于 华 徐敬华 李孝杰 著

PINGJI TANSUO

平几探索

苏州大学出版社
Soochow University Press

平 几 探 索

于　华　徐敬华　李孝杰　著

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

平几探索 / 于华，徐敬华，李孝杰著. —苏州：苏州大学出版社，2016.6
ISBN 978-7-5672-1766-9

Ⅰ. ①平… Ⅱ. ①于… ②徐… ③李… Ⅲ. ①几何课—初中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 133198 号

平几探索
于 华 徐敬华 李孝杰 著
责任编辑 肖 荣

苏州大学出版社出版发行
(地址：苏州市十梓街 1 号 邮编：215006)
宜兴市盛世文化印刷有限公司印装
(地址：宜兴市万石镇南漕河滨路 58 号 邮编：214217)

开本 700 mm×1 000 mm 1/16 印张 22.5 字数 430 千
2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5672-1766-9 定价：40.00 元

苏州大学版图书若有印装错误，本社负责调换
苏州大学出版社营销部 电话：0512-65225020
苏州大学出版社网址 http://www.sudapress.com

前言

Preface

“基本图形分析法”是由上海市杨浦区教育学院徐方瞿老师首先提出的研究平几问题的一套方法，经过几十年的发展，为越来越多的人士所认可，甚至将其推崇为一门成功的“武学秘籍”．所谓“基本图形分析法”，就是根据几何问题的条件和结论，探寻和构造基本图形，并应用基本图形的性质特征解决平几问题的一种分析方法．在我们的教学实践中，已体会到它有多个方面的优势：

一、每一个基本图形汇聚了相关图形的一串几何性质，包括已有的定义、定理和尚未被认定为定理的真命题，以及以补全基本图形为主要目标的有规律地添加辅助线的方法，使过去不易捉摸的“添辅助线”不再神秘，便于学生学习掌握．

二、基本图形分析法在应用过程中常需将一个较为复杂的几何图形进行分解合成，并不断地尝试从部分迹象中发现和补全基本图形，从而提高了对图形的空间想象能力．

三、基本图形分析法整合了综合法和分析法两种思维方法．当从条件或条件的组合中发现基本图形时，就应用了综合法的方法去思考；当由结论或结论与条件的组合中发现基本图形时，则应用了分析法的方法去思考．运用基本图形分析法可以自然而然地将这两种思维方法结合起来更灵活地去运用，提高逻辑思维能力．

四、基本图形分析法巧妙地将逻辑思维和直观思维联系起来，以图形的直观形象为突破口，运用基本图形的特性，更快地打通思维脉络，找到解决问题的途径，再运用逻辑思维缜密地推理证明完成解题任务．直观思维像一把“金钥匙”，打开了逻辑思维的大门，提高了解答平几问题的成功率，可以极大地激发学生学习平几的兴趣和获得成功的自信．

五、基本图形分析法是平几学习中培养学生创新意识和创新能力的好方法．提出这一方法，本身就是创新．教学这一方法，有利于创新传统的讲学方法，便于讨论式教学，激发师生积极参与和互动，促进智力激励，共同发展；也有利于学习者自主探索，积极思考，发现具有独创性的解题方法，提高自身的

创造性.

本书是我们学习基本图形分析法所获得的感悟,希望对学习者的创优有所助力,对初教者的教研有一定帮助.抛砖引玉,以期“基本图形分析法”更系统、更完善,成为更好教、更好学的平几教材教法.

几何学是一座大山,我们的所得只是一个小山头下的一孔之见,偏颇和错误之处敬请广大读者批评指正.

于 华

目录
Contents

一 关于角的探索

初中平面几何出现了较多角的新概念，诸如“对顶角”“邻补角”“内角”“外角”“同位角”“内错角”“同旁内角”等.由于位置关系的不同，角有了多种“身份”，确立了它们不同的数量关系，因而在遇到有角的问题时，要注意观察它们在图形中的位置特征.想一想，应怎样根据它们的不同“身份”进行转化.

（一）角度计算与角的数量关系探讨

在研究角的过程中，有一些常用的性质和等量公理，如：

对顶角相等；

三角形的内角和等于180°；

n 边形的内角和等于$(n-2)\cdot 180°$；

三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和；

n 边形的外角和等于360°；

等量加等量，和相等；

等量减等量，差相等；

等量的同倍（分）量相等；

等量代换；等等.

探索发现

下列图形中角的定量关系常用作等量代换：

1. 和差倒角.图1中$\angle 1=\angle 2 \Leftrightarrow \angle AOC=\angle BOD$.

2. “8”字倒角.图2中AB，CD交于点O，$\angle A+\angle C=\angle B+\angle D$，$\angle A=\angle D \Leftrightarrow \angle B=\angle C$.

3. “R”形倒角.图3中B，C，D三点在同一直线上，$\angle 1=\angle A \Leftrightarrow \angle 2=\angle B$.

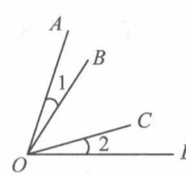


图1

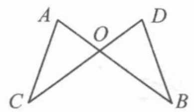


图 2

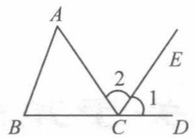


图 3

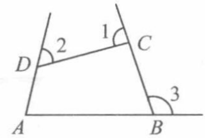


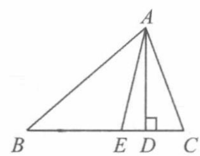
图 4

4. 四边形内外倒角. 四边形任意两个角的外角之和等于不相邻的两个内角的和,图 4 中$\angle 2+\angle 3=\angle A+\angle BCD$,$\angle 1=\angle A \Leftrightarrow \angle 2=\angle ABC$.

说明:"⇔"是等价符号,"A⇔B"读作 A 等价于 B,有四层意义:(1) 由 A 可以推出 B;(2) 由 B 可以推出 A;(3) 要证明 A,可以转化为证明 B;(4) 要证明 B,可以转化为证明 A.

应用举例

例 1 如图,$\triangle ABC$ 中 AD 是高,AE 是角平分线,$\angle C=\alpha$,$\angle B=\beta(\alpha>\beta)$,试求$\angle DAE$.



例 1 题图

破解思路:把$\angle DAE$看成 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$ 的内角,或看成与$\angle AEB$ 不相邻的三角形的内角,或看成$\angle CAE$ 与$\angle CAD$ 的差,或看成$\angle BAD$ 与$\angle BAE$ 的差,或看成$\angle BAC$ 减去$\angle BAE$ 再减去$\angle CAD$ 的差等,本题都可得解.

法一 $\angle DAE=90^\circ-\angle AED$(把$\angle DAE$看成 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$ 的一个锐角)

$=90^\circ-(\angle B+\angle BAE)$(把$\angle AED$看成$\triangle ABE$的外角)

$=90^\circ-\angle B-\frac{1}{2}\angle BAC$($\angle BAE$是角平分线 AE 分得的半角)

$=90^\circ-\angle B-\frac{1}{2}(180^\circ-\angle B-\angle C)$($\angle BAC$是$\triangle ABC$的内角)

$=\frac{1}{2}(\angle C-\angle B)=\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$.

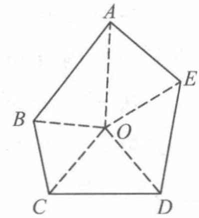
法二 $\angle DAE=\angle BAD-\angle BAE$(把$\angle DAE$看成两角的差)

$=90^\circ-\angle B-\frac{1}{2}\angle BAC$(把$\angle BAD$看成 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 的一个锐角)

$=\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$(同法一,略).

例 2 已知三角形的内角和为 180°,试求五边形 $ABCDE$ 的内角和.

破解思路：遇到有较多边的多边形问题，常添加辅助线，转化成三角形的问题来研究.

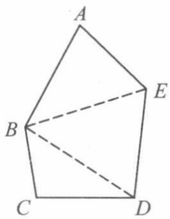


例 2 题图（法一）

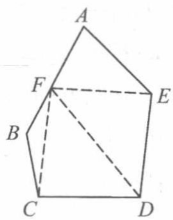
法一 在五边形内任取一点 O，分别与五边形各顶点连结，得到五个三角形. 五边形的内角和即等于这五个三角形的内角和的总和减去一个周角的度数，可知五边形的内角和等于 540°.

法二 由五边形一个顶点引对角线，将五边形分割成 3 个三角形. 五边形的内角和即为这 3 个三角形的内角总和，为 540°.

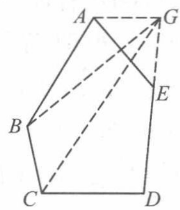
法三 若在 AB 边上取一点 F，分别连结 CF，DF，EF，可知五边形的内角和等于四个三角形的内角总和减去一个平角的差，等于 540°.



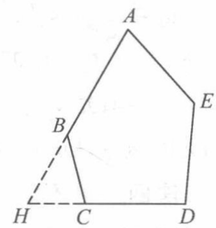
例 2 题图（法二）



例 2 题图（法三）



例 2 题图（法四）

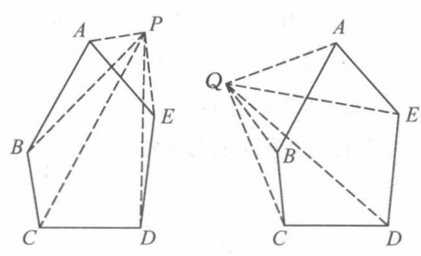


例 2 题图（法五）

法四 若在 DE 的延长线上取一点 G，分别连结 GA，GB，GC，用 $\angle GAE+\angle AGE=\angle AED$ 代换，可知五边形的内角和等于 $\triangle GAB$，$\triangle GBC$，$\triangle GCD$ 内角的总和，等于 540°.

法五 若延长 AB 和 DC 交于点 H，由 $\angle ABC=\angle H+\angle BCH$，$\angle BCD=\angle H+\angle CBH$ 代换可知，五边形的内角和等于四边形 $AHDE$ 的内角和与 $\triangle BCH$ 的内角和的和，等于 540°.

法六 若在五边形外任取一点 P（或点 Q），分别与五个顶点连结，得到以点 P（或点 Q）为公共顶点的五个三角形，可知五边形的内角和为 $\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PCD$，$\triangle PDE$ 四个三角形的内角总和减去 $\triangle PAE$ 的内角和（在取 Q 点的图中，则等于四个三角形内角总和减去 $\triangle QAB$ 的内角和），等于 540°.



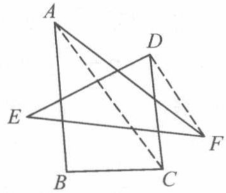
例 2 题图（法六）

由此可知，用类似方法可求得凸 n 边形的内角和等于 $(n-2)\cdot 180°$.

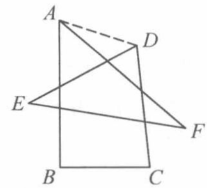
例 3 如图，由首尾顺次相接且转折方向一致的六条线段构成了以 A，B，C，D，E，F 为顶点的六个角，试求这六个角的和.

破解思路：添加辅助线，将六个角转化成与三角形内外角或与边数较少的多边形内外角相关的角.

法一 分别连结 AC，DF，由“8”字倒角知$\angle ACD+\angle CAF=\angle CDF+\angle AFD$，则六个角的和等于$\triangle ABC$与$\triangle DEF$这两个三角形的内角总和，为 $360°$.



例 3 题图(法一)

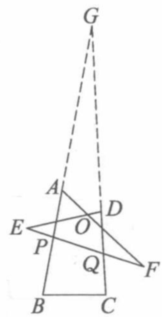


例 3 题图(法二)

法二 连结 AD，由“8”字倒角知$\angle E+\angle F=\angle DAF+\angle ADE$，则六个角的和转化成四边形 $ABCD$ 的内角和，等于 $360°$.

法三 分别延长 BA，CD，若能交于点 G，可设 AF，DE 的交点为 O，由四边形内外倒角知$\angle BAF+\angle CDE=\angle G+\angle AOD$，又$\angle AOD=\angle EOF$，可知六个角的和等于$\triangle GBC$和$\triangle OEF$这两个三角形的内角总和，等于 $360°$.

法四 可不添加辅助线，设 AB，CD 分别与 EF 的交点为 P，Q，由四边形内外倒角知$\angle APQ+\angle DQP=\angle B+\angle C$，则六个角的和等于$\triangle APF$和$\triangle DEQ$这两个三角形的内角总和，为 $360°$.



例 3 题图
(法三、法四)

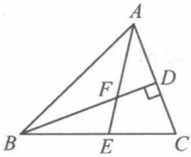
类比拓展练习

1. 已知 $OA\perp OB$，$\angle AOC=\alpha$ ($0°<\alpha<90°$)，OD，OE 分别平分$\angle AOC$和$\angle BOC$，试求$\angle DOE$的度数.

2. 已知 $OA\perp OB$，$OC\perp OD$，$\angle AOC=30°$，试求$\angle BOD$的度数.

3. 已知 $OA\perp OB$，$OC\perp OD$，试探究$\angle AOD$和$\angle BOC$的数量关系.

4. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\alpha$，$\angle C=\beta$，高 BD 与角平分线 AE 交于点 F，试求$\angle AFD$的度数.



第 4 题图

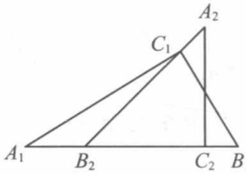


图 1

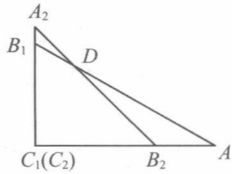


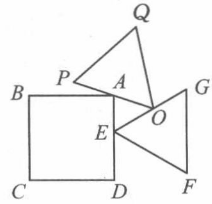
图 2

第 5 题图

5. 有一副三角板，分别如图 1、图 2 所示叠放，试指出$\angle A_1C_1B_2$ 和

$\angle A_1DA_2$ 的度数.

6. 已知正方形 $ABCD$、等边三角形 EFG 和等边三角形 OQP 纸片如图所示摆放，试求 $\angle PAB + \angle DEF + \angle GOQ$ 的值.



第 6 题图

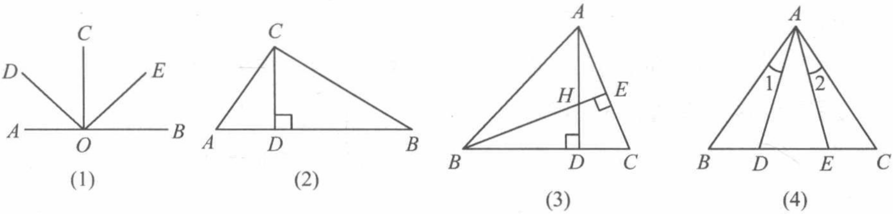
7. 根据下列条件，指出图中除直角、对顶角之外相等的角.

(1) $OC \perp AB$，垂足为点 O，$OD \perp OE$；

(2) $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，CD 是斜边上的高；

(3) 锐角三角形 ABC 中，高 AD，BE 交于点 H；

(4) $\triangle ABC$ 中，D，E 是 BC 上两点，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle ADE = \angle AED$.

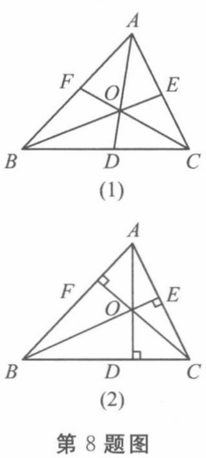


第 7 题图

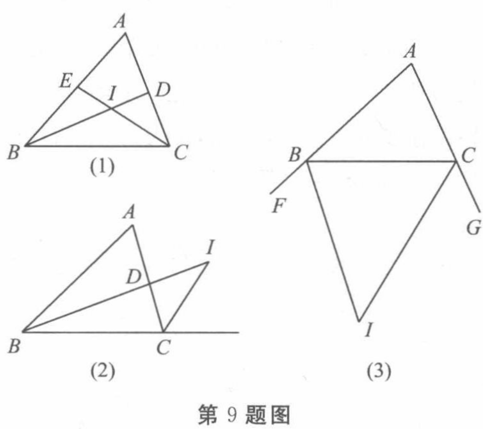
8. 如图，(1) $\triangle ABC$ 的三条角平分线 AD，BE，CF 交于点 O；

(2) $\triangle ABC$ 的高 AD，BE，CF 交于点 O.

试求图中 $\angle BAD$，$\angle CBE$ 和 $\angle ACF$ 三个角之间的数量关系.



第 8 题图



第 9 题图

9. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = \alpha$，根据下列条件分别求 $\angle BIC$.

(1) $\triangle ABC$ 中角平分线 BD，CE 交于点 I；

(2) $\triangle ABC$ 的角平分线 BD 的延长线与 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 I；

(3) $\triangle ABC$ 的 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 I.

10. (1) 一个角是它的余角的 3 倍,求这个角;

(2) 一个角的补角比它的余角大 3 倍,求这个角;

(3) 一个角与它的余角的度数比是 2∶3,求这个角的补角.

11. 试探究下列条件下两角平分线的位置关系,并说明道理.

(1) 一对对顶角的角平分线;

(2) 一对邻补角的角平分线.

12. (1) 内角和等于外角和的多边形是几边形?

(2) 内角相等的十边形,每个内角是多少度?

(3) 每个内角都为 140°的多边形是几边形?

(4) 一个多边形所有的内角与一个外角的度数总和是 1350°,这个多边形是几边形?

(5) 一个多边形的内角从最小的 100°到最大的 140°,每个角依次增大相同的度数,求这个多边形的边数.

(6) 将一个多边形截去一个角后得到的新多边形的内角和为 1800°,求原多边形的边数.

13. (1) $2n$ 边形的内角和是不是 n 边形内角和的 2 倍?

(2) 多边形每增加一条边,内角和增加多少度?

(3) n 边形($n \geqslant 4$)最多可有多少条对角线?

(4) 一个四边形的四个内角中最多可有多少个钝角?多少个锐角?

(5) n 边形中最多只能有多少个锐角?

(6) 一个 n 边形的每个内角都为钝角,这样的多边形有多少个?n 的最小值是多少?

14. 在图 1、图 2 中$\angle ABD$ 和$\angle ACD$ 的平分线相交于点 E,试探究两图中$\angle E$ 与$\angle A$,$\angle D$ 的数量关系.

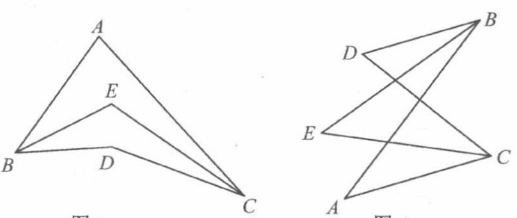
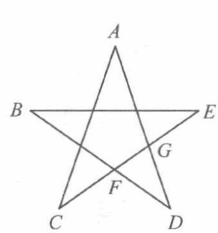


图 1　　图 2

第 14 题图



第 15 题图

15. 如图,若五角星形的五个角$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$,$\angle D$,$\angle E$ 都相等,试求每个角的度数.

16. 图 1、图 2、图 3 是由首尾顺次相接且转折方向一致的六条线段构成

的图形，试求各图中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$，$\angle E$，$\angle F$六个角的和.

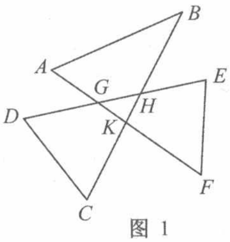


图 1

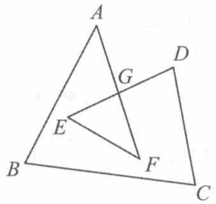


图 2

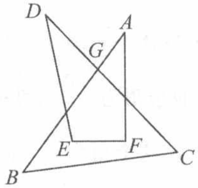


图 3

第 16 题图

练习破解要点

研究平几问题，要注意文字语言、图形语言、符号语言的互译，运用数形结合的方法.

1. 本题无图，易知$\angle AOB=90°$，而$\angle AOC$为锐角，OC的位置就有两种可能，在$\angle AOB$内部，或在$\angle AOB$外部靠近OA一侧，可画图观察. 两种情况下都有$\angle DOE=45°$.

2. 本题图形有四种可能，OC在$\angle AOB$内外时，射线OD的方向各有两个. $\angle BOD=30°$或$150°$.

3. 同第 2 题图，易知$\angle AOD$与$\angle BOC$相等或互补.

4. 可将$\angle AFD$看成$\mathrm{Rt}\triangle ADF$的内角或$\triangle ABF$的外角等. $\angle AFD=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$.

5. 易知$\angle A_1C_1B_2=15°$，$\angle A_1DA_2=165°$.

6. 正方形的角是$90°$，等边三角形的角是$60°$，用$\triangle AEO$的外角和$360°$减去一个直角和两个$60°$角，可知$\angle PAB+\angle DEF+\angle GOQ=150°$.

7. 根据同（等）角的余角相等可知：(1) $\angle AOD=\angle COE$，$\angle COD=\angle BOE$；(2) $\angle A=\angle BCD$，$\angle B=\angle ACD$；(3) $\angle CAD=\angle CBE$，$\angle AHE=\angle C=\angle BHD$；由和差角等可知(4)中有$\angle BAE=\angle CAD$，$\angle B=\angle C$，$\angle ADB=\angle AEC$.

8. (1) 三个内角的半角之和，即$\angle BAD+\angle CBE+\angle ACF=90°$；

(2) 用$\angle ABE$代换$\angle ACF$，由直角三角形两锐角互余可知$\angle BAD+\angle CBE+\angle ACF=90°$.

9. (1) 易知$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\alpha$.

(2) 由“8”字倒角知$\angle BIC+\angle ACI=\angle ABD+\angle A$，由三角形外角知$\angle ACI=\angle ABD+\frac{1}{2}\angle A$，两式相减得$\angle BIC=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\alpha$.

(3) 由四边形内外倒角知$\angle BIC+\angle A=\angle FBI+\angle GCI$，由三角形外角知$\angle FBI+\angle GCI=\frac{1}{2}\angle ACB+\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}\angle A$，可得$\angle BIC=90°-\frac{1}{2}\alpha$.

10. 几何中的等量关系可用来列方程，常可用解方程的方法来解决平几的一些计算问题.

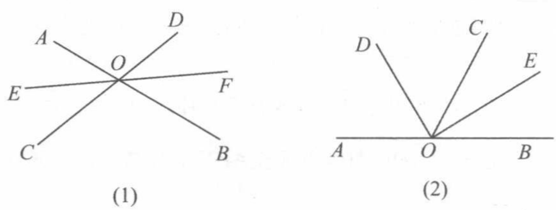
(1) 设这个角为 $x°$，则它的余角为 $(90-x)°$，可列方程 $x=3(90-x)$，或设这个角为 $x°$，则它的余角为 $\frac{1}{3}x°$，可列方程 $x+\frac{1}{3}x=90$，解得 $x=67.5$.

(2) 设这个角为 $x°$，则它的补角为 $(180-x)°$，它的余角为 $(90-x)°$，可列方程 $180-x=(3+1)(90-x)$，解得 $x=60$.

(3) 设这个角为 $2x°$，则它的余角为 $3x°$，它的补角为 $(180-2x)°$，可列方程 $2x+3x=90$，解得 $x=18$，这个角的补角为 $144°$. 或设这个角为 $y°$，则它的余角为 $(90-y)°$，它的补角为 $(180-y)°$，可列方程 $y:(90-y)=2:3$，即 $2(90-y)=3y$，解得 $y=36$，这个角的补角为 $144°$.

11. (1) 如图，直线 AB，CD 交于点 O，OE，OF 分别平分 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$，则有 $\angle AOC=\angle BOD$，$\angle AOE=\angle BOF$，$\angle AOE+\angle AOF=\angle BOF+\angle AOF=180°$，可知 OE，OF 成一直线，即对顶角的角平分线成一直线.

(2) 如图，O 是直线 AB 上一点，OD，OE 分别平分 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$，则有 $\angle AOC+\angle BOC=180°$，$\angle COD+\angle COE=90°$，即 $\angle DOE=90°$，可知邻补角的角平分线互相垂直.



第 11 题图

12. (1) 由 $(n-2)\cdot 180=360$ 知 $n=4$.

(2) 可用内角和，$(10-2)\times 180°\div 10=144°$. 或用外角和，$180°-\frac{360°}{10}=144°$.

(3) 可用内角和列方程 $(n-2)\cdot 180=140n$，解得 $n=9$. 或用外角和求解，$360\div(180-140)=9$.

(4) 设这个多边形为 n 边形，一个外角为 $x°$，则有 $(n-2)\cdot 180+x=1350$，$n=9+\frac{90-x}{180}$. 因为 $0<x<180$，n 为正整数，所以 $(90-x)$ 必为 180 的倍数，只有 $90-x=0$. 可知 $n=9$，$x=90$. 或由 $1350\div 180=7\cdots\cdots 90$，可知这个外角为 $90°$，这个多边形为九边形.

(5) 设这个多边形为 n 边形，n 个内角从小到大逐个增大 $x°$，则有 $140=100+(n-1)x$，$x=\frac{40}{n-1}$，代入 $(n-2)\cdot 180=100n+\frac{n(n-1)}{2}x$，得 $(n-2)\cdot 180=100n+20n$，解得 $n=6$.

(6) 可知新多边形为十二边形. 多边形截去一个角后，角的个数可能不变，也可能减少或增加一个角，则原多边形边数可为 11，12 或 13.

13. (1) 易知$\frac{(2n-2)\cdot 180°}{(n-2)\cdot 180°}\neq 2$.

(2) 可知$(n-2+1)\cdot 180°-(n-2)\cdot 180°=180°$.

(3) 从一个顶点引对角线最多有$(n-3)$条，$n(n\geqslant 4)$边形最多可有$\frac{n(n-3)}{2}$条对角线.

(4) 四边形的内角和为 360°，而四个钝角之和大于 360°，四个锐角之和小于 360°，四边形不可能有四个钝角或四个锐角.

三个钝角之和必大于 270°而可能小于 360°，四边形最多可有三个钝角，另一个为锐角.

三个锐角之和必小于 270°而可能大于 180°，四边形最多可有三个锐角，另一个为钝角.

(5) n 边形的外角和为 360°，外角中最多只能有三个钝角，则内角中最多只有三个锐角.

(6) 可知 $90<\frac{(n-2)\cdot 180}{n}<180$，解得 $n<4$，可知内角都为钝角的多边形有无数多个，n 的最小值为 5.

14. 在图 1 中可延长 BD 交 AC 于点 G，得$\angle BDC=\angle ACD+\angle ABD+\angle A$，延长 BE 交 AC 于点 F，得 $\angle BEC=\frac{1}{2}\angle ACD+\frac{1}{2}\angle ABD+\angle A$，可知 $\angle BEC=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle BDC$.

在图 2 中由“8”字倒角知$\angle E+\angle DCE=\angle D+\angle DBE$，$\angle E+\angle ABE=\angle A+\angle ACE$，可知$\angle E=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle D$.

15. **法一**　可连结 CD，由“8”字倒角知$\angle B+\angle E=\angle DCE+\angle BDC$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$，$\angle E$ 五个角的和等于$\triangle ACD$ 的内角和 180°，平均每个角为 36°.

法二　不添辅助线，$\triangle DFG$ 中的$\angle DFG=\angle B+\angle E$，$\angle DGF=\angle A+\angle C$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$，$\angle E$ 五个角的和等于$\triangle DFG$ 内角和，平均每个角为 36°.

16. 图 1. **法一**　可连结 CF，六个角的和等于四边形 $CDEF$ 的内角和 360°.

法二　六个角的和等于 3 个三角形内角和减去$\triangle GHK$ 的内角和，为 360°.

法三　由四边形内外倒角可知$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=2(\angle HGK+\angle GKH+\angle KHG)=360°$.

图 2. **法一**　连结 AD，由“8”字倒角知$\angle E+\angle F=\angle ADE+\angle DAF$，六个角的和等于四边形 $ABCD$ 的内角和.

法二　分别延长 BA，CD 交于点 H，由四边形内外倒角可知$\angle BAF+\angle CDE=\angle H+\angle AGD$，六个角的和等于$\triangle HBC$ 与$\angle GEF$ 两个三角形的内角和，为 360°.

图 3. **法一**　连结 AD，由“8”字倒角知$\angle B+\angle C=\angle BAD+\angle CDA$.

六个角的和等于四边形 $ADEF$ 的内角和，为 360°.

法二　可作一直线分别与 DE，AB，CD，AF 交于点 P，M，N，Q，由四边形内外倒角知$\angle B+\angle C=\angle AMN+\angle DNM$，$\angle E+\angle F=\angle DPQ+\angle AQP$，六角和等于$\triangle AMQ$ 和$\triangle DPN$ 两个三角形的内角和，为 360°.

（二）“平行线”基本图形

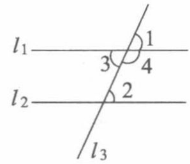


图 1

平面内不相交的两条直线是平行线. 如图 1，直线 $l_1 \parallel l_2$，直线 l_3 分别与直线 l_1，l_2 相交，我们称这样的图形为“平行线”基本图形. 在特殊情况下，直线 l_3 与直线 l_1，l_2 平行.

探索发现

1. “平行线”基本图形具有下列性质特征：

(1) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \angle 1 = \angle 2$；

(2) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \angle 2 = \angle 3$；

(3) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$；

(4) $l_1 \parallel l_3 \xleftrightarrow{l_1 \parallel l_2} l_2 \parallel l_3$；

说明：(1) 这里的基本图形性质特征泛指相关的定义、公理、定理、真命题等，更指相应的思考模式.

(2) 等价符号“$\Leftrightarrow$”的意义与前相同.

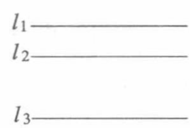


图 2

(3) 符号 $l_1 \parallel l_3 \xleftrightarrow{l_1 \parallel l_2} l_2 \parallel l_3$ 可读成：在 $l_1 \parallel l_2$ 的条件下，$l_1 \parallel l_3$ 等价于 $l_2 \parallel l_3$，也可说成已知或已证 $l_1 \parallel l_2$ 时，$l_1 \parallel l_3$ 等价于 $l_2 \parallel l_3$. 它也有四层意义：

① $l_1 \parallel l_3 \xRightarrow{l_1 \parallel l_2} l_2 \parallel l_3$ 表示已知 $l_1 \parallel l_2$ 和 $l_1 \parallel l_3$ 可以推出 $l_2 \parallel l_3$；

② $l_2 \parallel l_3 \xRightarrow{l_1 \parallel l_2} l_1 \parallel l_3$ 表示已知 $l_1 \parallel l_2$ 和 $l_2 \parallel l_3$ 可以推出 $l_1 \parallel l_3$；

③ $l_1 \parallel l_3 \xLeftarrow{l_1 \parallel l_2} l_2 \parallel l_3$ 表示已知 $l_1 \parallel l_2$ 时要证明 $l_1 \parallel l_3$，可以转化为证明 $l_2 \parallel l_3$；

④ $l_2 \parallel l_3 \xLeftarrow{l_1 \parallel l_2} l_1 \parallel l_3$ 表示已知 $l_1 \parallel l_2$ 时要证明 $l_2 \parallel l_3$，可以转化为证明 $l_1 \parallel l_3$.

(4) 以上各项说明下同.

2. 发现或构造“平行线”基本图形的方法是：

(1) 遇有平行线时，无论在条件或在结论中，都要注意寻找与之相交或平行的第三条线，没有第三条线可添加第三条线.

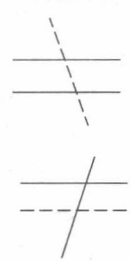


图 3

(2) 当有相交线时，可添加其中一条线的平行线，构造出“平