及其推论	89
4.5.1 两角和与差的正弦、余弦、正切	89
练习	92
4.5.2 二倍角的正弦、余弦、正切	93
练习	94
习题 4-5	94
§ 4.6 正弦函数、余弦函数、正切函数的图象和性质	95
4.6.1 正弦函数和余弦函数的图象	95
练习	98
4.6.2 正弦函数和余弦函数的性质	98
练习	101
4.6.3 正切函数的图象和性质	101
练习	103
习题 4-6	103
§ 4.7 正弦型函数的图象	104
4.7.1 函数 $y=A\sin x (A>0)$ 的图象	104
4.7.2 函数 $y=\sin \omega x (\omega>0, \text{且 } \omega \neq 1)$ 的图象	105
4.7.3 函数 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象	106
4.7.4 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi) (A>0, \omega>0)$ 的图象	108
练习	110
习题 4-7	110
§ 4.8 解斜三角形	111
4.8.1 正弦定理和余弦定理	111
练习	116
4.8.2 应用举例	117
练习	118
习题 4-8	118

本章小结	119
复习题四	121
第5章 平面向量	125
§ 5.1 平面向量的基础知识	125
5.1.1 平面向量的概念	125
练习	125
5.1.2 向量的模、零向量、单位向量	126
5.1.3 向量的相等、相反和自由向量	126
练习	126
5.1.4 向量共线(平行)	126
练习	127
§ 5.2 向量的线性运算	127
5.2.1 向量的加法运算	127
5.2.2 向量的减法运算	129
练习	130
5.2.3 向量的数乘运算	130
练习	133
习题 5-1	133
§ 5.3 向量的坐标运算	134
5.3.1 直角坐标系下位置向量的坐标	134
5.3.2 位置向量的坐标线性运算	135
练习	135
5.3.3 任意向量的坐标表示	136
练习	137
5.3.4 中点公式	137
练习	138
习题 5-2	138
§ 5.4 向量的数量积	138
5.4.1 向量的数量积概念	139
练习	140
5.4.2 数量积的坐标表示	140
练习	142
习题 5-3	142
本章小结	143
复习题五	144
第6章 复数	147
§ 6.1 复数的基本概念	147
6.1.1 复数的定义	147
练习	149
6.1.2 复数的几何表示	149

练习	152
习题 6-1	152
§ 6.2 复数的四则运算	153
6.2.1 复数的加法与减法	153
练习	155
6.2.2 复数的乘法与除法	155
6.2.3 实系数一元二次方程在复数范围内的解	157
练习	158
习题 6-2	158
§ 6.3 复数的三角形式和指数形式	159
6.3.1 复数的三角形式	159
练习	162
6.3.2 复数三角形式的乘、除运算	162
练习	164
6.3.3 复数的指数形式及复数在电工学中的表示	165
练习	166
6.3.4 复数的应用	166
习题 6-3	167
本章小结	167
复习题六	169
第 7 章 空间图形	173
§ 7.1 平面	173
7.1.1 平面及其表示法	173
7.1.2 水平放置的平面图形直观图的画法	173
7.1.3 平面的基本性质	174
练习	175
习题 7-1	175
§ 7.2 空间两条直线的位置关系	176
7.2.1 两条直线的位置关系	176
7.2.2 两条异面直线所成的角	176
练习	177
习题 7-2	177
§ 7.3 空间的直线和平面的位置关系	178
7.3.1 直线和平面的位置关系	178
7.3.2 直线和平面平行	178
7.3.3 直线和平面垂直	179
7.3.4 直线和平面斜交	179
7.3.5 三垂线定理	180
练习	181
习题 7-3	181

§ 7.4 平面与平面的位置关系	182
7.4.1 平面与平面的位置关系	182
7.4.2 平面与平面平行	183
7.4.3 二面角	184
7.4.4 平面和平面垂直	184
练习	186
习题 7-4	186
§ 7.5 简单的空间几何体	187
7.5.1 多面体的概念	187
7.5.2 多面体直观图的画法	190
7.5.3 多面体计算举例	190
7.5.4 旋转体的概念	192
7.5.5 水平平面内圆的直观图的画法	193
7.5.6 旋转体的轴截面	194
练习	195
习题 7-5	195
本章小结	196
复习题七	197
第 8 章 直线与二次曲线	200
§ 8.1 曲线与方程	200
习题 8-1	203
§ 8.2 直线方程	203
8.2.1 直线的倾斜角和斜率	203
8.2.2 直线方程的几种形式	203
练习	206
习题 8-2	206
§ 8.3 平面内两条直线的位置关系	207
8.3.1 两条直线平行与垂直	207
练习	209
8.3.2 两直线的交点	209
8.3.3 点到直线的距离	210
练习	211
8.3.4 二元一次不等式组所表示的区域	212
练习	213
8.3.5 两个变量线性规划问题的图解法	213
练习	215
习题 8-3	216
§ 8.4 圆的性质	217
8.4.1 圆的方程	217
练习	220

8.4.2	坐标轴的平移	220
练习		222
习题 8-4		222
§ 8.5	椭圆、双曲线和抛物线	223
8.5.1	机械法作图、定义与标准方程	223
练习		227
8.5.2	几何性质与画法	228
练习		233
8.5.3	利用平移化简二次曲线方程	233
练习		235
8.5.4	圆锥曲线的光学性质	236
练习		237
习题 8-5		237
本章小结		238
复习题八		241
第 9 章	极坐标与参数方程	249
§ 9.1	极坐标	249
9.1.1	极坐标系	249
练习		250
9.1.2	极坐标与直角坐标的互化	250
练习		252
9.1.3	极坐标方程的作图	252
9.1.4	曲线的极坐标方程	253
练习		254
9.1.5	等速螺线	254
练习		257
习题 9-1		257
§ 9.2	参数方程	258
9.2.1	曲线的参数方程的概念	258
练习		259
9.2.2	化曲线的参数方程为普通方程	259
练习		260
9.2.3	参数方程的作图	260
9.2.4	求参数方程举例	261
9.2.5	圆的渐开线	262
9.2.6	摆线	263
习题 9-2		263
本章小结		264
复习题九		265
第 10 章	数列	269

§ 10.1 数列的基础知识	269
10.1.1 数列的概念	269
10.1.2 通项公式	270
练习	271
10.1.3 递推公式	271
练习	271
10.1.4 数列的分类	272
习题 10-1	272
§ 10.2 等差数列	272
10.2.1 等差数列的定义	272
10.2.2 等差数列的通项公式	273
10.2.3 等差中项	274
练习	274
10.2.4 等差数列的前 n 项和公式	275
练习	276
习题 10-2	276
§ 10.3 等比数列	277
10.3.1 等比数列的定义	277
10.3.2 等比数列的通项公式	277
10.3.3 等比中项	278
练习	278
10.3.4 等比数列的前 n 项和公式	279
练习	280
习题 10-3	280
§ 10.4 数列的极限	281
10.4.1 “ Σ ”符号简介	281
10.4.2 数列极限的概念	282
练习	286
习题 10-4	286
本章小结	287
复习题十	288
第 11 章 排列组合与二项式定理	294
§ 11.1 加法原理和乘法原理	294
11.1.1 加法原理	294
练习	294
11.1.2 乘法原理	295
练习	295
习题 11-1	296
§ 11.2 排列	296
11.2.1 排列的定义	296

11.2.2 排列数公式	297
练习	300
11.2.3 重复排列问题举例	300
练习	301
习题 11-2	301
§ 11.3 组合	302
11.3.1 组合的定义	302
11.3.2 组合数公式	302
11.3.3 组合数的两个性质	304
11.3.4 排列、组合简单应用举例	304
练习	306
习题 11-3	306
§ 11.4 二项式定理	307
11.4.1 二项式定理的定义	307
11.4.2 二项式系数的性质	309
练习	310
习题 11-4	310
本章小结	310
复习题十一	311
第 12 章 概率初步	315
§ 12.1 随机事件的概念	315
12.1.1 随机事件	315
练习	317
12.1.2 随机事件的概率	317
练习	321
习题 12-1	321
§ 12.2 事件间关系	322
12.2.1 事件的包含关系与等价关系	322
12.2.2 事件的并	323
12.2.3 事件的交	323
12.2.4 事件的互不相容关系	324
12.2.5 逆事件	324
练习	325
习题 12-2	325
§ 12.3 概率的加法公式	326
12.3.1 概率加法公式的概念	326
12.3.2 逆事件的概率	327
练习	328
习题 12-3	328
§ 12.4 乘法公式、伯努利概型	329

12.4.1 条件概率与乘法公式	329
12.4.2 事件的独立性	330
12.4.3 伯努利概型	331
练习	333
习题 12-4	334
本章小结	334
复习题十二	336

第 1 章

集合与逻辑关系

集合论起源于 19 世纪后期,是现代数学中的一个分支,它的基本思想、方法和符号已被运用到数学的各个领域,逻辑学是一门研究人类思维规律的学科,具有十分广泛的应用.

在本章中,我们将先介绍关于集合的一些重要概念,常用的符号以及简单运算;然后,介绍几种不等式的解法;最后介绍逻辑学中的命题及其基础知识,数学中常用的充分条件、必要条件等.

§ 1.1 集 合

1.1.1 集合的概念及其表示法

1. 集合的概念

先看下面的例子:

- (1)不超过 10 的所有正偶数;
- (2)一个班级里所有的学生;
- (3)方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的全部实数根;
- (4)所有的等腰三角形;
- (5)学校图书馆里的所有藏书;
- (6)到一条线段两端距离相等的所有点.

上面例子指的都是些对象的全体,这些对象分别具有某种特定的属性.

我们把具有某种特定属性的对象的全体叫做**集合**,简称**集**,集合里的每个对象,叫做这个集合的**元素**.

上面例子中的(1)是由 2、4、6、8、10 组成的集合,其中 2、4、6、8、10 都是该集合的元素.(3)是由 2、3 组成的集合,其中 2、3 都是该集合的元素.(4)是所有等腰三角形组成的集合,每一个具体的等腰三角形都是该集合的元素.可以看出,有的集合中元素个数是有限的,有些集合中元素个数是无限的.

如果集合只含有有限个元素,这样的集合叫做**有限集**,如果集合含有无限多个元素,这样的集合叫做**无限集**.

思考:请举出两个例子,一个是有限集,一个是无限集.

我们常用大写的字母 $A, B, C, \dots$ 等作为某个集合的记号.用小写的字母 $a, b, c, \dots$ 等作为元素的记号.如果元素 a 是集合 A 的元素,就记为“ $a \in A$ ”,读作“ a 属于 A ”;如果 a 不是集合 A 的元素,就记为“ $a \notin A$ ”,读作“ a 不属于 A ”.元素与集合之间的关系要么是“属于”,要么是“不

属于”。例如,如果将上面例子中的集合(1)记为 A ,则有 $2 \in A, 3 \notin A$.
由数组成的集合叫做**数集**.现将常用的数集及符合列表如下:

数 集	自然数集	整数集	正整数集	有理数集	实数集
记 号	$\mathbf{N}$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$

注意:自然数集由 0 和全体正整数组成.
下面介绍两个特殊的集合.
单元素集 只含一个元素的集合叫做单元素集,如方程 $x - 2 = 0$ 的解集,就是单元素集.
空集 不含任何元素的集合叫做空集,如方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解集,就是空集.空集记为 $\varnothing$.

为叙述方便,把至少含有一个元素的集合叫做**非空集**.
应当注意,这里所讨论的集合,其元素都是能够确定的.也就是说,给定一个集合,哪些对象是它的元素,哪些对象不是它的元素,就随之确定了.不能确定的对象,就不能构成集合.例如,“我校一年级高个子同学的全体”,就不能成为一个集合.因为这里所指的“高个子”是不能确定的.

思考:请举一个空集的例子(最好是生活中的例子).

2. 集合的表示法

把一个具体的集合表示出来,一般采用以下两种方法.

1)列举法
将集合中的元素一一列出来(每个元素只写一次,不必考虑元素之间的顺序),写在大括号内,这种表示法叫做**列举法**.

例如:所有小于 10 的正奇数可以表示成 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;又如,方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解集可以表示成 $B = \{1, 3\}$;又如,方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$ 的解可表示成 $C = \left\{ \left(\frac{1}{2}, 1 \right) \right\}$,它是一个单元素集.

当集合的元素很多,不需要或不可能一一列出时,也可以写出几个元素,其他的用省略号表示.例如小于 900 的自然数集可以表示成 $\{0, 1, 2, \cdots, 899\}$;正奇数集合可以表示成 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots\}$.

2)描述法
将属于某个集合的元素所具有的特性质描述出来,写在大括号内,这种表示法叫做**描述法**.

例如:方程 $x^2 + 4x + 3 = 0$ 的解集可以表示成 $A = \{x | x^2 + 4x + 3 = 0\}$;方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$ 的解集可表示成 $B = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \right. \right\}$;又如,正奇数组成的集合可以表示成 $C = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}\}$,二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图象的所有点组成的集合可以表示为 $D = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$,在不致引起混淆时,用描述法也可省去竖线及其左边部分,如所有直角三角形组成的集合就可以写成 $\{\text{直角三角形}\}$.

上面介绍的两种表示法,使用时常常可以互相转化,但有些集合用描述法更合适.如“学校图书馆里的所有藏书”组成的集合,用描述法要方便些,可以表示成 $\{\text{学校图书馆的藏书}\}$.又如,