

李井奎 / 编著



Intermediate Microeconomics

中级微观经济学

本书以现代微观经济学的逻辑框架为依据，
在强调数理表达的简洁性的同时，
注重对经济分析方法的介绍和经济含义的解释，
既突出形式性和体系性，
又兼顾思想性和分析性。



FE 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

李井奎 / 编著

Intermediate Microeconomics

中级微观经济学

图书在版编目 (CIP) 数据

中级微观经济学 / 李井奎编著. —大连: 东北财经大学出版社, 2016.6
ISBN 978-7-5654-2401-4

I. 中… II. 李… III. 微观经济学-高等学校-教材 IV. F016

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 173405 号

东北财经大学出版社出版

(大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025)

网 址: <http://www.dufep.cn>

读者信箱: dufep@dufe.edu.cn

大连美跃彩色印刷有限公司印刷 东北财经大学出版社发行

幅面尺寸: 185mm×260mm 字数: 362 千字 印张: 15.5 插页: 1

2016 年 6 月第 1 版

2016 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑: 蔡 丽 杨紫旋

责任校对: 蓝 海

封面设计: 冀贵收

版式设计: 钟福建

定价: 36.00 元

教学支持 售后服务 联系电话: (0411) 84710309

版权所有 侵权必究 举报电话: (0411) 84710523

如有印装质量问题, 请联系营销部: (0411) 84710711

前言

本书是作者在给浙江财经大学的高年级本科生和研究生讲授微观经济学中级课程时所做的讲义基础上改写而成的，也是作者自己在教学过程中不断积累和学习马斯-科莱尔（A. Mas-Colell）、温斯顿（M. D. Whinston）和格林（J. R. Green）合著的经典教材《微观经济理论》的一个成果。

一直以来，浙江财经大学以及国内许多同等水平的高校在讲授中级微观经济学时，都是采用国外的一些经典教材。这些教材往往使用较多的图表和文字，而比较少用数学，而且参加过研究生入学考试的学生，对这些教材也都有所了解，因此，在研究生阶段继续使用这些教材上课，很多学生开始觉得有些不够用了，对研究生阶段的经济学的训练产生了怀疑。但是，学习高级微观经济学，又需要更加高深的数学知识，一般学校的师资水平也达不到这样的要求。此外，一些能力较强的高年级本科生，也对更高深一些的经济学的比较感兴趣，很多人选修这门层次稍高一些的微观经济学课程。这些都是这本讲义的现实教学基础。我根据这样的学生数学程度和现实的教学要求，在自己领会的高级微观经济学的范围之内，量体裁衣，写出了20多万字的书稿。本书相对较少使用数学证明，但是微观经济学的逻辑脉络清楚，表达上也更倾向于简洁的数学方式，填补了这样一个缺漏。

本书大部分都是围绕马斯-科莱尔等所著的《微观经济理论》中主要的架构而展开的。但是，对于一般均衡部分比较节略，这主要是因为一来是篇幅所限，二来是我们学校的研究生一般来说都会直接出去工作，所以学习时间也有限，只有一个学期的时间。我想，这大概是全国财经类大学的通例。所以，在这本教材的写作上，我也相对采取了较为简略的结构。全书分成三个部分：前5章为第一部分，讲授竞争性市场体系下的消费者与生产者行为，最后以对均衡的讨论作结；后5章为第二部分，讲授市场失灵情况下的各类主题，包括垄断、策略性行为、事前的信息不对称和事后的信息不对称所带来的问题，最后讨论外部性与公共物品；第三部分是附录，就全书所涉及的数学知识作了回顾，以便学生查看。本书每一章后均给出了若干习题，这些习题也大多取自马斯-科莱尔等人的教材，但作者基本上根据情况作了改编。本书所有的习题答案，请任课教师到东北财经大学出版社的网站（<http://www.dufep.cn>）上注册

会员后免费下载使用。

在本书的写作过程中，得到了三位研究生助教朱丹、唐珏和蔡昀炫同学的大力协助，他们在课后习题和附录上作出了很多贡献，特此向他们致谢！本书的出版还得到了浙江财经大学经济学院教材专项建设的支持。在本书编辑出版的过程中，东北财经大学出版社蔡丽编辑付出了很多辛劳，作者非常感激，也希望将来能够写出更好的教材来回报她！

作者虽然对于经济学教学兢兢业业，但是，毕竟水平有限，书中错讹之处必然不少，还请各位读者多多批评，以期将来更上层楼。

作者

谨识于浙江杭州·钱塘之滨

2016年4月

目 录

第一部分 竞争性市场

第1章 偏好与消费者选择 /2

- 1.1 消费者的环境 /3
- 1.2 消费者的偏好关系 /4
- 1.3 效用函数 /6
- 1.4 消费者效用最大化问题 /9
- 1.5 消费者支出最小化问题 /15
- 1.6 斯勒茨基方程 /19
- 1.7 福利变动的评估 /20
- 基础训练 /23

第2章 选择与需求理论 /25

- 2.1 消费者需求函数的三个条件 /25
- 2.2 几类特殊的效用函数 /33
- 2.3 需求加总 /35
- 2.4 跨时需求 /39
- 基础训练 /46

第3章 生产者理论与局部均衡 /48

- 3.1 竞争性厂商行为 /48
- 3.2 生产集与技术 /49
- 3.3 生产集下的利润最大化 /51
- 3.4 生产函数下的利润最大化 /54
- 3.5 成本最小化 /55
- 3.6 供给的加总 /58
- 3.7 局部均衡与比较静态分析 /58
- 基础训练 /64

第4章 不确定性下的选择 /65

- 4.1 期望效用 /65
- 4.2 风险厌恶 /72
- 4.3 比较各种风险前景 /75
- 4.4 应用举例和比较静态分析 /78
- 4.5 主观概率 /81
- 4.6 行为主义的批评 /82
- 基础训练 /85

第5章 一般均衡 /87

- 5.1 瓦尔拉斯模型 /88
- 5.2 图形举例 /89
- 5.3 福利定理 /92
- 5.4 均衡的特征 /93
- 5.5 均衡的存在性 /95
- 5.6 唯一性、稳定性和比较静态 /100
- 5.7 一般均衡中的生产 /101
- 基础训练 /103

第二部分 市场失灵**第6章 垄断 /106**

- 6.1 简单的垄断定价 /106
- 6.2 复杂一些的垄断定价 /109
- 6.3 价格歧视 /111
- 6.4 自然垄断与拉姆齐定价 /117
- 基础训练 /118

第7章 博弈论基础及其在寡头市场中的应用 /120

- 7.1 标准式博弈 /120
- 7.2 分析博弈：从最优到均衡 /125
- 7.3 标准式博弈的更多解概念 /133
- 7.4 序贯行动博弈：完美信息扩展式博弈 /142
- 7.5 扩展式博弈的推广：不完美信息博弈 /150
- 7.6 重复博弈 /153
- 7.7 关于支付的不确定性：贝叶斯博弈 /158
- 基础训练 /165

第8章 信息经济学I: 逆向选择、信号发送与信息甄别 /167

8.1 逆向选择 /167

8.2 信号发送 /176

8.3 甄别模型 /183

基础训练 /188

第9章 信息经济学II: 委托-代理问题 /190

9.1 只有两种行动的道德风险模型 /190

9.2 两结果的基础模型之变形 /191

9.3 n 种结果的两种行动道德风险模型 /197

9.4 模型的扩展: 努力和产出的多个维度 /201

基础训练 /201

第10章 外部性与公共物品 /203

10.1 何谓外部性? /203

10.2 双边外部性 /204

10.3 公共物品和纯公共物品 /210

10.4 共有资源 /214

基础训练 /217

附录 数学预备知识**附录1 函 数 /219**

附录1.1 凹(凸)函数 /219

附录1.2 拟凹(拟凸)函数 /221

附录1.3 函数间关系 /222

附录1.4 常见的拟凹函数 /222

附录2 无约束的最优化问题 /223

附录2.1 一元函数的无约束极值 /223

附录2.2 多元函数的最优化问题 /223

附录2.3 举例: 二元函数的无约束极值问题 /225

附录3 具有约束条件的最优化问题 /225

附录3.1 等式约束 /226

附录3.2 非线性规划 /228

附录4 最优化的其他主题 /231

附录4.1 极大值函数 /231

附录4.2 包络定理 /232

附录5 概率与随机变量 /234

附录5.1 基本定义 /234

附录5.2 累积分布与密度函数 /235

附录5.3 独立性、条件概率和贝叶斯法则 /236

附录5.4 期望值 /237

主要参考文献 /239

第一部分

竞争性市场

[第1章]

偏好与消费者选择

经济学是方法论个人主义的。所谓方法论个人主义，是指在解释人类群体行为的结果时总是以个体的决策为基础来进行考察。经济学家要解释人类社会的市场行为乃至宏观经济的整体表现，总是喜欢从个体的决策者——消费者和厂商——开始谈起，这里的消费者或者厂商均可以理解为一个进行购买或供给决策的实体，它可以是一个单独的个体的人，也可以是指一个家庭；可以是一个只有一个人小企业，也可以指横跨多个国家从事生产和贸易活动的跨国公司，甚至可以用来指一个国家的政府。的确，如果没有对这些构成社会经济的各种组织的真切理解，那么就不可能将我们对整体经济的认识建立在一个坚实的认识基础上。在宏观经济学中，经济学家也在不断追寻宏观经济的微观基础，这种追寻也是经济学的方法论个人主义使然。因此，我们对经济学的研究首先要从个体的决策出发。

微观经济学最为关心的是消费者和厂商这些现实经济的参与者们的行为以及其行为在不同的制度环境下的加总结果。微观经济学大师 David Kreps 曾在其经典教材《微观经济学教程》中^①，简明扼要地将微观经济学的范畴分为四个：第一，行为人，即我们习惯上要加以研究的消费者和厂商^②；第二，行为人的行为，即通常所称的消费者追求效用最大化，厂商追求利润最大化；第三，制度环境，即我们所要研究的行为人的局限条件，哪些是其可选择的，其决策又要受到哪些自身以外的因素——如市场结构或信息条件等——之影响；第三，均衡分析，即将所有这些追求各自福利的行为人放置在同一个给定的制度环境中以确定最终的结果会是什么样的情况。

本书将逐步展示微观经济分析的整体结构和具体内容，让我们先从理解消费者的行为开始。可以说，消费者是微观经济学的灵魂人物，研究其决策行为至关重要。

本章主要介绍消费者选择理论的一种常见的方法——偏好法^③，即从消费者偏好出发，通过建立有关偏好的公理化体系，构建消费者选择理论的基本出发点。然后，我们通过用效用函数来表征偏好，可以方便地运用现代数学工具对消费者偏好进行处理。在消费

① KREPS D. A course in microeconomics[M]. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1990. 这本书由本书作者领衔翻译，由上海格致出版社出版。

② 这里我们避免使用“经济人”这一术语，是因为这一术语容易引起其他学科的误解，认为经济学只考虑人的自私性。使用“行为人”这一名称在作者看来更为贴切。特别值得提醒的是，经济人也好，行为人也罢，都只是一种对决策主体的描述，这类决策主体关心自己的福利，至于是利己还是利他影响到自己的福利，并不作深究。本书并不认为市场主体都是自私的，有关这个方面的讨论可以参考行为经济学方面的文献讨论，本书只是秉承现代主流经济学的处理方法。

③ 这里的言外之意，就是还存在其他的构建消费者选择理论的基本方法，即选择法，这种方法由萨缪尔森提出并逐步由众多的经济学家完善，其中以显示偏好为出发点，提出若干公理系统，从而和偏好法得到的分析完全一致。我们在2.1部分会讨论选择法，除此之外，本书均以偏好法为基础构建理论。

者追求效用最大化的行为假设之上,我们推导出个体消费者的马歇尔需求函数,以及由此得到的间接效用函数,并讨论了它们的性质和彼此之间的关系。消费者效用最大化问题和支出最小化问题是一对对偶问题,我们通过支出最小化问题推导出希克斯需求函数,以及由此得到的支出函数,也讨论这两个函数的性质和彼此的关系。由此,我们可以奠定消费者需求理论的基本框架。除此之外,我们还将通过构建斯勒茨基方程,将希克斯需求函数与马歇尔需求函数联系起来,从而为价格变动的福利比较打开通路。通过介绍几种不同的福利测量指标,我们可以以一种相对客观的方式来评价价格变化、税收变动等社会政策的经济效率,这是本章的一个现实应用。

1.1 消费者的环境

消费者会面对各种可能的商品来进行选择,这些商品可以是各种各样的,而且其数量也可以从0到一个很大的值不等。消费者可以想象到的所有商品的集合,被称为**消费集**,用 X 表示。对于要考察的这个代表性消费者,我们总是假设他面对的是 N 种商品的消费集,令 $x=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 表示一个包含 N 种商品、第 i 种商品的数量为 x_i 的消费向量,这个消费向量可以被称为一个**消费束**或**消费计划**。我们还假定所有商品都是无限可分的,这当然是一个不那么现实的假定,对于饮料这类商品来说无限可分尚且可以理解,对于大宗商品似乎不那么符合实际,只能说这个假设是对现实的一种抽象,其目的也是应用数学时的方便性。很显然可以知道 $x \in X$,这是因为消费集包含着消费者所能想到的所有消费束,所以也可以把消费集写成 $X=\mathbb{R}_+^N$ 。^①

消费集包含了消费者所能想象得到的所有商品的数量组合,但是其中并不是所有的消费束都能为具体的某个消费者所获得,也就是说该消费者面临着一定的约束条件。最为直观的约束条件就是该消费者的收入。当然,除了收入之外,制度或者法律的限制,甚至一些物理限制都会形成消费者所无法逾越的局限。比如火星旅行也可以为消费者所想象,但是这在目前的航天条件下无法成为现实;再比如说毒品消费往往会受到政府法律的禁止,不能成为消费者合法的选择。我们称消费集中那些可能为消费者所得到的消费束组成的集合为**消费可行集**,我们令 B 表示消费可行集,并且集中考察消费者的收入约束这种情况,称下面的集合为消费者的**预算集**:

$$B = \{x | px \leq m, x \in \mathbb{R}_+^N, m \geq 0\}$$

其中: $p=(p_1, p_2, \dots, p_N)$ 是这 N 种商品的价格向量^②,所以约束条件 $px \leq m$ 又可以写成:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_N x_N \leq m$$

这里 m 表示的是该消费者的收入。

除了消费者的预算集这一约束之外,还需要对消费者所面对的市场环境进行假定。在本书第1到第5章如果不特别说明,我们总是假定遇到的市场是完全竞争的,即市场上所有的参与人都只是价格的接受者(price-taker),单个个体的需求或者供给的数量相对这个市场海洋来说微乎其微,根本无法影响价格,任何个体都不具备所谓的**市场势力**(market

^① 这里 N 维0向量也在消费集之内,出于数学上求取最优解的考虑,消费集还需要是闭集和凸集,通俗地讲就是消费集包含其边界,消费集内任意两个消费束的加权平均所形成的新的消费束也在这个消费集之内。

^② 这里我们假定任何商品的价格都大于零,也就是说这些商品是稀缺的,获得它们总需付出代价。

power)。这样，我们就完成了对消费者进行选择所面对的制度环境的描述。

1.2 消费者的偏好关系

在消费集上，消费者具有某种偏好关系，也就是说消费者可以对消费集中任意两个消费束进行排序。任意给出消费集中的两个消费束 x^1 和 x^2 ^①，消费者必然能够给出以下两种判断之一：“ x^1 至少与 x^2 一样好”或者“ x^2 至少与 x^1 一样好”。我们用 \succeq 表示“至少一样好”，则前述两个判断可以写为： $x^1 \succeq x^2$ 或 $x^2 \succeq x^1$ 。

“至少一样好”蕴含着两种情况：一种是“优于”，一种是“无差异”。如果“ x^1 优于 x^2 ”或“ x^2 优于 x^1 ”，那么 $x^1 \succeq x^2$ 与 $x^2 \succeq x^1$ 就不可能同时成立。如果 $x^1 \succeq x^2$ 成立，而 $x^2 \succeq x^1$ 不成立，我们称“ x^1 优于 x^2 ”，也可以记作“ $x^1 > x^2$ ”；如果 $x^2 \succeq x^1$ 成立，而 $x^1 \succeq x^2$ 不成立，我们称“ x^2 优于 x^1 ”，也可以记作“ $x^1 < x^2$ ”；如果 $x^1 \succeq x^2$ 成立，同时 $x^2 \succeq x^1$ 也成立，我们称“ x^1 无差异于 x^2 ”，也可以记作“ $x^1 \sim x^2$ ”。

如果对于消费集中的任意两个消费束，该消费者都可以作以上比较，总可以给出 $x^1 \succeq x^2$ 或 $x^2 \succeq x^1$ 的判断，抑或能够给出 $x^1 > x^2$ 、 $x^1 < x^2$ 或 $x^1 \sim x^2$ 三者之一的判断，我们就可以称该消费者建立在消费集 X 上的偏好关系满足有关偏好的第一条公理——完备性公理。

公理 1.1 (完备性公理)：对于消费集 X 中的任意两个消费束 x^1 和 x^2 ，必有下列关系之一成立： $x^1 \succeq x^2$ 或 $x^2 \succeq x^1$ ，又或二者同时成立。

完备性公理对于消费者偏好的要求还是很高的，它要求消费者能够就任何两个消费束进行偏好上的排序，在现实生活中这显得有点过于苛刻。一种可能是这样的，消费者对于自己从未曾体验过的消费品与自己经常消费的商品出现消费前后的选择不一致，或者无从判断。譬如某消费者从未吃过榴梿，但是经常买苹果吃，假定同样金额的榴梿和苹果摆在他面前供他选择，他或许很踌躇，从而无法判断。完备性公理则排除了这种情况；如果他选择榴梿，但是消费之后非常后悔，那么这并未违背完备性公理，因为这至少说明在选择之时该消费者还是对这两种消费束有过清晰的排序的，事后的反悔只是说明他在关于消费品的信息增加之后对偏好作了调整而已。

令 $x^0 \in X$ 表示消费集 X 中任取的一个消费束，由此我们可以给出几个有意思的集合。第一个集合是 x^0 的上等值集，这个集合中所有的元素都是消费集 X 中与 x^0 至少一样好的消费束，记为： $\succeq(x^0) = \{x | x \succeq x^0, x \in X\}$ ；同理可以定义第二个集合—— x^0 的下等值集： $\preceq(x^0) = \{x | x \preceq x^0, x \in X\}$ ；第三个集合是 x^0 的无差异集，该集合中的所有元素都是消费集 X 中与 x^0 一样好的消费束，记为： $\sim(x^0) = \{x | x \sim x^0, x \in X\}$ ；同理可以定义 x^0 的上优集与下劣集： $>(x^0) = \{x | x > x^0, x \in X\}$ 与 $<(x^0) = \{x | x < x^0, x \in X\}$ 。

值得注意的是，“优于”($>$)和“无差异于”(\sim)这两种关系并不满足完备性公理。

① 这里我们用上标表示不同的消费束，用下标表示一个消费束中的某一种商品。

完备性公理并未触及三元关系，如果该偏好只满足这一条公理，那么它就只涉及了二元关系。当该消费者面对 x^0 与 x^1 时，认为 x^0 优于 x^1 ；面对 x^1 与 x^2 时，认为 x^1 优于 x^2 ；一旦他面对 x^0 与 x^2 时，如果他认为 x^2 优于 x^0 就会显得很诡异，合理的期待自然是 x^0 优于 x^2 ，因此有如下公理：

公理 1.2 (传递性公理)：对于消费集 X 中的三个消费束 x^0 、 x^1 和 x^2 ，如果 $x^0 \succeq x^1$ ， $x^1 \succeq x^2$ ，那么 $x^0 \succeq x^2$ 。

虽然看起来这个公理很顺理成章，但是这是一个比完备性公理更为苛刻的假设。一种可能是，消费者偏好白色的画纸甚于蓝色的画纸，但是对于白色加上一点点蓝色的画纸无差异，而且总是对加上一点点蓝色的画纸与加上这点蓝色之前的画纸无差异，最终如果把最初的白色画纸和最后的蓝色画纸拿出来，该消费者又可以明确地给出白色画纸优于蓝色画纸的判断，这是传递性公理所不允许的。此外，不同考虑之下的想法汇总往往也会带来对传递性公理的违反：假设该消费者内心充满矛盾，思想纷乱，A 想法出现时他认为 $x^0 >_A x^1 >_A x^2$ ，B 想法出现时认为 $x^1 >_B x^2 >_B x^0$ ，C 想法出现时又认为 $x^2 >_C x^0 >_C x^1$ ，那么这个消费者将无法将其各种想法进行汇总，从而在这三个消费束之间进行选择。这种情况在现实生活中也并非少见，很多犹豫不决的决策者很可能是受到了内心不同想法的冲突之影响才无法抉择。往往一个决策者从不同的立场出发对消费束的排序是不同的，这个时候很容易出现违反传递性公理的情况。

尽管如此，我们仍然认为一个理性的消费者其偏好应当满足传递性公理，否则其行为将让我们感到无法理解。值得一提的是，“优于” ($>$) 和“无差异于” (\sim) 这两种关系也满足传递性公理，这一点读者可以自行证明。

对于消费者来说，我们常常假设他对于商品的偏好是多多益善，也就是说，任何商品的数量的增加都必然不会使得该消费者更为偏好之前的消费束，因此就有下面这条公理：

公理 1.3 (局部非饱和性公理)：对于消费集 X 中的任意两个消费束 x^1 和 x^2 ，如果 x^1 中至少有一个商品在数量上多于 x^2 中相应商品的数量，其他商品在数量上都一样，那么 $x^1 > x^2$ 。

如果满足公理 1.3 中的条件，而结果是 $x^1 \succeq x^2$ ，且 $x^1 \gg x^2$ ，则 $x^1 > x^2$ ，我们就称该偏好满足严格单调性假设，这是一个比局部非饱和性更为严格的假定。公理 1.3 的经济含义是指对于稀缺性的商品，消费者总是认为多要比少好，而且无论这个数量多到何种程度，这一偏好也不会改变。这一点也备受世人非议，但是，经济学是研究统计意义上的一般性个体的经济行为的，在统计意义上，这一假设还是站得住脚的。

接下来这条公理则相对更多的是出于数学上的考虑：

公理 1.4 (连续性公理)：令 $x^0 \in X$ 表示消费集 X 中任取的一个消费束，则无差异集 $\sim(x^0) = \{x | x \sim x^0, x \in X\}$ 是一个连续的曲面。

在两种商品的情况下，无差异集就是一条曲线。在多维的情况下，我们可以把它想象成一个曲面，这个曲面没有任何缝隙或者在任何点上出现弯折或间断。公理 1.4 排除了偏好的突然变化这种情况，字典序偏好就是这种偏好逆转的例子。

【例 1-1】（字典序偏好） 如果消费者在考虑消费束 $x^0=(x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0)$ 和 $x^1=(x_1^1, x_2^1, \dots, x_N^1)$ 时，总是优先考虑序号比较小的那些商品的数量，如果 $x_1^0 > x_1^1$ ，那么无论所有其他的商品在数量上 $x_{-1}^1 > x_{-1}^0$ 大出多少（这里 x_{-1} 表示消费束 x 中除去 x_1 之外的商品数量组成的向量），消费束 $x^0 > x^1$ ；如果 $x_1^0 = x_1^1$ ， $x_2^0 > x_2^1$ ，则无论其他商品数量如何，也可以得出 $x^0 > x^1$ 的结论；以此类推。我们称这种偏好为字典序偏好。无论 $x_1^0 > x_1^1$ 多少，总可以得到 $x^0 > x^1$ ；一旦 $x_1^0 = x_1^1$ ，则偏好马上取决于其他的商品数量的多少，会发生突然的变化，这种情况就违背了连续性公理。

消费者在选择商品的时候，似乎总是偏爱更多的种类，而不喜欢只消费一种商品。罗素有云：参差多态为美。这句话用在消费者偏好上似乎也并无不妥，因此，消费者喜欢多种多样、丰富多彩的商品世界胜过单一商品的经济可以用下面的公理来表达：

公理 1.5（严格凸性公理）： 对于消费集 X 中的任意两个消费束 x^0 和 x^1 ，如果 $x^0 \succ x^1$ ，那么对于 $t \in (0, 1)$ ， $tx^0 + (1-t)x^1 \succ x^0$ 。

如果 $t \in [0, 1]$ ，公理 1.5 中的结论为 $tx^0 + (1-t)x^1 \succeq x^0$ ，我们称该偏好具有凸性而非严格凸性。严格凸性假设告诉我们，两个消费束的加权平均得到的新的消费束会严格优于这两个消费束中较不被偏好的那一个，其现实的经济含义就是指消费者偏好具有偏爱更为丰富的商品组合这样的特征。

我们把满足公理 1.1 至公理 1.5 的消费者偏好定义为**良性偏好**（well-define preference）。

1.3 效用函数

在现代微观经济学中，偏好关系被视为消费者行为的基础，而效用函数只是表达了这一偏好的方便的数学形式而已，其本身所表达的信息局限在偏好关系上，而没有过多的含义。

定义 1.1： 对于消费集 X 中的任意两个消费束 x^0 和 x^1 ，存在实值函数 $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ 有： $u(x^0) \geq u(x^1) \Leftrightarrow x^0 \succeq x^1$ ，则称该函数 $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ 表征了定义在消费集 X 的偏好 \succeq 。

当然绝非所有的偏好都可以由效用函数来表示，比如前面提及的字典序偏好就无法由一个连续的效用函数来表征。但是，如果一个偏好关系能够由上述定义的效用函数来表示，那么我们就可以使用效用函数来表达偏好，这样就可以较好地使用微积分等数学工具来处理偏好，从而带来极大的分析上的便利。现在的问题在于，什么样的偏好才可以由效用函数来表征？幸运的是，有关这一问题，著名的数理经济学家 Debreu 已经在其著作中予以证明^①，这就是著名的**Debreu 定理**：

① DEBREU G. Mathematical methods in the social sciences [M]. Stanford, Calif.: Stanford University Press, 1960.

定理 1.1: 定义在消费集 X 上的连续性偏好 \succeq ，必然存在一个连续的效用函数 $u(x)$ 表征。

该定理的证明须使用到比较高深的数学知识，这超出了本书的范围，故而不在此给出具体的证明过程，有兴趣的读者可以参考 Debreu 著作中的证明。这个定理非常重要，因为有了 Debreu 定理，我们就可以安心地使用效用函数来处理偏好了。值得一提的是，在对偏好给出限制的 5 个公理中，单调性和凸性假设并不是效用函数存在性的必要条件，也就是说，如果给定的偏好满足完备性、传递性和连续性 3 个公理，即可保证连续的效用函数表征的存在。

另外，Debreu 定理是一个存在性定理，也就是说，表达同一个偏好的连续性效用函数可能不止一个，而是一个函数族，这个函数族中的任何一个函数都可以表达同一个偏好。如果对某个效用函数进行变换之后得到的新函数并不改变其中选择集中元素之间在偏好上的排列顺序，那么这个变换后的函数与原来的效用函数就表征了同一个偏好。在这里，我们需要对效用函数进行进一步的探讨和说明。

用效用来表示选择的快乐与痛苦，源自于英国哲学家杰里米·边沁的著作。在他的《道德与立法原理导论》一书中，边沁认为追求快乐、避免痛苦是人类的普遍现象，因此主张政策和法律应该以追求最大多数人的最大幸福为目标。“效用”这个概念进入经济学之后，受到了边际革命时期几位经济学家巨头，尤其是英国的斯坦利·杰文斯的极大重视，之后由英国经济学家阿尔弗雷德·马歇尔写入了他那部著名的经济学教材《经济学原理》，从此流布天下。19 世纪的经济学家认为，效用是苦乐的计算单位，因此被称为**基数效用**。这种效用概念不但有数量上的大小之分，而且人与人之间还可以彼此进行比较，也具有人际可比较性。然而，这种认为人的心理满足可以由明确的刻度予以明确地测量的理论只不过是 19 世纪的学术风尚或者学术自信罢了，它完全建立在内省的基础上，无从观察。因此，到了 20 世纪初，开始有一些经济学家对基数效用日益感到不满，最早是洛桑学派的传人——帕累托声称需求理论可以不需要借助基数效用即推出。在 1917 年，俄罗斯人斯勒茨基几乎是在与经济学界完全隔绝的状态下推导出了需求理论。正因为他的与世隔绝，他根本不用基数效用理论就完成了微观经济学中最重要的需求定律的推导过程。到 20 世纪 30 年代，希克斯使用**序数效用理论**，即认为效用的大小只能表示消费者对选择集中备选对象的偏好顺序，而没有任何数量上的含义，而且人与人之间不能就偏好的强烈程度进行比较，也推导出了需求定律。这样，现代经济学才完成了效用理论

【例 1-2】(序数效用) 甲、乙两位同学出门面试，有以下三种结果：

- A. 面试失败；
- B. 面试失败，归途中被汽车溅了一身泥点；
- C. 面试失败，归途中不但被汽车溅了一身泥点，还被一只蚊子咬了一口。

根据**序数效用理论**，甲同学只能排列偏好顺序 $A > B > C$ ，但是却不能认为 A 优于 B 的程度远大于 B 优于 C 的程度，如果这样认为，这就有了量上的比较。此外，虽然乙同学也认为 A 优于 B，B 优于 C，但是我们无从比较甲和乙相对于 B 谁更喜欢 A 多一些，或相对

于C谁更喜欢B多一些。

由此,我们有以下定理:

定理 1.2: 如果函数 $u(x)$ 是定义在消费集 X 上的偏好 \succeq 的效用表征, 对于任一 $x \in X$ 有 $v(x)=f(u(x))$, 函数 $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是严格单调增函数, 那么 $v(x)$ 与 $u(x)$ 表达了同样的偏好 \succeq 。

证明: 设 $x, y \in X$, 且 $x \succeq y$ 。因为 $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ 是表征偏好关系 \succeq 的效用函数, 故有:

$$x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y) \quad (1-1)$$

根据 $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是一个严格单调增函数这一条件, 可知:

$$v(x) \geq v(y) \Leftrightarrow f(u(x)) \geq f(u(y)) \Leftrightarrow u(x) \geq u(y) \quad (1-2)$$

根据公式 (1-1) 和公式 (1-2) 可推出: $x \succeq y \Leftrightarrow v(x) \geq v(y)$, 这说明由 $v(x)=f(u(x))$ 定义的函数 $v:X \rightarrow \mathbb{R}$ 也是表征偏好关系 \succeq 的效用函数。

证毕。

现在我们可以对消费者偏好的效用函数表征给出更加具体的定义, 也即满足公理 1.1 至公理 1.5 的消费者效用函数应具有的性质, 这就是定义 1.2。图 1-1 给出了只有两种商品时表示这种消费者偏好的效用函数的一种图像。

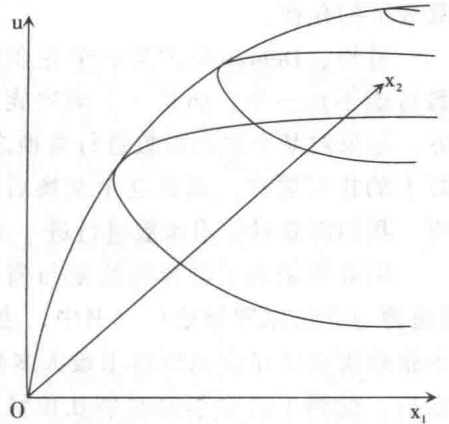


图 1-1 凹函数的图像

定义 1.2: 根据定理 1.1 和定理 1.2, 满足公理 1.1 至公理 1.5 的消费者偏好 \succeq 可以由一个在 $X=\mathbb{R}^n$ 上的连续、严格增和严格拟凹的实值函数 u 来表征。

任意选定一个效用水平, 将无差异集投射在商品 x_1, x_2 平面上, 就有了我们在经济学原理课程中学习过的无差异曲线图 (见图 1-2)。

图 1-1 给出的效用函数图像不但是严格拟凹的, 而且是严格凹函数。^① 拟凹函数的定义要求其上等值集必然是凸集, 因此拟凹函数可以涵盖凹函数, 但是并非所有的拟凹函数都是凹函数。图 1-3 所示的这个效用函数图像即非凹函数, 但是是拟凹函数, 其投射在商品 x_1, x_2 平面上所得到的无差异曲线仍然如图 1-2 那样。

因此, 效用函数的拟凹性是一个比凹性更弱的条件。凹性假设不但要求对无差异曲线的效用水平的赋值随着它远离原点的距离扩大而增加, 还要求这种效用赋值的增加随着无差异曲线离开原点的距离扩大而幅度不断减小, 也就是说, 凹性假设背后隐含着边际效用递减规律, 而一旦承认这种规律的正确性, 那么这里所使用的效用概念就是基数性质的概念。拟凹性则是一个序数性质的概念, 它只关涉无差异曲线的形状, 而不论对其如何赋值。由此可知, 凹性必然意味着拟凹性, 但是拟凹性不一定必然是凹性的。之所以要就这一问题略加阐释, 主要是为了能够深入透彻地理解序数效用理论在数学上进行表达时的微

① 关于函数的凹凸性以及拟凹性, 参看本书附录。