

» 高等 学 校 教 材 «

工程力学

银建中 主编

GONGCHENG LIXUE



清华大学出版社

《《 高等学 校 教 材 》》

工程力学

银建中 主编

GONGCHENG LIXUE



机械工业出版社

全书共由 6 章组成,第 1 章为物体的受力分析与平衡条件;第 2 章为轴向拉伸与压缩;第 3 章为剪切与圆轴扭转变形;第 4 章为梁的弯曲;第 5 章为强度理论与组合变形;第 6 章为压杆稳定。本书力求叙述简明扼要、概念清晰,例题、习题有针对性。

各章节均安排了适当的例题、一定数量的思考题和习题。书末还附有习题参考答案以供读者练习时参考。附录中还整理了内压薄壁容器应力计算公式推导、型钢几何性质等资料。

本书是非机类专业用工程力学教材,主要面向化工制药类、轻工食品类专业以及环境科学与工程、生物工程、高分子材料等各专业本科生教学,也可以作为工科各专业专科生、成人教育以及工矿企业职业培训用教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/银建中主编. —北京:化学工业出版社, 2017.1
高等学校教材
ISBN 978-7-122-25740-6

I. ①工… II. ①银… III. ①工程力学-高等学校-教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 230354 号

责任编辑:程树珍

装帧设计:张辉

责任校对:宋玮

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印装:高教社(天津)印务有限公司

787mm×1092mm 1/16 印张 11 $\frac{3}{4}$ 字数 270 千字 2017 年 2 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询:010-64518888 (传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价: 30.00 元

版权所有 违者必究

前 言

本书是非机类专业用工程力学教材，适用于化工制药类、轻工食品类各专业以及环境科学与工程、生物工程、高分子材料等各专业。对上述专业而言，“工程力学”属于专业基础课程，学时数为 32 学时。作者长期担任本门课程教学任务，在多年的教学实践中深感需要一本适合上述各专业特点、少学时、重点突出、便于教学和学生自学的简明教材。作为对教学改革探索和尝试，结合工艺类专业的特点，编写了本教材。

简明、实用、易于教学是我们编写此书时所始终遵循的指导思想和不断追求之目标。全书内容主要包括了：物体的受力分析与平衡条件（静力学中的部分内容）、轴向拉伸与压缩、剪切与圆轴扭转、直梁的弯曲、强度理论与组合变形以及压杆稳定共 6 章内容。在例题和习题的选择上，也力求体现上述专业与“过程机械”“过程装备”紧密结合的特色，尽可能地与过程工程实际相结合。通过教学，希望能够培养学生在习惯于从“化学、工艺、过程控制”等的视角认知事物的同时，同样能够自觉地运用力学的、机械的观点来分析过程工程中的实际问题。

本书由大连理工大学化工机械学院银建中教授担任主编并负责统稿，李志义教授主审。各章节具体分工如下：银建中（绪论、第 4 章、第 5 章、附录）；夏远景、徐琴琴（第 1 章、第 2 章）；刘学武、银建中（第 3 章）；李岳、徐琴琴（第 6 章）。

本书在编写过程中，得到了学校教务处、化工学部及学院等各级领导的关心和支持，化学工业出版社给予了编者很大的支持和帮助，在此一并表示感谢。

本书在编写过程中参考、借鉴了许多院校的优秀教材，使我们受益匪浅，特表示衷心感谢。限于编者的学识和水平，书中定有不少不足之处，欢迎广大读者不吝指正。

编者

2016 年 8 月

目 录

绪论

0.1 任务与研究方法	1
0.2 研究对象	1
0.3 力的作用效应	2
0.4 刚体与变形体	2
0.5 内力、截面法	2
0.6 约束条件与结构模型化	2
0.7 基本变形形式	2
0.8 强度、刚度与稳定性	3

第 1 章 物体的受力分析与平衡条件

1.1 受力分析、受力图	4
1.1.1 基本概念	4
1.1.2 静力学公理	6
1.1.3 约束与约束反力	8
1.1.4 物体的受力分析和受力图	11
1.2 平面汇交力系的简化与平衡条件	13
1.2.1 平面汇交力系简化与平衡的几何法	14
1.2.2 平面汇交力系简化与平衡的解析法	15
1.3 力的平移定理	19
1.3.1 力对点之矩、汇交力系的合力矩定理	19
1.3.2 平面力偶系的简化与平衡	20
1.3.3 力的平移定理	23
1.4 平面一般力系的简化与平衡	24
1.4.1 平面一般力系的简化	25
1.4.2 固定端约束	26
1.4.3 简化结果的讨论	27
1.4.4 平衡条件与平衡方程	28
本章小结	32
思考题	34
习题	34

第2章 轴向拉伸与压缩

2.1 引言	39
2.2 拉伸与压缩的基本概念	40
2.3 物体的内力 截面法	41
2.3.1 内力的概念	41
2.3.2 截面法求内力	42
2.4 拉伸与压缩时的应力分析	44
2.4.1 应力的概念	44
2.4.2 轴向拉压时横截面上的应力	44
2.5 拉伸与压缩变形 胡克定律	46
2.5.1 纵向变形	46
2.5.2 横向变形	47
2.5.3 胡克定律	47
2.6 材料受拉伸与压缩时的力学性能	49
2.6.1 材料在拉伸时的力学性能	49
2.6.2 材料在压缩时的力学性能	52
2.7 轴向拉伸与压缩时的强度计算	54
2.7.1 许用应力与安全系数	54
2.7.2 轴向拉伸和压缩时的强度条件	54
2.8 热应力的概念	57
2.9 应力集中的概念	59
本章小结	60
思考题	61
习题	61

第3章 剪切与圆轴扭转

3.1 剪切与挤压变形 受力分析	64
3.1.1 剪切	64
3.1.2 挤压	66
3.1.3 剪切与挤压强度条件	67
3.1.4 切应变与剪切胡克定律简介	70
3.2 扭转的基本概念及其受力分析	71
3.2.1 扭转时外力的计算	73
3.2.2 扭转时内力的计算	74
3.3 圆轴扭转时的应力及强度条件	77
3.3.1 切应变的分布规律	77
3.3.2 切应力的分布规律	79
3.3.3 以静力平衡求切应力	79
3.3.4 截面的几何性质、强度条件	81

3.4 圆轴扭转时的变形及刚度条件	82
3.4.1 圆轴扭转时的变形分析	82
3.4.2 圆轴扭转时的刚度条件	83
本章小结	87
思考题	88
习题	89

第4章 梁的弯曲

4.1 引言	92
4.2 平面弯曲梁结构	92
4.3 弯曲时的内力分析	94
4.3.1 弯曲内力	94
4.3.2 剪力和弯矩符号规则	95
4.4 弯矩图	96
4.5 弯曲时的应力和强度计算	101
4.5.1 平面假设与变形的几何关系	101
4.5.2 物理方程与应力分布	103
4.5.3 静力平衡方程	103
4.5.4 弯曲正应力公式适用范围的讨论	104
4.6 截面几何性质	105
4.6.1 常用截面的几何性质	106
4.6.2 组合截面的几何性质	107
4.7 弯曲正应力的强度条件	109
4.8 梁的优化设计	112
4.8.1 支承的合理安排	112
4.8.2 载荷的合理布置	113
4.8.3 截面形状的合理设计	114
4.9 梁的弯曲变形	116
4.9.1 梁的弹性曲线、挠度和转角	117
4.9.2 弹性曲线的近似微分方程	118
4.9.3 用叠加法求梁的变形	121
4.9.4 梁的刚度校核、提高抗弯刚度的措施	122
本章小结	123
思考题	124
习题	124

第5章 强度理论与组合变形

5.1 引言	129
5.2 强度理论简介	129
5.3 组合变形的概念	130

5.4 拉伸(压缩)与弯曲变形的组合	131
5.5 扭转与弯曲变形的组合	136
5.5.1 扭转与弯曲组合变形时的应力分析	136
5.5.2 最大切应力公式推导	137
5.5.3 扭转与弯曲组合变形时的强度计算	138
本章小结	141
思考题	141
习题	141

第6章 压杆稳定

6.1 工程中的稳定性问题	145
6.2 两端球铰支细长压杆的临界力	147
6.3 杆端不同约束条件下细长压杆的临界力	148
6.4 压杆临界应力与欧拉公式的适用范围	152
6.4.1 临界应力和柔度	152
6.4.2 欧拉公式的适用范围	153
6.4.3 中柔度压杆的临界应力公式	153
6.5 压杆稳定性校核	156
6.5.1 压杆稳定性安全准则	156
6.5.2 压杆稳定性校核的安全系数法	156
6.6 工程中提高压杆稳定性的措施	158
6.7 其他构件的稳定性问题简介	159
本章小结	160
思考题	161
习题	162

附录

附录 A 内压薄壁容器的应力	165
附录 B 型钢表	167
附录 C 部分习题参考答案	176
参考文献	180

绪论

工程力学所包含的内容十分广泛，既是工程学科的专业基础，也是工程设计的基本知识。本书讨论的“工程力学”只涉及“静力学”和“材料力学”两部分。而且作为面向工艺类专业的力学教材，从实际需要出发，这里仅选取了静力学和材料力学中的最基本内容。对于工艺类专业的学生，“工程力学”是他们在学“化工设备机械基础”课程之前所必须具备的基本知识，是先修课程。工程设计的任务之一就是要求保证构件在确定的外力作用下能够正常工作而不失效。这就需要掌握工程力学知识并运用到工程实际中去。

0.1 任务与研究方法

工程力学的任务是研究物体在外力作用下的受力特点及其平衡条件以及各种材料及构件在外力作用下所表现出的力学性能，并指出如何从构件的材料、结构及尺寸（几何）等方面，保证其能够满足安全、合用和经济等要求。在工程力学中，研究问题的方法可以归纳为：实验→假设→理论分析→验证等基本步骤。

0.2 研究对象

根据几何形状和尺寸的差别，工程中的构件可分为：杆件、壳体、板、块体等。

当构件在某一方向上的尺寸比另两个方向上的尺寸大很多时，力学上称之为杆件。例如：支柱、连杆、传动轴、梁结构等都属于杆件。其横截面中心的连线称为轴线，而轴线为直线的杆件又称为直杆。本书主要以等截面直杆为研究对象。

当构件在某一方向上的尺寸比其余两个方向上的尺寸小很多时，力学上称之为板或者壳体。其中，形状为平面的称为板，形状为曲面的称为壳体。压力容器与化工设备就是典型的壳体结构。

当构件在三个方向上的尺寸具有相同数量级时，力学上称其为块体。例如：水电站或者水库中的水坝、房屋的基础等均属于此类构件。

0.3 力的作用效应

自然界的物体都会受到力的作用，而物体受力作用后会产生两种效果：一是运动状态（或运动趋势）的改变；二是变形。把运动状态改变称为力对物体作用的外效应，而把变形称为力对物体作用的内效应。静力学中主要讨论物体在外力作用下保持平衡时的受力特点和受力分析，主要考虑力对物体作用的外效应。而材料力学中是把物体按照变形体来处理，研究构件在外力作用下的变形特征，所以考虑的是力对物体作用的内效应。也可以说，研究外效应的目的是为研究内效应打下基础。

0.4 刚体与变形体

在静力学部分，为了研究物体受力作用的外效应（平衡与运动等），物体由于微小变形对其运动状态所造成的影响是很小的，是次要因素。所以可以假设物体为刚体（抽象化），即在外力作用下不产生任何变形的物体。但当研究外力对物体作用的内效应时，则必须考虑物体受力后会产生变形的客观事实。因为这时尽管微小的变形也成为问题分析的主要因素了。可见，处理不同问题其方法灵活而又不失其科学性。就方法论而言，这正是力学分析的一个特点。

0.5 内力、截面法

物体内某一部分与其他部分间相互作用的力称为内力。物体内部本身就有内力存在着（原子间的相互作用），但当外力使物体变形时，在物体内部还会引起附加内力。而工程力学中所研究的正是这种附加内力，为方便起见，把此附加内力简称为内力。力学中在求解物体受外力作用而引起的内力时，通常采用一假想的截面将物体一分为二，取其中一半为研究对象，而把另一半对该部分的作用以截面上的内力来代替，然后通过静力平衡条件求得截面上的内力。我们称这种方法为截面法，它是力学上处理问题的最基本方法。

0.6 约束条件与结构模型化

一般来说，工程结构或者构件都是在相互连接或接触中工作的。这种连接就是构件与构件或者构件与基础（支承）间的相互作用，称之为约束。根据约束特点，工程力学中把约束分为柔性约束、光滑面约束、铰链约束和固定端约束等。将载荷、约束和构件经过适当简化后，以比较直观的图形表示，则可以建立起物体的受力分析模型。建模是力学分析的前提，正确的计算结果依赖于建立正确的力学模型。可见，力学模型的建立非常重要。

0.7 基本变形形式

由于外力的作用，杆件所产生的变形有拉伸与压缩、剪切、扭转和弯曲四种基本形式。

作用于杆件上外力的合力作用线与杆件轴线重合，杆件的变形是沿轴线方向的伸长或缩短。杆件的这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩。作用在构件两侧面上外力的合力大小相等、方向相反、且作用线相距很近。两力作用线间的截面发生相对错动。把构件的这种变形称为剪切变形。如：销钉、铆钉、键、螺栓等的变形多为剪切变形。作用在杆两端的一对力偶其大小相等、方向相反，而且力偶所在的平面与杆件的横截面相平行。在这些外力偶的作用下，杆件的横截面将绕轴线产生相对转动，其轴向直线变成螺旋线。杆的这种变形称之为扭转变形。承受扭转变形的杆件称为轴。杆件在垂直于其轴线的外力或者位于其轴线所在平面内的外力偶作用下，轴线将由直线变成曲线，则这种变形称为弯曲变形。以弯曲变形为主的杆件称为梁。

通常杆件的变形比较复杂，但都可以看成是上述四种基本变形形式的组合，即组合变形。本书将首先研究杆件的基本变形特点，然后再讨论组合变形。

0.8 强度、刚度与稳定性

工程力学所要解决的实际问题可以划分为三大类：强度问题、刚度问题和稳定性问题。抵抗破坏的能力就是强度问题，抵抗变形的能力则是刚度问题，还有一类既不属于强度破坏，也不属于刚度破坏，是稳定性问题。

强度是指构件在外力作用下抵抗显著塑性变形或断裂的能力。构件在外力作用下可能断裂，也可能发生不可恢复的塑性变形，这两种情况都属于强度破坏或强度失效。构件正常工作需具备足够的强度，这类条件称为强度条件。

刚度是指构件在外力作用下抵抗发生过大弹性变形或弹性位移的能力。刚度失效是指构件在外力作用下发生过量的弹性变形或弹性位移。很多构件在工作时对弹性变形也有一定的要求，如机床主轴变形过大会降低加工精度，车辆减振器弹簧变形过小起不到缓冲作用等。这类构件除了应满足强度条件外，还应具有一定的刚度，把变形控制在要求范围以内，这类条件称为刚度条件。

稳定性是指构件在外力作用下保持其原有平衡形式的能力。在一定外力作用下，构件突然发生不能保持其原有平衡形式的现象，称为稳定性失效，简称为失稳。构件工作时产生失稳会导致结构或机械的整体或局部坍塌，这在工程实际中是不允许的。确定稳定平衡需要满足的条件，称为稳定性条件。

通常，运用工程力学知识主要可以进行如下设计工作：①对于给定载荷条件的结构进行尺寸设计；②对于已有结构进行校核计算；③求许可载荷。

第1章

物体的受力分析与平衡条件

工程中的结构、构件在外力的作用下如果处于静止状态或者保持匀速直线运动状态，那么称之为处于平衡状态。通常，平衡状态只是物体机械运动的一种特殊形式。静力学中，主要研究物体在力系作用下处于平衡状态时所需遵循的基本规律。它包括确定研究对象、进行受力分析、简化力系、建立平衡条件以及求解未知量等。通过本章学习，分析作用于构件上的全部外力（包括外力数目、作用方向和大小），这是对其进行强度计算和刚度计算的前提。

1.1 受力分析、受力图

本节将首先介绍静力学基本概念及静力学基本公理，进而阐述工程中常见约束和约束反力的特点。最后介绍物体的受力分析和受力图。

1.1.1 基本概念

(1) 平衡的概念

平衡是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动的一种状态，是物体机械运动的特殊形式。例如，静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物，化工厂静止在地面上的各种化工设备，在空中沿直线匀速飞行的飞机等物体，都处于平衡状态。运动是物体的固有属性，物体的平衡总是相对的。上述在地面上看来是静止的建筑物、设备或作匀速直线飞行的飞机，实际上还是随着地球的自转和绕太阳的公转而运动着的。因此，平衡是相对于所选的参考物体而言的。一般工程技术问题取固定于地球的坐标系作为参考系来进行研究，实践证明，所得到的结果具有足够的精确度。

(2) 力的概念

力的概念来源于人类长期的生活和生产实践。人们在工作和日常生活中推、拉、压、提、举、扛物体时，肌肉有张紧的感觉，便逐渐产生了对力的感性认识。后来，人们进一步观察到物体与物体之间也有这样的相互作用。相互作用的结果会引起物体运动状态的改变，

也会引起物体的形状发生变化。例如,人推小车,小车由静止变为运动,运动的速度由慢变快,或者使运动方向有了改变;空中落下的物体,由于地心引力作用而越落越快。上述物体运动状态的变化,是由于物体间的相互作用而产生的,这种作用也称为机械作用。物体间相互的机械作用还能引起物体的变形,如铁匠打铁,由于锻锤对锻件的冲击,使锻件改变了形状;杆件受拉力作用而伸长、受压力作用而缩短等。大量的感性认识经过科学的抽象,并加以概括,逐渐形成了力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或使物体产生变形。

由此可见,物体受力后产生的效应有两种:①使物体运动状态发生改变的效应,称为力的**外效应**;②使物体变形的效应,称为力的**内效应**。力的作用离不开物体,因此谈到力,必须指明相互作用的两个物体,并且要根据特定的研究对象来确定受力体和施力体。

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点,这三个因素称为力的三要素。当这三个要素中有任何一个改变时,力的作用效应也将改变。力的大小表示机械作用的强弱,可以根据力的效应的大小加以测定,在国际单位制中,力的计量单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。工程上曾采用工程单位制,力的单位是千克力(kgf), $1\text{kgf}=9.8\text{N}$ 。力的方向是指力作用的方位和指向。力的作用点是指力在物体上的作用位置。一般来说,力的作用位置并非一个点,而是一定的面积。但是,当作用的面积小到可以不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。而这种集中作用于一点的力则称为**集中力**。通过力的作用点并沿力的作用方位的直线,称为力的**作用线**。

由于力既有大小,又有方向,所以是矢量。因此力可以用一个带箭头的有向线段(矢量) \vec{AB} 来表示,如图1-1所示。矢量长度按照一定比例表示力的大小,矢量方向为力的作用线方向,矢量起始端或末端为力的作用点,如图1-1中的A、B两点。本章用粗斜体字母 **F** 表示力矢量,而用斜体字母 **F** 表示力的大小。作用在同一物体上的一群力(两个或者两个以上)称为**力系**。如果物体在力系作用下处于平衡状态,这样的力系就称为**平衡力系**。如果作用在物体上两个力系的作用效果是相同的,则这两个力系互称为**等效力系**。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系的过程称为**力系的简化**。力系简化的目的是简化物体受力,以便于进一步分析和研究。

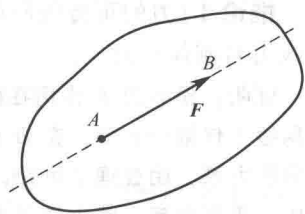


图 1-1

(3) 刚体的概念

所谓**刚体**是指在外力作用下,形状和大小都保持不变的物体。换言之,刚体在外力的作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变。显然,在自然界中,任何物体受力后总要或多或少地产生一些变形。例如,车辆驶过大桥时,桥墩发生压缩变形,桥梁发生弯曲变形等。可见,刚体在实际中并不存在,它只是实际物体的抽象力学模型。但是,工程实际中的机械零件和构件在正常情况下的变形,一般是很微小的。在许多力学问题的研究中,微小的变形不起主要作用,完全可以忽略,而把物体视为刚体,从而使问题的研究得以简化(例如在分析物体受力作用的外效应时)。本章所涉及的研究对象都按刚体来处理。刚体是依据所研究问题的性质抽象出来的理想化学模型,当变形在所研究的问题中成为主要因素时,就不能再把物体视为刚体(例如在分析物体受力作用的内效应时),而要按照变形体来进行处理,这在后面的章节会逐步接触到。

1.1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产活动中，经过反复观察和实验总结出来的客观规律，它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质，是无须证明的正确理论，是静力学的基础。

公理 1 (二力平衡公理) 刚体上仅受两力作用而平衡的充分必要条件是：两个力大小相等、方向相反，且作用于同一直线上（简称等值、反向、共线）。

二力平衡公理表明了作用于刚体上最简单的力系平衡时所满足的条件，是推致力系平衡条件的基础。此公理只适用于刚体，对于变形体来说，它只给出了必要条件，而非充分条件。例如，软绳受大小相等、方向相反的两个拉力作用时可以平衡，但若将拉力改为压力，则软绳不能平衡。

工程中常有一些不计自重，且只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件。二力构件的形状可以是直线形的，也可以是其他任何形状的。当构件的形状为杆状时，则称为二力杆。根据二力平衡公理，二力构件平衡时，作用于二力构件上的两个力必然等值、反向、共线。在结构中找到二力构件，对整个结构系统的受力分析是至关重要的。

公理 2 (加减平衡力系公理) 在作用于刚体的任一力系中，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的效应。

加减平衡力系公理是力系简化的重要依据。利用二力平衡公理和加减平衡力系公理可得到以下推论 1。

推论 1 (力的可传性原理) 作用于刚体上的力可沿其作用线移至刚体内任一点，而不改变该力对刚体的效应。

证明： 设有力 F 作用在刚体上的某点 A ，如图 1-2 所示，根据加减平衡力系公理，可在力的作用线上任取一点 B ，在 B 点加上一对平衡力 F_1 和 F_2 ，并使 $F_1 = -F_2 = F$ 。因为 (F_1, F_2) 是平衡力系，由公理 2 可知，力系 (F, F_1, F_2) 与力 F 等效。 F 与 F_2 二力等值、反向、共线，构成一平衡力系，减去该平衡力系，由公理 2 知，力 F_1 与力系 (F, F_1, F_2) 等效。从而力 F 与力 F_1 等效。因为力 F_1 的大小、方向均与力 F 相同，且此二力等效，这相当于将力 F 沿其作用线从 A 点移至 B 点，而不改变原力对刚体的效应。

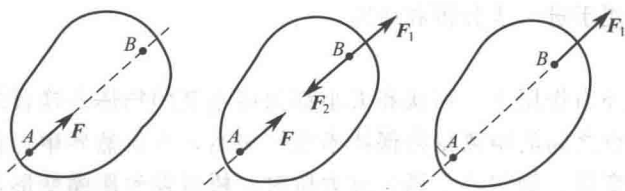


图 1-2

力的可传性原理说明，作用于刚体上的力可沿其作用线任意滑动。因而，对于刚体而言，力是滑动矢量，力的三要素变为力的大小、方向、作用线。需要指出的是，公理 2 及其推论 1 只适用于刚体，而不适用于变形体。例如一根直杆受到一对平衡拉力 F 和 F' 作用时，它将沿轴线伸长 [图 1-3 (a)]；若将二力沿作用线互相易位，则杆将受压力作用而沿轴向缩短 [图 1-3 (b)]。显然，伸长和缩短是两种完全不同的效应。所以在研究力对物体的内效应时，力的可传性原理便不再成立，此时力的作用点是决定力的作用效果的要素，必须将力视为固定矢量。

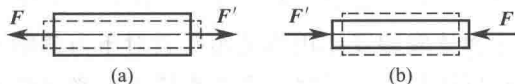


图 1-3

公理 3 (力的平行四边形公理) 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力, 合力也作用于该点, 其大小和方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示, 如图 1-4 所示。

在图 1-4 (a) 中, 设力 F_1 和 F_2 作用于物体的 A 点, 以 F_R 表示其合力, 则有

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

即合力矢等于两个分力矢的矢量之和。

该公理说明, 力矢可按平行四边形法则进行合成与分解。力平行四边形的作图过程可以简化。如图 1-4 (b) 所示, 求合力 F_R 时, 实际上不必作出整个平行四边形, 只要以力 F_1 的末端 B 作为力 F_2 的始端画出 F_2 (即两分力首尾相接), 那么矢量 \vec{AC} 就代表合力 F_R 。此种求合力的方法称为力的三角形法则。如果一个力与一个力系等效, 则称该力为力系的合力, 力系中各个力称为合力的分力。由分力求合力的过程称为力系的合成, 由合力求分力的过程称为力系的分解。

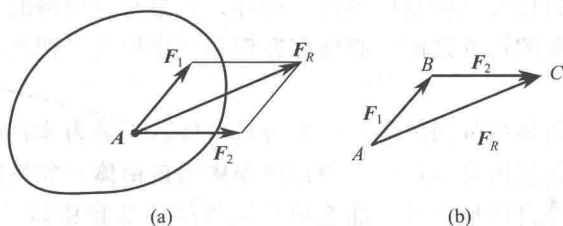


图 1-4

利用力的平行四边形法则, 也可以把作用在物体上的一个力分解为相交的两个分力, 分力和合力作用于同一点。由于用同一条对角线可以作出无穷多个不同的平行四边形, 所以如不附加其他条件, 一个力分解为相交的两分力可以有无穷多解。在工程问题中, 常遇到的是把一个力分解为方向已知的两个分力, 特别有用的是分解为方向已知且互相垂直的两个分力, 这种分解称为正交分解, 所得的两个分力称为正交分力。

推论 2 (三力平衡汇交定理) 当刚体受三个力作用而平衡时, 若其中任何两个力的作用线相交于一点, 则此三力必在同一平面内, 且第三个力的作用线通过汇交点。

证明: 如图 1-5 所示, 设互不平行的三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用于刚体的 A、B、C 三点, 力 F_1 、 F_2 的作用线相交于 O 点。刚体在此三力的作用下处于平衡状态。将力 F_1 、 F_2 移至 O 点, 合并成为一力 F_R , 于是力系 (F_1, F_2, F_3) 与力系 (F_R, F_3) 等效。因为力系 (F_1, F_2, F_3) 是平衡力系, 故力系 (F_R, F_3) 必为平衡力系。根据公理 1, 力 F_R 与力 F_3 作用于同一直线上, 即力 F_3 的作用线也通过汇交点 O; 由力的平行四边形公理可知, 力 F_3 与力 F_1 、 F_2 共面。

当物体受三个互不平行的共面力作用而平衡时, 常常利用推论 2 来确定某个未知力的方向。

公理 4 (作用与反作用定律) 两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线, 且分别作用于两个相互作用着的物

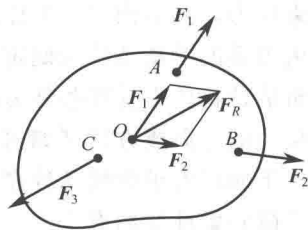


图 1-5

体上。

公理 4 概括了任何两个物体间相互作用的关系。它对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力，必定有反作用力；反之，没有作用力，必定没有反作用力。两者总是同时存在，又同时消失。可见，力总是成对地出现在两个相互作用的物体之间的。

当分析多个物体组成的物体系统的受力时，根据公理 4，可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。还应强调指出的是，作用力与反作用力虽然大小相等、方向相反、沿同一作用线，但并不作用在同一物体上。因此，不能错误地认为这两个力互成平衡。这与二力平衡公理有本质的区别。二力平衡公理中的一对平衡力是作用在同一物体上的。

公理 5 (刚化原理) 变形体在某一力系作用下处于平衡状态，如果将此变形体视为刚体，其平衡状态保持不变。

公理 5 表明，若已知力系能使变形体平衡，则该变形体刚化为刚体后，该力系仍能确保其平衡。换言之，对已知处于平衡状态的变形体，可以应用刚体静力学的平衡条件。

在研究变形体的平衡时，刚化原理具有特殊重要的意义，用它把刚体静力学与变形体静力学两者相互联系起来，便于把刚体平衡所满足的条件，应用于变形体的平衡。

1.1.3 约束与约束反力

工程中的机器、设备以及结构物中的每个构件，总是与它周围的其他构件相互连接或接触的。在互相连接或接触的构件之间，必然存在着相互作用力。把此种力分析清楚是对构件进行受力分析的关键。

自然界中，运动的物体可分为两类：一类为自由体，一类为非自由体。若一物体能够在空间沿任何方向，不受限制地自由运动，则称该物体为**自由体**。如果物体的运动在某些方向上受到了限制而不能完全自由地运动，那么就称该物体为**非自由体**。例如，吊挂着的电灯，受到电线的限制，不能垂直向下运动；轨道上行驶的火车，受钢轨限制，只能沿轨道运动；电机转子受轴承的限制，只能绕轴线转动，不能沿轴承孔做径向移动等。工程中所遇到的物体，大部分是非自由体。那些限制或阻碍非自由体运动的物体就称为**约束**。如上述电线、钢轨、轴承等都是约束，电灯、火车、电机转子等都是非自由体。约束限制非自由体的运动，能够起到改变物体运动状态的作用。从力学角度来看，约束对非自由体有作用力。约束作用在非自由体上的力称为**约束反力**，简称**反力**。约束反力的方向，总是和该约束所能限制的运动方向相反。这是确定约束反力方向或方位的基本原则。

除约束反力以外，作用在物体上的力还有主动力。凡能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力，均称为**主动力**。如物体所受的重力、风力，人们作用于物体上的拉力、推力，化工设备、压力容器等所承受的介质压力等都是主动力（工程上常称主动力为**载荷**）。物体所受的主动力往往是给定的或可测定的，所以是已知外力；而物体所受的约束反力，其方向（或其作用线的方位）需根据约束的性质确定，其大小一般总是未知的，要由力系的平衡条件来确定。所以约束反力通常是未知外力。对物体进行受力分析，就是要分析清楚物体上受哪些外力的作用，其中哪些是已知的主动力，哪些是未知的约束反力，约束反力的方向或方位又如何。这是解决工程力学问题的第一步，也是关键的一步。

下面将着重介绍几种在工程中常见的约束类型和确定约束反力方向（或方位）的方法。

(1) 柔性体约束

在工程实际中，一些柔软的物体，如绳索、链条、皮带等产生的约束称为**柔性体约束**。

这种约束只能承受拉力,阻止非自由体沿着柔性体中心线伸直方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔性体约束产生的约束反力总是通过接触点、沿着柔性体中心线而背离被约束的非自由体。如图 1-6 所示,用绳子悬挂一重物,绳子只能承受拉力,阻止重物向下(即沿绳子伸直的方向)运动,它对重物所产生的约束反力 F'_A 竖直向上。又如如图 1-7 所示,钢链条绕在轮子上,链条对轮子的约束反力沿轮缘切线方向。

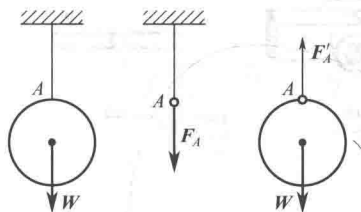


图 1-6

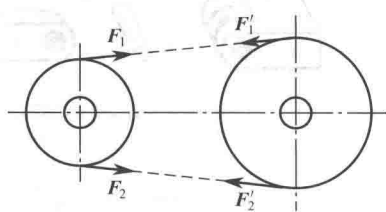


图 1-7

(2) 光滑面约束

当两物体的接触表面为可忽略摩擦阻力的光滑平面或曲面时,一物体对另一物体的约束就是光滑面约束。这种约束不能阻碍物体沿接触面切线方向的运动,只能限制被约束的非自由体沿接触处的公法线并指向约束物体方向的运动。因此,光滑面约束反力的方向应通过接触点,沿着公法线,并指向被约束的非自由体。当接触面为平面或直线时,约束反力为均匀或非均匀分布的同向平行力系,常用其合力表示,如图 1-8 所示。

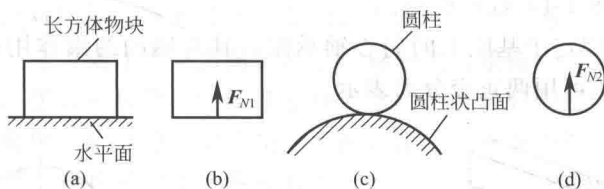


图 1-8

当一物体表面与另一物体尖点光滑接触而形成约束时,可把尖点视为极小的圆弧,则约束反力的方向仍沿接触点的公法线方向并指向被约束的非自由体,如图 1-9 所示。

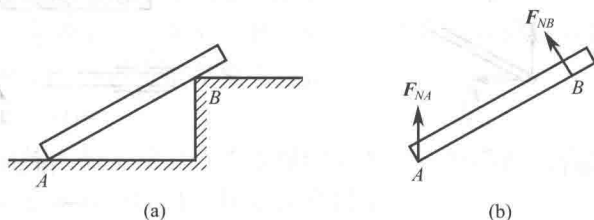


图 1-9

(3) 光滑圆柱铰链约束

圆柱铰链结构是将两个构件各钻圆孔,中间用圆柱形销钉连接起来,如图 1-10 所示。如果忽略摩擦,销钉和圆孔成为光滑接触,于是便构成了光滑圆柱铰链约束。图 1-10 (c) 是这种铰链约束的简化示意图。销钉只能阻止两构件的相对移动,而不能限制两构件的相对转动。销钉的约束作用,是阻止构件在与销钉的轴线相垂直的平面内沿任何方向移动。因