（上）

大学物理基础

主　编　陈俊　皇甫泉生　严非男
副主编　姚兰芳　梁丽萍　许春燕　刘源

清华大学出版社

主　编　陈俊　皇甫泉生　严非男
副主编　姚兰芳　梁丽萍　许春燕　刘源

大学物理基础（上）

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以大学物理课程教学基本要求为指导，内容由力学、热学、静电学等构成。为使理论与实践更密切地结合，各章均安排了适当的例题和习题。

本书可用作高等院校相关工科专业大学物理课程的教材或参考书，也可供非工科专业学生和其他读者阅读。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理基础．上/陈俊，皇甫泉生，严非男主编．—北京：清华大学出版社，2017
ISBN 978-7-302-45656-8

Ⅰ．①大… Ⅱ．①陈… ②皇… ③严… Ⅲ．①物理学—高等学校—教材 Ⅳ．①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 285142 号

责任编辑：佟丽霞
封面设计：常雪影
责任校对：赵丽敏
责任印制：刘海龙

出版发行：清华大学出版社
网　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　邮　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：保定市中画美凯印刷有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185mm×260mm　印　张：18.25　字　数：443 千字
版　次：2017 年 2 月第 1 版　印　次：2017 年 2 月第 1 次印刷
印　数：1～2800
定　价：38.00 元

产品编号：067777-01

前言

FOREWORD

本书是编者在上海理工大学讲授大学物理的长期教学实践的基础上，借鉴国内外优秀教材，考虑现行的教学课时需求，编写而成的。

本书共18章，由力学、热学、电磁学、波动与波动光学、量子力学简介组成。内容覆盖力学、相对论基础、热学、静电场、稳恒磁场、电磁感应、振动与波、波动光学、量子力学简介，深广度适中，每章包括本章概要、基本内容、本章小结和习题，中间穿插各种阅读材料。带“*”小节为选讲内容。

本书力学部分由陈俊、严非男、皇甫泉生、刘源编写；热学部分由姚兰芳、皇甫泉生、童元伟编写；电磁学部分由皇甫泉生、李重要编写；波动部分由严非男、皇甫泉生编写；波动光学由梁丽萍、许春燕编写；量子力学简介由严非男、贾力源编写；陈俊、皇甫泉生、严非男对全书进行修改、统稿。

本书可用作高等院校相关工科专业大学物理课程的教材或参考书，也可供非工科专业学生和其他读者阅读。

在本书编写过程中，始终得到王祖源、顾铮先、刘廷禹、卜胜利老师的帮助和支持，在此向他们表示深深的谢意。同时感谢清华大学出版社的编辑和老师，感谢他们为本书出版所付出的艰辛劳动。

鉴于编者学识经验有限，书稿中疏漏之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编　者

2016年10月

目录

CONTENTS

湛蓝的天幕中，一架架“雄鹰”不断变换着梦幻般的阵形：一会儿盘旋横滚，呼啸而来；一会儿旋转升腾，轻盈而去；一会儿又疾如流星，驶向天边。飞行表演是一个国家空军实力的标志，透过它可以看到这个国家航空工业的发展水平、飞行员素质的优劣和训练水平的高低。照片所显示的是被誉为空中仪仗队的八一飞行表演大队正在作飞行表演。精湛的飞行技艺和富有想象力的动作编排，令人如痴如醉，让在场的观众不住地叫绝……

不管飞机的结构多么复杂，当我们研究飞机的轨迹及飞机的飞行速度等参量时，可以把飞机视为质点。而对其运动轨迹及速度和加速度的研究正是质点运动学研究的主要内容。

第1章

质点运动学

本章概要 质点运动学是研究质点运动及其规律的力学分支，也是整个物理学的重要基础。本章从描述质点运动的基本物理量(即位置矢量、位移、速度和加速度)出发，对直线运动、抛体运动、圆周运动和一般曲线运动等各种不同的质点运动进行了研究。

力学是研究物体机械运动规律及其应用的学科。机械运动是最基本、最简单的运动形式，也是人们最熟悉的运动形式。一个物体相对另一个物体的位置变化，或者一个物体的某些部分相对其他部分的位置变化，叫机械运动。通常把力学分为运动学和动力学两部分。如果只对运动进行描述，而不涉及引起运动和改变运动的原因，这部分内容称为运动学。本章讨论质点运动学。

1.1 质点 参考系 坐标系

一、质点

物体的形状和大小是多种多样的，一般而言，物体各部分运动规律是不同的，要精确描述物体各部分的运动状态是一件复杂的事情。因此，在物理学研究中，常常建立一定的理想化模型，突出主要规律，忽略一些细枝末节，使对象和问题得以简化。质点就是一个最简单的理想化模型。在某些问题中，若物体的形状和大小并不重要，可以忽略，则可以把它抽象为一个具有一定质量的几何点，称为质点。质点突出了物体具有质量、在空间只占有一个点的位置的性质。当一个物体只作平动、不作转动(例如马路上行驶的汽车车厢)时，物体各点的运动情况完全一样，因而可以用物体上任意一点(例如质心)的运动作为代表，此时形状和大小就不重要了，可以将其简化为一个质点。再如，研究地球绕太阳公转时，由于地球的半径(6.37×10^3 km)比地球与太阳间的距离(1.5×10^8 km)小得多，地球上各点相对于太阳的运动可近似看作相同，因此地球的大小和形状也显得不重要了，可以把地球当作一个质点。

一个物体能否抽象为一个质点取决于所研究的问题。例如，同样是地球，在研究地球的自转时，由于地球各部分的运动规律明显不同，这时就无法再把地球看作一个质点了。因此，物体能否抽象为质点是有条件的，应该具体问题具体分析。

对质点运动的研究是有价值的，因为它是其他物理模型的基础。研究地球的自转时，首

先可将地球视为刚性的球体(即“刚体”模型),进一步,把刚性的球体视为由许多质点组成。分析这些质点的运动情况,就掌握了整个地球自转的规律。

二、参考系和坐标系

宇宙中的一切物体都在运动,没有绝对静止的物体,这称为运动的绝对性。为了描述物体的运动,必须选另一个物体作参考物,即物体的运动是相对于某个物体而言的,被选作参考的物体称为参考系。

参考系的选择有一定的任意性,可根据研究问题的性质而选定。例如,当研究物体在地面上的运动时,常选取地球作为参考系;当研究卫星绕地球运行时,则选取地球为参考系;而当研究地球绕太阳运行时,则应选取太阳为参考系。

同一物体的运动,由于选取的参考系不同,对它的运动描述就不同,这称为运动描述的相对性。例如,某人坐在匀速运动的船上,相对于船,人是静止的;而相对于岸,人是匀速运动的,这就是运动描述的相对性。人相对于船和岸的运动是不同的。又如,在作匀速直线运动的车厢中,有一个物体从车厢顶脱落,以车厢为参考系,物体作直线运动;以地面为参考系,物体作抛物线运动。因此,在描述某一物体的运动状态时,必须指明是相对哪个参考系而言的。

只有参考系还不能定量地描述物体的运动。为了定量确定物体相对于参考系的位置,还需要在参考系上建立一个坐标系。最常用的坐标系是直角坐标系。先在参考系上选定一点作为坐标系的原点 O,取通过原点且标有长度单位、相互垂直并成右手螺旋关系的有向直线作为坐标系的 x、y、z 轴,与 x、y、z 轴相对应的单位矢量分别用 $\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$ 表示。另外常用的坐标系有自然坐标系、极坐标系、柱面坐标系和球面坐标系等。建立什么样的坐标系应根据具体问题而定。

1.2　位置矢量　运动方程　轨迹方程

一、位置矢量

研究质点的运动,就是要确定质点在空间的位置以及位置随时间变化的规律。建立一个直角坐标系,则质点某一时刻的位置可以用坐标(x,y,z)表示。也可以用一个从原点指向质点的矢量 $\boldsymbol{r}$ 来表示,$\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量,简称“位矢”,如图 1-1 所示。坐标(x,y,z)就是 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标中的三个分量,表示为

$$\boldsymbol{r} \equiv \boldsymbol{OP} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中 $\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$ 分别为 x,y,z 方向的单位矢量。位置矢量的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

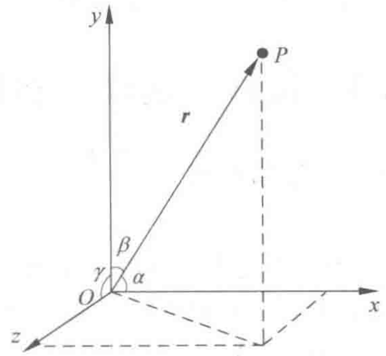

图 1-1　位置矢量

位置矢量的方向可由方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

式中 α,β,γ 分别表示位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与 x 轴、y 轴和 z 轴之间的夹角。

二、质点的运动方程及轨迹方程

质点在空间中运动时，它的位置随时间而变化，因此，质点的位置矢量随时间变化，写出其变化函数式

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2}$$

称之为质点运动方程。它给出了任一时刻质点的位置，由此出发，即可了解质点的运动规律。

在直角坐标系中，质点运动方程也可以用分量形式表示如下：

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-3}$$

式(1-3)可以理解为是质点运动在三个坐标轴上分解出的独立分运动的运动方程，反之，式(1-2)可看成是三个分运动的合成。在实际应用中，常常将运动方程分解为分量式，然后分别加以研究。

在运动方程中，消去时间参数 t，得到坐标之间的关系式 $f(x,y,z)=0$，此方程称为质点的轨迹方程。轨迹是直线的运动称为直线运动，轨迹是曲线的运动称为曲线运动。因此，式(1-3)也可以理解为是以时间 t 作为参数的质点轨迹方程。

【例题 1-1】 在 xy 平面上运动的质点，其运动方程 $\boldsymbol{r}=3\cos\pi t\boldsymbol{i}+3\sin\pi t\boldsymbol{j}$ (SI)，试求其轨迹方程。

解：运动方程分量式为

$$x = 3\cos\pi t, \quad y = 3\sin\pi t$$

两式联立，消去时间参数 t，即得轨迹方程

$$x^2 + y^2 = 9$$

说明该质点作的是圆心在原点，半径为 3m 的圆周运动。

1.3 位移　速度　加速度

一、位移和路程

为了描述质点位置的变化，引入物理量——位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$，如图 1-2(a)所示。设曲线 AB 是质点运动轨迹的一部分，在 t 时刻，质点位于 A 点，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 点，A，B 两点的位置矢量分别用 $\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_B$ 表示。经过时间间隔 Δt，质点位置矢量发生的变化，可由起始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\boldsymbol{AB}$ 来描述，$\boldsymbol{AB}$ 称为质点的位移矢量，简称位移，记为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{AB} \tag{1-4}$$

在直角坐标系中，设 A、B 点的坐标分别为(x_A, y_A, z_A)，(x_B, y_B, z_B)，则位移的分量式可表示如下

$$\Delta r = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$
$$\Delta x = x_B - x_A, \quad \Delta y = y_B - y_A, \quad \Delta z = z_B - z_A \tag{1-5}$$

式中 Δx，Δy，Δz 分别表示 Δt 时间内三个坐标的变化量。

质点从 A 点到 B 点所经历的轨迹长度称为这段时间走过的路程，用 ΔS 表示。注意区分位移和路程这两个概念。位移是矢量，表示质点位置变化的净效果，与质点运动轨迹无关，只与始末位置有关；而路程是标量，是质点通过的实际路径的长度，与质点运动轨迹有关。另外，一般而言，位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$并不等于路程，这一点从图 1-2(a)看得很清楚。但是，若时间间隔 Δt 取极限趋向无限小 $\mathrm{d}t$，则位移的大小等于路程，即

$$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s \tag{1-6}$$

最后，还应注意位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$和 Δr 的区别，如图 1-2(b)所示。$\Delta r = |\boldsymbol{r}_B| - |\boldsymbol{r}_A| = r_B - r_A$，表示 Δt 时间内位置矢量大小的变化，而$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{AB}|$。即使时间间隔趋向无限小，两者一般也不相等。

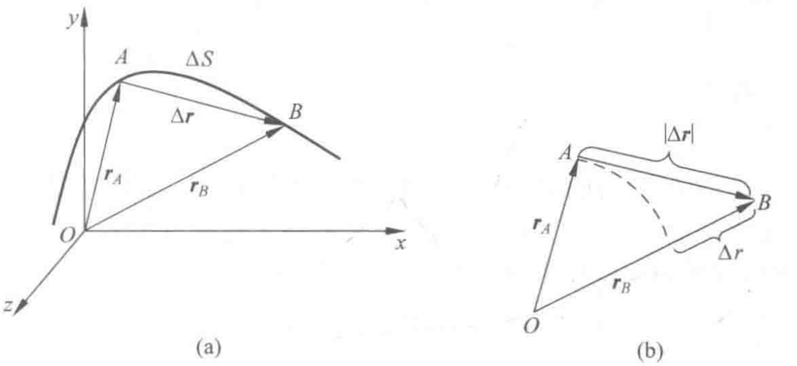

图 1-2　位移及路程

(a) 位移矢量及路程；(b) $|\Delta \boldsymbol{r}|$与 Δr 的区别

二、平均速度与平均速率

为了描述质点的运动状态，除了知道其位置所在，还需要了解位置变化的方向和快慢，即运动的方向和快慢，为此引入平均速度这个物理量。

如图 1-2(a)所示，Δt 时间内，设质点的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，则质点的平均速度定义为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

在直角坐标系中的分量式为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k} \tag{1-8}$$

或写成如下形式

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \bar{v}_x\boldsymbol{i} + \bar{v}_y\boldsymbol{j} + \bar{v}_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

因此，有

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \bar{v}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad \bar{v}_z = \frac{\Delta z}{\Delta t} \tag{1-10}$$

此即平均速度在直角坐标系中三个分量的定义式。

由式(1-7)可见，平均速度是一个矢量，它的方向与这段时间内位移的方向一致；它的大小有如下几种表示

$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \sqrt{\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2} \tag{1-11}$$

在描述质点运动时，也经常用到速率这个物理量。我们把 Δt 时间内质点所经过的路程 Δs 与所用时间 Δt 的比值$\frac{\Delta s}{\Delta t}$定义为质点在 Δt 时间内的平均速率，记为

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-12}$$

可见，平均速率是一个标量，等于单位时间内质点所通过的路程。要注意区分平均速率与平均速度的区别。平均速度是矢量，其大小$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|$并不等于平均速率。例如，某质点绕半径为 R 的圆运动一周，所用时间为 T，则质点的平均速度为零，而平均速率为$\frac{2\pi R}{T}$。

三、速度与速率

平均速度与平均速率仅能描述质点运动快慢的平均效果。所取时间间隔 Δt 不同，则平均速度和平均速率一般也不同。如果我们需要精确地知道质点在某一时刻 t（或某一位置）的运动情况，则应在平均速度和平均速率定义式的基础上取极限，即使 Δt 趋向于 0，此时 B 点无限地靠近 A 点，因此平均速度的极限值表示质点在 t 时刻通过 A 点的瞬时速度，简称速度，定义式如下

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

在直角坐标系中可分解为分量式

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-14}$$

因此，速度在直角坐标系中三个分量的定义式为

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

由式(1-13)可知，速度就是位置矢量（即运动方程）对时间的一阶导数。速度是矢量，其方向与取极限情况下的位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 相同，即速度的方向沿着该点轨迹的切线方向并指向运动的前方。速度的大小可表示为

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} \tag{1-16}$$

或者，根据定义式(1-13)和式(1-6)，速度大小也可表示为

$$|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-17}$$

另一方面，根据平均速率的定义式，当 Δt 趋于 0 时，B 点趋于 A 点，因此平均速率的极限值表示的是质点在 t 时刻通过 A 点的瞬时速率，简称速率，记为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-18}$$

比较式(1-17)与式(1-18)，显然瞬时速度的大小与瞬时速率是相等的。

根据定义式，平均速度、平均速率、速度与速率在国际单位制(简称 SI)中的单位均为米/秒(m/s)。

【例题 1-2】 一质点作直线运动，运动方程为 $x=3t-2t^2$(SI)，试求：

(1) 质点的速度表达式；

(2) 从 $t=1\mathrm{s}$ 到 $t=3\mathrm{s}$ 时间间隔内质点位移的大小和质点走过的路程。

解：(1) 依题意，质点沿着 x 轴作直线运动，所以速度只有一个分量

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 3 - 4t(\mathrm{SI})$$

(2) 位移也只有一个分量

$$\Delta x = x\,|_{t=3} - x\,|_{t=1} = -9 - 1 = -10\mathrm{m}$$

所以，位移的大小为 10m。

计算路程时，需考虑这段时间内质点是否存在反向运动。当速度为零时，质点开始反向运动，因此，令 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3-4t=0$，得 $t=0.75\mathrm{s}$。所以，从 $t=1\mathrm{s}$ 到 $t=3\mathrm{s}$ 时间间隔内质点走过的路程为

$$\Delta s = |\,x\,|_{t=0.75} - x\,|_{t=1}\,| + |\,x\,|_{t=0.75} - x\,|_{t=3}\,| = \left|\frac{9}{8} - 1\right| + \left|\frac{9}{8} - (-9)\right| = 10.25\mathrm{m}$$

四、加速度

在质点运动中，质点的速度大小和方向一般会随时间而变化。加速度就是描述质点速度的大小和方向随时间变化快慢的物理量。首先定义平均加速度。

如图 1-3 所示，在 Δt 时间内，质点从 A 运动到 B，速度的变化为 $\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$，质点的平均加速度定义为速度变化量与所用时间之比，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-19}$$

其方向与速度增量的方向相同。

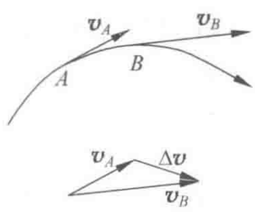

图 1-3　速度的变化

平均加速度显然与 Δt 有关，只能描述速度变化的平均效果。为了更精确地描述，应取极限，令 Δt 趋向于 0，则 B 点无限靠近 A 点，因此平均加速度的极限值表示质点在 t 时刻通过 A 点的瞬时加速度，简称加速度

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-20}$$

在直角坐标系中分解为分量式

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \tag{1-21}$$

三个分量 a_x，a_y，a_z 分别为

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2},\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2},\quad a_z=\frac{dv_z}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2} \tag{1-22}$$

可见，加速度就是速度对时间的一阶导数或位置矢量对时间的二阶导数；它的三个分量分别是速度的三个分量对时间的一阶导数或坐标 x,y,z 对时间的二阶导数。

从定义式可见，加速度是一个矢量，其大小表示为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1-23}$$

加速度的方向与 $d\boldsymbol{v}$ 相同，也就是当 Δt 趋向于零时，速度变化量的极限方向。因此，加速度的方向总是指向轨迹曲线的凹侧，如图 1-4 所示。当质点作直线运动时，加速度方向与速度方向的夹角为 0°或 180°；质点作曲线运动时，当加速度方向与速度方向的夹角大于 90°时，则速率减小；当加速度方向与速度方向的夹角小于 90°时，则速率增大；当加速度方向与速度方向的夹角等于 90°时，则速率不变，质点作匀速率曲线运动。

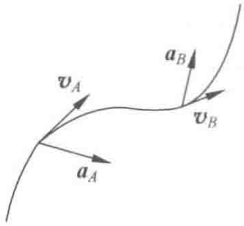

图 1-4　加速度的方向

以上给出了描述质点运动状态所需的若干物理量，从这些物理量的定义可以看出，求解质点运动学可以归纳为两类基本问题：第一类问题是已知质点的运动方程，求解质点在任一时刻的位置矢量、速度和加速度（或者已知质点的速度，求解加速度），从数学上看，这类问题可以用一阶导数和二阶导数的方法；第二类问题是已知质点的加速度以及初始速度和初始位置（常称为初始条件），求解质点的速度及其运动方程（或已知质点的速度以及初始位置，求解质点在任一时刻的位置矢量），这时可以用积分的办法求解。

【例题 1-3】 已知质点的运动方程矢量式为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$(SI)。求：

(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t=0$s 到 $t=2$s 的平均速度及大小；

(3) $t=2$s 末的速度及速度大小；

(4) $t=2$s 末的加速度及加速度大小。

解：(1) 从已知条件可知，运动方程的分量式为 $x=2t$，$y=2-t^2$，两者联立消去 t，即得轨迹方程

$$y=2-\frac{x^2}{4}$$

可见质点的运动轨迹为抛物线。

(2) $t=0$s 到 $t=2$s 的平均速度可根据平均速度的定义式得到

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\bar{v}_x\boldsymbol{i}+\bar{v}_y\boldsymbol{j}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}=\frac{x|_{t=2}-x|_{t=0}}{2}\boldsymbol{i}+\frac{y|_{t=2}-y|_{t=0}}{2}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}\,(\text{m/s})$$

其大小为

$$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\sqrt{(\bar{v}_x)^2+(\bar{v}_y)^2}=2.82\,(\text{m/s})$$

(3) 根据速度的定义式

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=\frac{dx}{dt}\boldsymbol{i}+\frac{dy}{dt}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}\,(\text{m/s})$$

于是，$t=2\text{s}$ 时的速度为

$$\boldsymbol{v}_{t=2}=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}(\text{m/s})$$

其大小为

$$v_{t=2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=4.47(\text{m/s})$$

(4) 根据加速度的定义式

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}(\text{m/s}^2)$$

可见，加速度是一个恒矢量。因此上式也就是 $t=2\text{s}$ 时的加速度，加速度的大小为 2m/s^2。

【例题 1-4】 一个质点悬挂在弹簧上作竖直振动时，其加速度可表示为 $a=-ky$，式中 k 为正的常量，y 是以平衡位置为原点所测得的质点坐标。假定初始时刻质点位于 y_0 处，初速度为 v_0，试求任意时刻的速度 v 与坐标 y 之间的关系式。

解：由加速度在运动方向的分量式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 及速度的分量式 $v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，得

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

将已知条件 $a=-ky$ 代入上式，得

$$-ky=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

分离变量，并将初始条件代入，积分

$$-\int_{y_0}^{y}ky\,\mathrm{d}y=\int_{v_0}^{v}v\,\mathrm{d}v$$

$$v^2=v_0^2+k(y_0^2-y^2)$$

1.4 匀变速直线运动　抛体运动　圆周运动

在质点运动过程中，若加速度的大小和方向保持不变，即加速度为恒矢量，则称之为匀变速运动。设加速度为 $\boldsymbol{a}$，初始时刻 $t=0$ 时，初速度为 $\boldsymbol{v}_0$，初始位置在 $\boldsymbol{r}_0$ 处，则根据加速度的定义式，可以求出该质点任意时刻的速度和运动方程。

由加速度定义式 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，分离变量，再结合初始条件，则任意时刻 t 的速度 $\boldsymbol{v}$ 可以通过积分求出

$$\int_{\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{v}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t\boldsymbol{a}\mathrm{d}t=\boldsymbol{a}\int_0^t\mathrm{d}t=\boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t \tag{1-24}$$

进一步根据速度的定义式 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，结合式(1-24)，再次分离变量，得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t)\mathrm{d}t$$

设 t 时刻的位置矢量(即运动方程)为 $\boldsymbol{r}$，分离变量积分，得

$$\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t)\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 \tag{1-25}$$

注意式(1-24)和式(1-25)成立的条件是质点运动的加速度为恒矢量。

根据运动的叠加原理，当物体同时参与两个或多个运动时，其总的运动乃是各个独立运动的合成结果。这称为运动叠加原理，或运动的独立性原理。作为物理学中的一个重要原理，它是研究运动的合成与分解的理论依据。因此，在实际应用中常常建立一个坐标系，将运动按照坐标轴的方向分解为分运动进行研究。例如，匀变速直线运动和斜抛运动均属于加速度为恒矢量的运动，但前者是一维运动，而后者为平面运动。对于后者，可以建立二维直角坐标，写出式(1-24)和式(1-25)的两个分量式，分解为两个分运动进行研究。下面分别进行讨论。

一、匀变速直线运动

设质点作一维匀变速直线运动。建立直角坐标系，运动方向设为 x 轴，则式(1-24)和式(1-25)都只有一个分量式，写成

$$v = v_0 + at \tag{1-26}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1-27}$$

两式联立消去时间 t，得到

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \tag{1-28}$$

式(1-26)、式(1-27)和式(1-28)是大家在中学中就很熟悉的匀变速直线运动的公式。上述式子中的各个物理量均为分量，实际运用中应注意正负所代表的物理意义，正值表示其方向与 x 轴正向相同，负值则表示其方向指向 x 轴负向。

【例题 1-5】 一物体以 5m/s 的初速度竖直上抛，求解任意时刻的速度和位置。设空气阻力可以忽略。

解：如图 1-5 所示建立坐标系，起抛点作为原点，向下作为 x 轴正方向，则初始条件为

$$x_0 = 0,\quad v_0 = -5\text{m/s},\quad a = g = 9.8\text{m/s}^2$$

代入式(1-26)和式(1-27)，得

$$v(t) = -5 + 9.8t$$

$$x(t) = -5t + \frac{1}{2}\times 9.8t^2$$

图 1-5 例题 1-5 用图

上抛运动各个阶段的运动状态可以通过上述两个式子的正负来表示。例如，某一时刻，若 $v(t)<0$、$x(t)<0$，则意味着物体向上运动，且位于起抛点的上方；若 $v(t)>0$、$x(t)<0$，则物体已开始向下运动，但仍位于起抛点的上方；若 $v(t)>0$、$x(t)>0$，则物体已向下运动至起抛点的下方了。因此，在不考虑空气阻力的情况下，无需分段处理。但是，有空气阻力存在时，则必须分段处理。

本例题中速度和位置的正负显然与坐标轴正方向的规定有关，一般而言，坐标轴正方向可任意选取，视具体问题而定。