

超级通俗 考研数学

三大攻坚战之完爆概率统计

潘鑫◆著



考研数学的传言
麒麟才子百难见

超级无敌阅读组合
(按如下顺序进行阅读)

《超级通俗 考研数学 三大攻坚战》

《超级通俗 考研数学 习题伴侣》

《超级通俗 考研数学 绝密解题套路总结》

《超级通俗 考研数学 历年真题无敌解析》

《超级通俗 考研数学 神准押题》

超级通俗 考研数学

三大攻坚战之完爆概率统计

潘鑫◆著

图书在版编目 (CIP) 数据

超级通俗 考研数学·三大攻坚战之完爆概率统计 /
潘鑫著. —北京: 中国商业出版社, 2016. 5

ISBN 978-7-5044-9409-2

I. ①超… II. ①潘… III. ①概率统计-研究生-入
学考试-自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 095608 号

责任编辑: 唐伟荣

中国商业出版社出版发行

010-63180647 www.c-cbook.com

(100053 北京广安门内报国寺1号)

新华书店总店北京发行所经销

北京明月印务有限责任公司印刷

*

787×1092 毫米 16 开 21.75 印张 410 千字

2016 年 5 月第 1 版 2016 年 5 月第 1 次印刷

定价: 56.00 元

* * * *

(如有印装质量问题可更换)

“超级通俗”系列丛书

出版说明

本套丛书简介

本套丛书由五部分组成，它们分别是：

1. 《超级通俗 考研数学 三大攻坚战》（包括高等数学、线性代数、概率统计共三本）。
2. 《超级通俗 考研数学 习题伴侣》（按数学一、数学二、数学三分为三本）。
3. 《超级通俗 考研数学 绝密解题套路总结》（按数学一、数学二、数学三分为三本）。
4. 《超级通俗 考研数学 历年真题无敌解析》（按数学一、数学二、数学三分为三本）。
5. 《超级通俗 考研数学 神准押题》（按数学一、数学二、数学三分为三本）。

本套丛书阅读顺序

本套丛书应按照以上从“1”到“5”的顺序进行阅读。首先，《超级通俗 考研数学 三大攻坚战》三本书中给大家讲解考研数学所要求的所有知识点；其次，《超级通俗 考研数学 习题伴侣》中给大家选取了大量习题，用以巩固“攻坚战”中学到的知识点；接着，通过《超级通俗 考研数学 绝密解题套路总结》给大家总结考试的一些固定题型（和“攻坚战”的区别就在于：攻坚战讲的是考点，而本书讲的是题型，只会考点不会题型的话那么做题速度提高不了，而只会题型不会考点的话那么知识学得并不全面）；再接着，大家就要通过《超级通俗 考研数学 历年真题无敌解析》来大量地练习考研数学真题；最后，大家通过《超级通俗 考研数学 神准押题》来检测自己的学习效果。

本套丛书定位

本套丛书的定位是：一套完全适合准备研究生入学考试的读者自学的书籍（无论读者基础如何）。本套丛书与传统教材大不相同，语言非常通俗易懂，逻辑十分严谨，所涉及到的每个知识点（无论多简单的知识点）几乎都有举例，这“三斧子”使得读者完全不用担心有看不懂的地方。所以，本套丛书定位为自学用书。

本套丛书特色

1. 充满趣味

本套丛书从书名到内容处处充满着趣味性，如书中大量使用了“攻坚战”“发动进攻”等词语，使得原来枯燥的数学知识变得生动形象起来。

2. 语言非常通俗易懂

大部分考研数学类书籍，都是十分规范化的，有点儿像古代的“八股文”，读者需要

一个字一个字地去琢磨到底是什么意思。而最为高级的表达方式就是：用最能让人理解的文字，去讲解最难让人理解的知识，但不需要读者再去琢磨如此规范化的语言到底是什么意思。这正是本套丛书的最大亮点。本套丛书的所有语言，从定义、定理的解释，到例题的解析，再到习题的解析，都非常地通俗易懂，让人感觉就像是在读童话故事或者武侠小说。这样一来，读者不仅能看懂本书的所有内容，更乐于去阅读，从而使得读者不仅掌握了相应的知识，也节省了学习时间。

3. 逻辑非常清晰

本套丛书的逻辑从头到尾都是非常清晰的。具体来说，本套丛书的所有题目的解析中绝对不会出现任何一个书中没有讲到的知识点，并且几乎所有题目的每一步解答都注明了来源。另外，大家知道，做一道题可能会同时用到很多个不同章节的知识点。笔者见过的很多考研辅导书中都存在这样一种现象：讲完知识点一，然后下面有配套的例题，而此例题中不但用到了刚讲完的知识点一，而且还用到了没讲的知识点二（题中并没有注明用到了还没有讲的知识点二）。这样一来，许多读者就不明白了，思考了很长时间，以为是之前的某个知识点自己忘了，后来才知道原来用到的是后续的知识点。这样的话很浪费时间，而本套丛书对这一点高度重视，所有的习题中极少存在上述现象。

4. 例题非常丰富

本套丛书的例题非常丰富。本套丛书所涉及到的知识点（无论再简单的知识点）几乎都有配套的例题。

本套丛书读者对象

以下三类读者最适合阅读本套丛书：

1. 正在准备研究生入学考试的读者（无论读者是什么样的基础）。
2. 正在准备学校期末考试的在校大学生（无论读者是什么样的基础）。
3. 工作后需要补学或温习高等数学、线性代数、概率统计的读者（无论读者是什么样的基础）。

感谢

本套丛书能够和大家见面，是多方努力的结果。笔者做了很多努力和大量工作，参与本套丛书编写的人员还有：陈翔宇、郑祺、刘坤、王一川、王一珉、洪晓雪、李桐、和家乐、张梅艳、谢思思、潘建平、禹贞余、王剑博、赵政。

要感谢为本套丛书做出贡献的中国商业出版社的各位辛勤的工作者，没有他们的付出，就没有本套丛书的顺利出版。

另外，我还要感谢我的各位讲授考研课程的同行，他们在我写作本套丛书的过程中给了我很多的指导。

在此向所有帮助与支持我的朋友道一声：谢谢！

潘鑫

2016年1月于北京

超级无敌导读 打赢概率统计攻坚战（必看）



麒麟才子给大家的温馨提示：

本部分是导读，虽不涉及具体的知识点，但地位是相当重要的，因为本部分会告诉大家本书的使用方法。因此，为了打赢概率统计攻坚战，请大家一定要阅读本部分内容。

1 背景介绍



考研数学概率统计的复习其实就是一场攻坚战。为了能够打赢这场攻坚战，我们一共需要对敌人发动七次进攻。

第一次进攻（本书第1章）是对“随机事件和概率”发起的。

第二次进攻（本书第2章）是对“随机变量及其概率分布”发起的。

第三次进攻（本书第3章）是对“二维随机变量及其分布”发起的。

第四次进攻（本书第4章）是对“随机变量的数字特征”发起的。

第五次进攻（本书第5章）是对“切比雪夫不等式与大数定律”发起的。

第六次进攻（本书第6章）是对“数理统计的基本概念”发起的。

第七次进攻（本书第7章）是对“参数估计”发起的。

这七次进攻胜利结束后，概率统计的复习也就结束了。

2 满分攻略



本书一共有七章，每一章我都会分为“基础知识点”和“核心考点”两部分来给大家进行讲解。

例如，第1章的目录是这样的：

第1章 第一次进攻——随机事件和概率

- 1.1 基础知识点1——随机试验
- 1.2 基础知识点2——样本空间
- 1.3 基础知识点3——样本点
- 1.4 基础知识点4——随机事件
- 1.5 基础知识点5——随机事件之间的关系
- 1.6 基础知识点6——随机事件的概率
- 1.7 基础知识点7——两种特殊的随机事件
- 1.8 核心考点1——互斥与对立
- 1.9 核心考点2——相互独立
- 1.10 核心考点3——两条结论

1.11 核心考点4——三大公式

1.12 核心考点5——四条算律

1.13 核心考点6——概率应用题

考研数学概率统计部分取得满分是每位考生的心愿，那么如何使用本书才能使得概率统计达到满分呢？下面的话是满分攻略！

不管你的数学基础怎么样（或许你大学从没有学过数学、或许大学的每次数学期末考试你全都挂掉了、或许你大学的每次数学期末考试都是靠突击一两天才勉强获得及格的分），只要你做到以下两点，就一定可以使得考研概率统计部分达到满分：

① 书中的每一个知识点都要看，不要遗漏掉任何一个小细节。（放心，麒麟才子的文笔，你们可以完全看懂的！）

② 在看完每一章后，需要把每一章的“核心考点”默写下来。

比如，当你看完第一章后，你需要拿出一张白纸，白纸上这么写：

第一次进攻——随机事件和概率

核心考点1——互斥与对立

内容如下：

.....

核心考点2——相互独立

内容如下：

.....

核心考点3——两条结论

内容如下：

.....

核心考点4——三大公式

内容如下：

.....

核心考点5——四条算律

内容如下：

.....

核心考点6——概率应用题

内容如下：

.....

3 战前赠言



麒麟才子给即将打响概率统计攻坚战的同学们的战前赠言：

有志者，事竟成。破釜沉舟，百二秦关终属楚
苦心人，天不负。卧薪尝胆，三千越甲可吞吴

目 录

第 1 章 第一次进攻——随机事件与概率	1
进攻开始，加油！	
1.1 基础知识点 1——随机试验	2
我最喜欢做试验了！	
1.2 基础知识点 2——样本空间	3
空间有多大？	
1.3 基础知识点 3——样本点	4
样本点是啥？	
1.4 基础知识点 4——随机事件	6
随机事件是什么事件？	
1.5 基础知识点 5——随机事件之间的关系	9
世间万物都是有关系的！	
1.6 基础知识点 6——随机事件的概率	14
我考上的概率有多大？	
1.7 基础知识点 7——两种特殊的随机事件	17
特殊的？有多特殊？	
1.8 核心考点 1——互斥与对立	18
互斥是什么？互相排斥？	
1.8.1 两个随机事件互斥	18
1.8.2 两个随机事件对立	19
1.9 核心考点 2——相互独立	20
年轻人应该独立！	
1.9.1 两个随机事件相互独立	21
1.9.2 三个随机事件相互独立	22
1.10 核心考点 3——两条结论	23
重要结论是什么？	
1.11 核心考点 4——三大公式	27
1.12 核心考点 5——四条算律	38
1.13 核心考点 6——概率应用题	46
应用题应该会很有意思吧？	

1.13.1	几何概型	47
1.13.2	伯努利概型	55
1.13.3	全概率概型	63
第2章 第二次进攻——随机变量及其概率分布		70
随机变量可厉害了!		
2.1	基础知识点1——随机变量	71
为什么?		
2.2	基础知识点2——随机变量的分布律	72
定义也要会?		
2.3	基础知识点3——随机变量的分布函数	79
怎么又是定义?		
2.4	基础知识点4——随机变量的概率密度函数	81
天啊!连续讲了三节定义!		
2.5	基础知识点5——随机变量的分类	88
快来给随机变量分一下类!		
2.5.1	离散型随机变量	88
2.5.2	连续型随机变量	88
2.5.3	混合型随机变量	93
2.6	基础知识点6——两条重要结论	93
本节要告诉大家三条重要结论,这三条重要结论并不是可会可不会,而是必须背熟。		
2.7	核心考点1——分布函数的充要条件	101
分布函数的重要条件一定很复杂吧?		
2.8	核心考点2——通过分布函数求概率	110
通过分布函数还能求概率?		
2.9	核心考点3——概率密度函数的充要条件	116
充要条件是啥?		
2.10	核心考点4——通过概率密度函数求概率	122
怎么求?		
2.11	核心考点5——六种常用分布	128
哇!这里居然有六种常用分布!		
2.11.1	二项分布	130
2.11.2	泊松分布	133
2.11.3	几何分布	137
2.11.4	均匀分布	139

2.11.5 指数分布	145
2.11.6 正态分布	146
2.12 核心考点 6——随机变量的函数的分布	156
怎么求?	
第 3 章 第三次进攻——二维随机变量及其分布	163
什么? 居然开始二维了?	
3.1 核心考点 1——三种分布律	164
好多种分布律啊!	
3.2 核心考点 2——两种分布函数	169
比分布律少一种!	
3.3 核心考点 3——三种概率密度函数	174
这题目怎么这么长?	
3.4 核心考点 4——通过联合概率密度函数 $f(x, y)$ 求概率	203
一看见“概率”两个字就爽!	
3.5 核心考点 5——二维均匀分布	216
二维也有均匀分布?	
3.6 核心考点 6——随机变量的独立性	228
随机变量被压迫得太厉害了, 要闹独立了!	
3.7 核心考点 7——两个随机变量的函数的分布	233
怎么分布的?	
3.8 核心考点 8—— χ^2 分布、 t 分布、 F 分布	244
这三种分布很神奇吗?	
3.8.1 χ^2 (读作“kài 方”) 分布	244
3.8.2 t 分布	247
3.8.3 F 分布	249
第 4 章 第四次进攻——随机变量的数字特征	251
数字特征和线性代数中的特征值是一个意思吧?	
4.1 核心考点 1——数学期望的基本计算方法	252
我期望考上!	
4.2 核心考点 2——数学期望的性质	260
什么? 期望还有性质?	
4.3 核心考点 3——方差的基本计算方法	269
高中时听说过方差!	

4.4	核心考点4——方差的性质	271
	方差也有性质?	
4.5	核心考点5——常见分布的数学期望与方差	278
	来,总结一下!	
4.6	核心考点6——协方差与相关系数	283
	协方差是啥?	
4.6.1	协方差	283
4.6.2	相关系数	292
第5章	第五次进攻——切比雪夫不等式与大数定律	304
	标题好高大上啊!	
5.1	核心考点1——切比雪夫不等式	305
5.2	核心考点2——辛钦大数定律	307
第6章	第六次进攻——数理统计的基本概念	309
	统计谁不会啊!这么简单!	
6.1	基础知识点1——三个名词	310
	什么名词?	
6.2	核心考点1——与 $\bar{X}$ 和 S^2 有关的三条性质	311
6.3	核心考点2——与正态总体有关的三条结论	312
第7章	第七次进攻——参数估计	315
	最后一次进攻,加油!	
7.1	核心考点1——无偏估计	316
	无偏是什么意思?	
7.2	核心考点2——矩估计	318
	让我来估计估计!	
7.3	核心考点3——最大似然估计	321
	又是估计?	
7.4	核心考点4——置信区间	327
	可信吗?	

第1章 第一次进攻——随机事件与概率



同学们，攻坚战开始啦，不要忘记麒麟才子在“超级无敌导读”中说过的话哦，在看完每一章后，把每一章的“核心考点”默写下来。只要你这样做，那么，不管你现在是怎么样的数学基础，考研数学概率统计部分一定能够拿到满分。

1.1 基础知识点 1——随机试验

本节我要给大家讲的是“随机试验”，我们先来看看“随机试验”的定义。

随机试验：如果某个试验可能出现的结果有多种，那么我们就称该试验为随机试验。

以上就是“随机试验”的定义，让我们来练几道题吧。

例：请问“投骰子，观察投出的点数”是不是随机试验？

解：我们判断一件事情是不是随机试验，主要是看这个事情可能出现的结果是不是有多种。

如果可能出现的结果有多种的话，那么该试验就是随机试验，否则的话，该试验就不是随机试验。

那么我们现在就来看一下吧。

“投骰子，观察投出的点数”这件事情很明显出现的结果有多种（即：点数为 1、点数为 2、点数为 3、点数为 4、点数为 5、点数为 6），所以该试验是随机试验。

例：请问“投硬币，观察哪面朝上”是不是随机试验？

解：我们判断一件事情是不是随机试验，主要是看这个事情可能出现的结果是不是有多种。

如果可能出现的结果有多种的话，那么该试验就是随机试验，否则的话，该试验就不是随机试验。

那么我们现在就来看一下吧。

“投硬币，观察哪面朝上”这件事情很明显出现的结果有多种（即：正面朝上、反面朝上），所以该试验是随机试验。

例：请问“买彩票，看看能不能中奖”是不是随机试验？

解：我们判断一件事情是不是随机试验，主要是看这个事情可能出现的结果是不是有多种。

如果可能出现的结果有多种的话，那么该试验就是随机试验，否则的话，该试验就不是随机试验。

那么我们现在就来看一下吧。

“买彩票，看看能不能中奖”这件事情很明显出现的结果有多种（即：中奖了、没中奖），所以该试验是随机试验。

例. 请问“和同学玩石头剪刀布, 看看能不能赢”是不是随机试验?

解: 我们判断一件事情是不是随机试验, 主要是看这个事情可能出现的结果是不是有多种。

如果可能出现的结果有多种的话, 那么该试验就是随机试验, 否则的话, 该试验就不是随机试验。

那么我们现在就来看一下吧。

“和同学玩石头剪刀布, 看看能不能赢”这件事情很明显出现的结果有多种(即: 赢了、没赢), 所以该试验是随机试验。

通过以上几个例子, 想必大家对“随机试验”已经有了非常直观的认识。

1.2 基础知识点2——样本空间

本节要给大家讲的是“样本空间”。在正式开始给大家讲解“样本空间”之前, 请大家先记住下面的话:

“样本空间”不能孤立地存在, 它是配合“随机试验”而存在的。换言之, 只能说“某随机试验的样本空间是……”, 而不能单独说“样本空间是……”。

好, 想必大家已经记下了上面的话。那么, 到底什么叫“样本空间”呢?

样本空间: 某随机试验的所有可能结果组成的集合称为该随机试验的样本空间。

样本空间的定义我已经给大家讲完了, 大家一定要记住, 样本空间是集合(随机试验的所有可能结果构成的集合)。

现在请大家来看下面的例题。

例. 请问“投骰子, 观察投出的点数”是随机试验吗? 如果是的话, 请写出它的样本空间。

解: 我们先来看一下“投骰子, 观察投出的点数”是不是随机试验(这是在上一节讲的)。

由于“投骰子, 观察投出的点数”这件事情很明显出现的结果有多种(即: 点数为1、点数为2、点数为3、点数为4、点数为5、点数为6), 所以该试验是随机试验。

我们再来写出该随机试验的样本空间。

由样本空间的定义可知, 该随机试验的样本空间为{点数为1, 点数为2, 点数为3, 点数为4, 点数为5, 点数为6}。