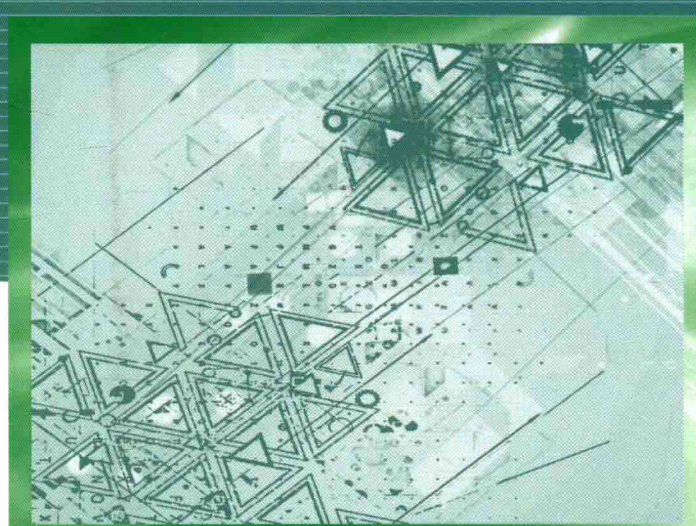
FEIXIANXING XITONG DE JINRU YU BUBIAN KONGZHI

非线性系统的浸入与不变控制



◎谢七月　韩正之　著

中南大學出版社
www.csupress.com.cn

非线性系统的浸入与不变控制

谢七月　韩正之　著
Xie Qiyue　Han Zhengzhi

中南大學出版社
www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

非线性系统的浸入与不变控制/谢七月,韩正之著.
—长沙:中南大学出版社,2017.1
ISBN 978-7-5487-2680-7

Ⅰ.非... Ⅱ.①谢...②韩... Ⅲ.非线性系统(自动化)-研究
Ⅳ.TP27

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 324373 号

非线性系统的浸入与不变控制

谢七月　韩正之　著

□**责任编辑**　刘锦伟
□**责任印制**　易红卫
□**出版发行**　中南大学出版社
社址:长沙市麓山南路　邮编:410083
发行科电话:0731-88876770　传真:0731-88710482
□**印　　装**　长沙井岗印刷厂

□**开　　本**　720×1000　1/16　□**印张** 8.75　□**字数** 173 千字 □
□**版　　次**　2017 年 1 月第 1 版　□**印次**　2017 年 1 月第 1 次印刷
□**书　　号**　ISBN 978-7-5487-2680-7
□**定　　价**　36.00 元

前言

Foreword

随着控制科学的发展，非线性几何理论越来越受到学者们的青睐。近年来，为了便于研究高阶非线性系统的镇定问题，Astolfi 与 Ortega 于 2003 年首次提出了一类非线性系统的几何降阶方法——系统浸入与流形不变，根据方法的含义简称为浸入与不变。这是一种不需要构造(控制)李亚普诺夫函数的设计技术。

应用浸入与不变的设计理念在控制理论界久有流传，其基本思路是：将目标系统嵌入到对象里，并使得在一个不变流形上，它的特性和对象(渐近)一致。该方法的主要步骤有：(1)构造一个目标系统，其阶次要求比对象的低；(2)构造一个不变流形，使对象系统在该流形上的限制与目标系统一致；(3)设计控制器使第二步中构造的流形具有吸引性，并使所有轨迹有界，那么闭环控制系统的特性便能渐近等于目标系统。一般来说，几何方法的特点是长于论证短于应用，对一个给定系统进行设计时，需要较多的技巧。本书的工作是：对这种浸入与不变理论提出具体的设计方法，并用于一些低维系统。与滑模控制、自适应控制等设计技术结合，拓展了其应用范围，用于混沌同步设计，以及混合励磁电机的速度跟踪控制设计。

本书主要创新工作与贡献概述如下：

(1)给出了应用浸入与不变方法的具体设计步骤，从而扩大了几何方法的设计范围，细化了中心系统镇定的条件和求解算法，建立了中心流形定理和浸入与不变方法之间的联系，证明了中心流形定理的条件是浸入可镇定的充分条件，有效地解决了中心系统的镇定问题。

(2)把浸入与不变方法与滑模控制结合，为滑模面的设计提供方便的途径，同时还改善了浸入镇定的控制性能。

(3)推广了系统浸入与不变方法的应用。把浸入与不变方法应用于混沌同步控制与混沌化设计，并考虑了参数不确定混沌系统的自适应同步设计问题；结合反步控制方法，为混合励磁电机设计了速度跟踪自适应控制器。

全书各章的主要内容如下：

第1章为绪论。综述了不确定非线性系统的研究进展，简要介绍了参数不确定非线性系统的主要研究方法及其局限性。介绍了浸入与不变方法的基本理论，以及本书将用到的数学基础。

第2章研究了浸入与不变方法在线性系统的镇定设计中的具体算法，使一些存在性结果变成可计算的结论。系统地讨论了线性系统的浸入镇定问题。给出并证明了线性系统浸入可镇定设计的充分必要条件。证明了浸入可镇定在坐标变换、输入变换、状态反馈下具有的不变性。

第3章应用浸入与不变方法处理中心系统的镇定设计问题。应用浸入设计的镇定设计，不需要求解中心流形，从而避免了中心流形技术的缺陷。证明了目标系统的阶次至少能等于其相应的中心流形上的降阶系统的阶次。构建了中心流形理论和浸入与不变方法的联系，即在中心系统的镇定中，中心流形技术的可镇定条件是浸入可镇定的充分条件。而且，这里也不需要求得中心流形的精确解。

第4章研究了离散形式的浸入设计方法，给出了定理的离散形式。为了便于理解并运用，对浸入与不变方法给出了详细的解释。并对一类非线性级联系统进行了浸入镇定设计，通过实例仿真验证了离散浸入镇定设计的结论。

第5章研究了滑模控制和浸入与不变方法相结合的控制方法。在浸入设计的控制中引入滑模，即采用切换控制，使浸入控制系统的响应速度加快。在滑模设计过程中应用浸入与不变方法进行滑模面的设计，即浸入设计的不变流形可以作为滑模面，因而为滑模面设计提供便利途径，特别是非线性形式的滑模面的设计。并把这种结合方法应用于混沌控制中，通过数值仿真研究了该方法的可行性。

第6章采用浸入与不变方法研究混沌系统的同步问题。首先讨论了参数确定的混沌系统的同步问题，这里分别研究了自同步问题与异结构同步问题，自同步指驱动系统与响应系统的结构相同，异结构同步指驱动系统与响应系统的结构不一样。而后研究

了一类参数不确定混沌系统的同步问题。

第7章首先引入部分混沌的定义。给出基于浸入与不变的非线性系统混沌化的主要成果，并应用所提方法针对一个四维系统的混沌化控制设计。将系统浸入与不变方法推广到参数不确定非线性系统的混沌化中，并通过算例仿真验证。

第8章研究了混合励磁电机系统的速度跟踪问题。首先应用反步控制方法设计了电机参数已知时的速度跟踪控制器；然后根据浸入镇定方法，给出了自适应浸入控制器，使电机系统在参数不确定情况下快速实现渐近跟踪。

第9章总结了本专著的主要工作和成果，并对浸入与不变方法的进一步研究进行了展望。

本书由谢七月博士和韩正之教授合作完成。书中包含了谢七月博士期间和毕业后的研究成果。全书由谢七月执笔，经韩正之修改后，最终由谢七月定稿。本书获长沙理工大学出版资助,本书的研究工作得到了国家自然科学基金项目(61304019，60674024，60774011)的支持，在此一并表示感谢。

谢七月

2016年11月26日

目 录
Contents

第1章 绪 论

1.1 引言

20世纪60至70年代，线性代数在线性系统控制理论中得到了成功的应用，从而推动了现代控制理论的诞生与发展[1]。在线性系统理论发展到一定程度后，向非线性系统的推广是自然的结果，然而，由于非线性系统本身包含的现象十分丰富，非线性特性千差万别，不大可能有统一的普遍的处理方法[2]，现已有部分有关非线性控制系统的经典教材[3-5]。从相平面法发展而来的变结构控制是目前为止比较常用的非线性综合方法[6]，其突出优点是系统有较强的鲁棒性，但变结构控制方法所设计的控制器存在抖振现象，这一缺陷在一定程度上限制了它的应用。

鉴于仿射非线性系统与线性系统几何的相似性，从20世纪70年代末到20世纪80年代初发展起来的微分几何方法被引入到非线性控制系统的研究中，带来了非线性控制研究的一次飞跃，使非线性系统的研究从局部的和小范围的分析中摆脱出来，实现了对非线性动态系统的大范围分析和综合，一时成为非线性控制研究的主流方法[7-8]。微分几何方法的一大优点是它将对函数及响应轨线的研究转换为对切空间上的子分布的研究。几何方法为非线性系统的结构分析、分解及与结构有关的控制设计带来极大的方便，线性化、解耦、零动态系统与反馈镇定，都是几何方法的直接应用。基于微分几何理论研究非线性系统的干扰解耦和完全线性化问题而发展起来的零动态设计方法，已在工程上得到了应用[3-4]。

稳定和镇定是控制系统分析和设计中最基本的问题。应用系统的能控性，线性系统的镇定问题得到了完善地解决。由于非线性系统中的可达性与能控性不等价，线性控制系统中的能控性定义在非线性控制系统是不会得到重要应用的，而相应定义的弱能控性除了在系统结构分解方面的应用之外，难以有其他的应用，因而目前对非线性系统的镇定问题的研究还多限于局部镇定控制，即便如此，非线性控制系统的研究也有较大的难度[6, 9]。微分几何方法真正用于解决镇定问题始于零动态系统概念的引入，它能处理某些线性化方法解决不了的镇定问题[10]，但此方法给出的条件只是充分的，对于输出未知或零动态系统不稳定的系统来说，通过求解零动态系统的方法就不适用了。可见，微分几何方法也有许多的局限性。研究发现，微分几何控制理论在涉及到非线性系统的可逆性质和在动态反馈下的结构性质时呈病态现象[11]。

在实际工程系统中，除了存在大量的非线性，还存在着各种不确定性。如果不考虑系统存在的不确定性，从线性到非线性的升华在应用上就会变得毫无意义。因此，对不确定非线性系统的研究在实际工程上具有重要的意义。20 世纪 90 年代后期以来，国内外控制界学者对不确定非线性系统控制方法进行了大量的研究。对不确定非线性系统控制方法的研究是针对一个个具体的不确定非线性系统而发展起来的，从简单到复杂，从特殊到一般。现有较为成熟的控制方法有零动态、自适应逆控制、李亚普诺夫(Lyapunov)函数的递推设计、鲁棒自适应控制、变结构控制、模糊控制以及神经网络控制等方法[12]。

从这些方法上看不确定的形式可分为未知参数不确定、结构不确定以及外界干扰不确定等。控制理论作为实用背景很强的学科应向与高技术结合的方向发展，新的方向应具有便于计算机实现与工程应用的特点，用尽可能少的有穷参数描述非线性模型，即为参数不确定非线性系统。因而参数不确定非线性系统的研究是近几年来控制界的热点。随着非线性系统理论的发展，学者们正面临着非线性反馈控制复杂性的挑战，要求我们提出满足控制目标和设计要求的系统化的设计步骤。

1.2 参数不确定非线性系统镇定方法

参数不确定非线性系统镇定研究开始于对参数不确定系统的稳定性的研究。早期基于幅角原理的 Nyquist 稳定性判据是无所谓线性与非线性的[13]，在控制系统设计时，可用来在系统稳定性和回路增益之间进行折中。20 世纪 60 年代，Hoppensteadt[14]系统分析了参数系统的稳定性，他注意到参数系统平衡点是变化的这个事实，给出了适应参数系统稳定性的定义，并且指出：即使对于每一个参数系统都是渐近稳定的，吸引域的交集也可以是空集。Hoppensteadt 开拓了系统稳定性研究的一个新领域。

在随后的一段时间内，关于参数系统稳定性的研究进展相对缓慢。20 世纪 90 年代前后，由于在奇异摄动系统中将慢变量作为参数来考虑，参数系统的稳定性又引起较多的重视，代表性成果见文献[15 - 16]。进入 21 世纪以来，参数系统的稳定性又一次得到广泛的重视，参数系统作为一种描述更广泛的控制系统而再次浮出水面，得到控制界的器重。例如在 HIV 阳性控制的“鸡尾酒疗法”中，药品混合比例对不同时期疗效有着直接的影响，考虑这种现象，可将之描述为参数系统的稳定性问题[17]；考虑生物和生理过程中的控制问题[18]，也用了参数系统的稳定性，在这些背景下提出了 NvBA(Non-vanishing Basin of Attraction)稳定性概念[19]，并初步建立了 Basin NvBA 稳定的条件，针对一类生物和金融领域常见的正系统对稳定条件作了进一步简化[20]。其次是这些年来对于非线性系统镇定研究的成果日趋丰富，使一部分成果可以被推广到参数系统中[21]。

参数不确定非线性系统的一般模型是

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{u})$$

但讨论更多的是含有参数的仿射非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\eta}) + g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\eta})\boldsymbol{u}$$

式中：$\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态向量；$\boldsymbol{u} \in \mathbf{R}^m$ 为系统输入向量；$\boldsymbol{\eta} \in \mathbf{R}^l$ 为未知参数向量或在一紧集 I 上变化；$f(\cdot, \cdot): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^l \to \mathbf{R}^n$ 为光滑映射；$g(\cdot, \cdot): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^l \to \mathbf{R}^{n \times m}$ 为光滑映射。

参数不确定非线性系统的镇定问题就是寻求控制律使闭环参数系统稳定。

1.2.1 鲁棒控制

所谓鲁棒控制，就是设计一种控制器，可使系统在存在一定程度的参数不确定性及一定限度的未建模动态时，控制器仍能工作，并保持一定的动态性能品质。针对参数不确定非线性系统的鲁棒控制理论已较为成熟[22]。Wang 等[23]对参数随机不确定非线性系统进行了随机鲁棒性分析与综合。关于时变参数不确定性非线性系统的鲁棒镇定，Wang[24]设计了状态反馈控制器以及动态输出反馈控制律并确保了对所有容许不确定性保持的闭环系统均具二次稳定性。考虑在已知值附近有摄动的参数向量且可反馈线性化的非线性系统，Schoenwald 等[25]用结构匹配条件设计了基于李亚普诺夫定理的鲁棒控制律，并使系统指数稳定。McGregor 等[26]讨论了一类参数限于某一紧集的不确定非线性系统的全局鲁棒输出调节问题。目前，鲁棒控制已经从 H_∞ 控制中解脱出来并成为很广泛的概念，设计技术也很多，在理论上成为研究主流[27]。但鲁棒控制对参数变动的界有较高的要求，而且控制器的算法都比较复杂，离真正应用还有较大的距离。

1.2.2 自适应控制

自适应控制的目标是使控制系统对过程参数的变化、干扰及对未建模动态特性不敏感，不确定非线性系统的自适应控制方法越来越受到人们的重视，现在已经是不确定非线性系统研究中非常活跃的部分[28-29]。对参数不确定性非线性系统，基于反步(Backstepping)方法的自适应控制研究已成为现代控制理论的主要热点之一[30]。Lozano 等[31]针对单输入单输出参数不确定非线性系统进行了自适应控制的研究，周颖[32]研究了一类具有参数化的严格输出反馈形式的多输入多输出非线性系统的自适应控制问题。当参数本身是切合工程实际的非线性形式时，参数不确定非线性系统的镇定研究更为复杂，但该形式尤其被关注[33-34]。对于参数不确定非线性系统，当参数是严格反馈形式或其他特殊形式时，自适应控制可以很好地解决其镇定问题。目前，由于对非线性系统自适应控制算法的收

敛性研究较少，而又缺少系统性，使其与应用要求还有较大差距。

1.2.3 参数系统的分叉控制

对于参数系统，参数的变化可能导致解的定性(包括解的数目和解的稳定性等)的改变，这种改变称为分叉(Bifurcation)现象。参数不确定非线性系统的研究必须考虑分叉现象，因为在实际系统的参数设计、确定、识别等过程中，完全精确是不可能的，受到各条件的限制，分叉现象完全可能产生。20 世纪 80 年代末期，动力学理论中的分叉分析方法被成功用于非线性系统的控制，从而引发了分叉控制的研究热潮，并使其成为参数不确定非线性系统研究的重要方法。分叉的控制就是抑制分叉现象的产生，是参数不确定非线性系统的重要镇定方法。早期的研究主要集中在 Hopf 分叉控制、静态分叉控制以及针对线性化含零特征值的系统的稳定性控制[35-36]。杨明等[37]对近年来的分叉控制研究工作进行了综述。Krener 等[38]最近的工作是分叉控制领域目前较前沿的成果，他们认为分叉发生的本质是特征值穿过虚轴导致系统定性地改变，并提出了“控制分叉”的概念，给出了一般仿射系统通过二次或三次反馈或坐标变换后的标准型。

1.2.4 控制李亚普诺夫函数方法

从非线性系统的分析到设计的发展中，原先被用于分析的概念逐渐被应用到综合设计中，这种现象被 Kokotovic 等称为“活化”[39]。控制李亚普诺夫函数(Control Lyapunov Function，简记为 CLF)便是其中一个突出的例子。1983 年，Artstein[40]和 Sontag[41]提出 CLF 的概念，著名的 Artstein - Sontag 定理是指，系统可通过一个除原点连续外处处光滑的静态反馈控制的充要条件是存在一个满足小控制性质(Small Control Property)的 CLF[42]。1989 年，Sontag[43]对仿射系统给出了一个通用的设计公式，在 CLF 的研究中取得了突破性的进展。Cai 等[42]建立了 CLF 的不变性，并分析了结构不确定非线性系统 CLF 的新特性，基于这些特性解决了 2 类结构不确定非线性系统的镇定问题。关于参数不确定非线性系统的镇定，基于 CLF 的镇定方法已与其他方法结合应用[44]。

严格地说，CLF 方法都要求参数变化是受约束的，或是在一个紧集上，因而其在本质上还是一种鲁棒设计方法。CLF 的构造是制约 CLF 方法应用和发展的瓶颈，因为 CLF 的存在是 CLF 设计方法的前提。从目前的构造方法来看，CLF 的构造基本局限于反步方法[45]。应该说，反步方法是解决 CLF 构造的一种较好的方法，但这种方法适用范围有局限性，例如它不能应用于具有前馈结构(Feedforward Paths)的系统[46]。

1.2.5 半全局镇定

半全局镇定和半全局实用镇定是非线性系统控制设计中的一大发展。当人们发现全局设计很难实现的时候，就将反馈与参数变动及初始值范围联系在一起了，这就形成了半全局镇定设计的问题。对一维系统，Andriano 证明了半全局镇定和全局镇定等价[47]。此外，许多非线性系统在李亚普诺夫意义下不能镇定，但可以将其镇定到离原点充分地近，以满足实际应用的要求。半全局实用镇定可以使闭环系统有足够大的吸引域，使解的最终误差足够小，这对实际系统的控制有重要意义[48]。蔡秀珊等[44]研究了一类带有不确定参数的多变量非线性系统的半全局实用镇定。

1.3 浸入与不变控制基本定理

浸入与不变控制是一种几何降阶方法，根据方法的含义简称为浸入，这是一种不需要构造(控制)李亚普诺夫函数的降阶技术。其基本思路是：把对象系统映射到某一可能更低阶的系统，并要求该系统具有预先指定的性能[49-52]。针对非线性系统的镇定问题，Asitolfi 等[49]首次提出了浸入与不变控制方法。

定理 1.1[49, 53] 考虑系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{u}) \tag{1.1}$$

式中：$\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量；$\boldsymbol{u} \in \mathbf{R}^m$ 为控制向量；有一待镇定的平衡点 $\boldsymbol{x}_* \in \mathbf{R}^n$。设 $p < n$，假定我们能够找到如下映射：

$$\alpha(\cdot): \mathbf{R}^p \to \mathbf{R}^p,\ \pi(\cdot): \mathbf{R}^p \to \mathbf{R}^n,\ c(\cdot): \mathbf{R}^p \to \mathbf{R}^m,$$

$$\varphi(\cdot): \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^{n-p},\ \psi(\cdot,\ \cdot): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^{(n-p)} \to \mathbf{R}^m,$$

使下列假设成立

$(A1)$(目标系统)系统

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \alpha(\boldsymbol{\xi}) \tag{1.2}$$

其中状态向量 $\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}^p$，系统有一全局渐近稳定的平衡点 $\boldsymbol{\xi}_* \in \mathbf{R}^p$，并满足 $\boldsymbol{x}_* = \pi(\boldsymbol{\xi}_*)$。

$(A2)$(浸入条件)对所有 $\boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}^p$，等式

$$f(\pi(\boldsymbol{\xi}),\ c(\pi(\boldsymbol{\xi}))) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi}\alpha(\boldsymbol{\xi}) \tag{1.3}$$

成立。

$(A3)$(隐含流形)下面集合：

$$M = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \mid \varphi(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}\} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \mid \boldsymbol{x} = \pi(\boldsymbol{\xi}),\ \boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}^p\} \tag{1.4}$$

等式恒成立。

$(A4)$(流形吸引性和轨迹有界)系统

$$\dot{z} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} f(\boldsymbol{x},\ \psi(\boldsymbol{x},\ z)) \tag{1.5}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\ \psi(\boldsymbol{x},\ z)) \tag{1.6}$$

的所有轨迹有界，并满足

$$\lim_{t \to \infty} z(t) = \mathbf{0} \tag{1.7}$$

则 $\boldsymbol{x}_*$ 是闭环系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\ \psi(\boldsymbol{x},\ \varphi(\boldsymbol{x}))) \tag{1.8}$$

的全局稳定的平衡点。

证明[52]　证明过程分2步进行：第一步，证明平衡点 $\boldsymbol{x}_*$ 是全局吸引的；第二步，证明闭环系统(1.8)在平衡点是李亚普诺夫稳定的。

假设 $z(0) = \varphi(\boldsymbol{x}(0))$，注意到微分方程(1.5)右边即为 $\dot{\varphi}$。

因此，根据条件$(A4)$闭环系统(1.8)的任意轨迹均有界并且使 $\lim_{t \to \infty} z(t) = \mathbf{0}$，也就是说，轨迹向于条件$(A3)$清晰定义的流形 $\varphi(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}$ 收敛。再根据条件$(A1)$与$(A2)$可知，该流形是不变的而且其内部渐近稳定，因而闭环系统(1.8)的所有