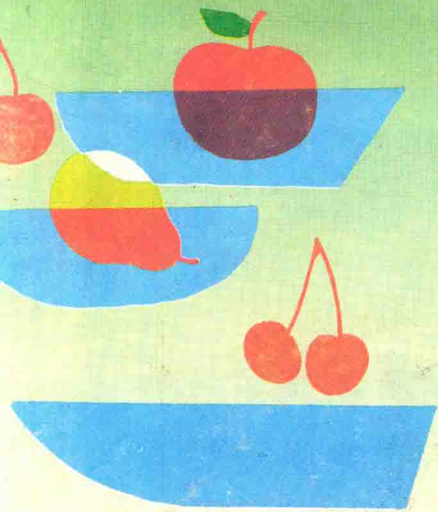
全国高考优秀预选题精选

数学



长春出版社

全国高考优秀预选题精选

（数学分册）

主编：张欣

长春出版社

新登(吉)字10号

全国高考优秀预选题精选

主编　张　欣

责任编辑:张中良　　封面设计:曲　刚

长春出版社出版
(长春市建设街43号)
吉林省新华书店发行
长春市第十三印刷厂印刷

开本:787×1092　1/32
印张:8
字数:178 000
1993年3月第1版
1993年8月第2次印刷
印数:5 001—12 000册

ISBN 7-80573-852-1/G·330　全套定价:21.50元　每册定价:4.60元

编者的话

为了帮助参加高等学校入学考试的考生进行考前训练，在高考中取得优异成绩，我们精编了这套《全国高考优秀预选题精选》丛书，分为语文、数学、英语、物理、化学共五册。

本书中所选试题均来自北京、上海、广东、湖南、湖北、江苏、福建、辽宁、吉林等省市的重点中学。这些中学的高三把关教师经验丰富，信息灵通，对高考的内容范围掌握准确。所选试题都经过这些重点中学的学生训练试过，具有较强的实用性。精选的每一套试题按教材的知识体系编排，全面、准确的概括了教材中的重点难点和高考内容的知识点。题后附有详细的解答方法和解题思路总结，使学生可以用以检查自己的知识水平和应试能力，找到薄弱环节，以便查缺补漏，及时提高。本书采用标准化命题方式，与高考题型统一，有利于学生熟悉和掌握标准化题型的特点和解题方法。本书是考生考前进行强化训练的极有用的资料，也可做为教师或家长辅导考生进行总复习的参考用书。

《数学》分册由祝承亮主编，参加编写工作的还有：张景华、曹振国、张宗文、姚明、周希源、霍凤信、林山、芦伟、于利合、董阳春等。

目　录

高考数学预考试题(一)

第Ⅰ卷(选择题共45分)

一、选择题:本大题共15小题;每小题3分,共45分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)设 $A=\{x|x<\sqrt{30}\}$,$a=2\sqrt{7}$,那么 ( )

(A)$a\subset A$.　(B)$\{a\}\in A$.

(C)$a\notin A$.　(D)$\{a\}\subset A$.

(2)函数 $y=(0.3)^{-x}+2\quad(x\in R)$的反函数是 ( )

(A)$y=loy_{0.3}(x-2)\quad(x>2)$.

(B)$y=\log_{0.3}x-2\quad(x>0)$.

(C)$y=\log_{0.3}\frac{1}{x-2}\quad(x>2)$.

(D)$y=\frac{1}{\log_{0.3}(x-2)}\quad(x>2)$.

(3)设有两个命题:

甲:复数 $Z=a+bi(a、b\in R)$是纯虚数;

乙:实数 $a=0$.

那么

(A)乙是甲的充分条件,但不是甲的必要条件.

(B)乙是甲的必要条件,但不是甲的充分条件.

(C)乙是甲的充要条件.

(D)乙既不是甲的充分条件,也不是甲的必要条件.

(4)设θ是第四象限角，则$\frac{\theta}{2}$是　　　　(　　)

(A)二象限角.

(B)二象限角或一象限角.

(C)二象限角或三象限角.

(D)二象限角或四象限角.

(5)函数 $y=\frac{\pi}{2}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$是　　　　(　　)

(A)周期为π的奇函数.

(B)周期为π的偶函数.

(C)周期为2π的奇函数.

(D)周期为4π的偶函数.

(6)式子$\frac{P_7^6-5!}{C_{41}^{39}}$的值等于　　　　(　　)

(A)3.　　(B)6.　　(C)12　　(D)20.

(7)一个圆在平面上的射影　　　　(　　)

(A)一定是圆.

(B)一定是椭圆.

(C)可能是圆，也可能是椭圆.

(D)可能既不是圆，也不是椭圆.

(8)圆锥的轴截面是正三角形，那么它的侧面积是底面积的　　　　(　　)

(A)2倍.　(B)3倍.　(C)4倍.　(D)$2\sqrt{2}$倍。

(9)已知直线 $2x-y+1=0$ 与过 A(2，-1)，B(5，3)两点的直线相交于C点，则C分线段AB的比是　(　　)

(A)$\frac{3}{4}$.　(B)$-\frac{3}{4}$.　(C)$\frac{4}{5}$.　(D)$-\frac{4}{5}$.

(10)把椭圆 $3x^2+4y^2+6x-16y+7=0$ 化为标准方程，只需平移坐标轴，把原点移到　　　　(　　)

(A)$(-1,2)$.　　(B)$(1,-2)$.

(C)$(-1,-2)$.　　(D)$(1,2)$.

(11)复平面上,点 Z 与复数 z 对应,$|z-i|=1$,设 $w=z+1-2i$,则 w 对应点的轨迹方程是　　(　　).

(A)$|w-1+i|=1$.　　(B)$|w-1-3i|=1$.

(C)$|w-1+2i|=1$.　　(D)$|w+1-3i|=1$.

(12)数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=3n-2n^2(n\in N)$. 当 $n\geqslant 2$ 时,就有　　(　　)

(A)$S_n>na_1>na_n$.　　(B)$S_n<na_n<na_1$.

(C)$na_1<S_n<na_n$.　　(D)$na_n<S_n<na_1$.

(13)$a,b\in\{1,2,3,4,5,6\}$,具有不同离心率的椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a\neq b)$共有　　(　　)

(A)30 个. (B)11 个. (C)6 个. (D)720 个.

(14)上底边长为 a,腰长为 a,下底边长为 2a 的正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,沿棱台表面由 A 走到 C_1 的最短路线的长度是　　(　　)

(A)$\frac{\sqrt{19}}{2}a$. (B)$\sqrt{4+\sqrt{3}}a$. (C)$(1+\sqrt{2})a$. (D)$(1+\sqrt{3})a$.

(15)考查下列四个命题:

①对一切 $x\in R$,都有 $\sin\operatorname{arctg}x=\cos\operatorname{arcctg}x$.

②对$|x|<1$,都有 $\operatorname{tg}\arcsin x=\operatorname{ctg}\arccos x$.

③对$|x|<1$,都有 $\operatorname{ctg}\arcsin x=\operatorname{tg}\arccos x$.

④对一切 $x\in R$,都有 $\sin\operatorname{arcctg}x=\cos\operatorname{arctg}x$.

其中正确命题的数目是　　(　　)

(A)1.　(B)2.　(C)3.　(D)4.

第Ⅱ卷(非选择题共 75 分)

二、填空题:本大题共 5 小题;每小题 3 分,共 15 分.把答案填在题中横线上.

(16)已知 $f(x)$是幂函数,且 $3f(2)=f(4)$,则 $f(x)$的解析式是__________.

(17)$(a-2b)^n$ 展开式中第三项的系数与第五项的系数之比是 1:4,那么 n 等于__________.

(18)长方体 $ABCD-A'B'C'D'$中,$AB=2$,$BC=3$,$AA'=4$,M 为 AA'的中点,则异面直线 BM 与 $B'C$ 所成角的余弦值是__________.

(19)直线 L 被两直线 L_1:$x+2y-1=0$ 与 L_2:$x+2y-3=0$ 所截,所截线段的中点 M 在直线 $x-y-1=0$ 上,则 M 的坐标是__________.

(20)动点 P 到圆 $x^2+y^2=9$ 的切线长与 P 点到直线 $x=2$ 的距离相等,则动点 P 的轨迹方程是__________.

三、解答题:本大题共 6 小题;共 60 分,解答应写出文字说明,演算步骤.

(21)(本小题满分 8 分)

已知 $\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha=-\frac{4}{5}$,$(450°<\beta<540°)$,求 $\sin2\beta$ 和 $\cos\frac{\beta}{2}$的值.

(22)(本小题满分 10 分)

菱形 ABCD 的锐角$\angle BAD=\alpha$,边长为 a,以对角线 BD 为折线,将$\triangle BCD$ 翻折,使平面 CBD$\perp$平面 ABD.

(i)求异面直线 AC 与 BD 所成的角;

(ii)求三棱锥 C——ABD 的体积.

(23)(本小题满分10分)

已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$,过点 $A(\sqrt{3},0)$作直线 L 与双曲线交于 P、Q 两点. 若 PQ 的长等于双曲线实轴长的3倍,求 L 的斜率.

(24)(本小题满分10分)

设 $D=\{x|2(\log\frac{1}{2}x)^2-14\log_4 x+3\leqslant 0\}$ 求 $f(x)=(\log_2\frac{x}{2})\cdot(\log_{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x}}{2})(x\in D)$的最大值与最小值.

(25)(本小题满分10分)

一条抛物线的准线恰好是 y 轴,并且这条抛物线经过点 A(a,b),求此抛物线顶点的轨迹方程,并证明该轨迹的离心率与点 A 的位置无关.

(26)(本小题满分12分)

设 $f(x)=1+2\cos x+3\sin x$,对一切 $x\in R$,等式 $af(x)+bf(x-c)=1$时,求常数 a,b,c 的值.

〔参考答案〕

一、选择题

D C B D C B D A B A

A D B B C

部分题目提示简要解答

(2) $y=(0.3)^{-x}+2$,$y-2=(0.3)^{-x}$,$-x=\log0.3(y-2)$,$\therefore x=-\log_{0.3}(y-2)$,$x=\log_{0.3}\frac{1}{y-2}$ $\therefore f^{-1}(x)=\log_{0.3}\frac{1}{x-2}$ $(x>2)$. 取(D).

(4) θ 为第四象限角，$\therefore 2k\pi-\frac{\pi}{2}<\theta<2k\pi(k\in Z)$ $\therefore k\pi-\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<k\pi(k\in Z)$ $\therefore \frac{\theta}{2}$ 是第四象限或第二象限. 选(D).

(5) $y=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin x=\frac{\pi}{4}\sin x$. $\therefore y$ 是周期为 2π 的奇函数. 选(C).

(7)如果圆所在平面与已知平面垂直，则其射影为线段. 选(D).

(8) $S_{侧}=\pi rl$, $S_{底}=\pi r^2$, $\therefore \frac{S_{侧}}{S_{底}}=\frac{l}{r}=2$. 选(A).

(9)设过 AB 方程为 $\begin{cases} x=\frac{2+5\lambda}{1+\lambda}, \\ y=\frac{-1+3\lambda}{1+\lambda}. \end{cases}$ 代入 $2x-y+1=0$ 中得 $\lambda=-\frac{3}{4}$. 选(B).

(10)将椭圆方程配方得 $3(x+1)^2+4(y-2)^2=12$. $\therefore$ 需将原点移到 $(-1,2)$. 选(A).

(11) $w=z+1-2i$, $\therefore z=w-1+2i$, 由 $|z-i|=1$ 得 $|(w-1+2i)-i|=1$ 即 $|w-1+i|=1$. 选(A).

(12) $a_1=S_1+1$, $a_n=S_n-S_{n-1}=(3n-2n^2)-[3(n-1)-2(n-1)^2]=5-4n$.

$S_n-na_n=3n-2n^2-n(5-4n)=2n^2-2n=2n(n-1)$.

$\therefore$ 当 $n\geqslant 2$ 时，$S_n>na_n$. 又 $na_1>0>S_n$. $\therefore$ 选(D).

(13) $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$，其中 $a>b>0$，从 $\{1,2,3,4,5,6\}$ 中任取2个数可得 $\frac{b^2}{a^2}$ 的一个值，但 $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$，$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$，$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ 故所得不同的离心率 e 的值为 $C_6^2-4=11$(个). 选(B).

(14)将侧面 BB′C′C 沿 BC 边向上析起，使之与平面 AC 共面. 连 AC′与 BC 相交，则可求最短长度为 $\sqrt{4+\sqrt{3}}\,a$. 选(B).

(15)③中对 $x=0$，有 $\arcsin x=0$，但 $\operatorname{ctg}\arcsin x$ 无意义，故③中对 $|x|<1$，$\operatorname{ctg}\arcsin x=\operatorname{tg}\arcsin x$ 不成立. 而①②④中恒等式成立. 故选(C).

二、填空题

(16) $f(x)=x^{\log_2 3}$. (17) 6. (18) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. (19) $(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$.

(20) $y^2=-4(x-\frac{13}{4})\quad(x\neq 2)$.

部分题目提示与简要解答.

(16)设 $f(x)=x^{\alpha}$. 则 $3\cdot 2^{\alpha}=4^{\alpha}$，$\therefore \alpha=\log_2 3\quad \therefore f(x)=x^{\log_2 3}$.

(17) $T_3=C_n^2a^{n-2}(-1)^2(2b)^2=4C_n^2a^{n-2}\cdot b^2$；

$T_5=C_n^4a^{n-4}(-1)^4(2b)^4=16C_n^4a^{n-4}\cdot b^4$.

$\therefore 4C_n^2:16C_n^4=1:4\quad \therefore n=6$.

(19) $\because L_1$ 与 L_2 平行，所截线段中点 M 必在直线 $x+2y-2=0$ 上，同时 M 点还在直线 $x-y-1=0$ 上. 解方程组 $\begin{cases}x+2y-2=0\\x-y-1=0\end{cases}$ 得 $M(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$.

(20)设 $P(x,y)$，则 $\sqrt{x^2+y^2-3^2}=|x-2|$. 整理得：$y^2=-4(x-\frac{13}{4})\quad(x\neq 2)$.

三、解答题

(21)解：$\cos\beta=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]$

$=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha=-\frac{4}{5}$.

$\because 450°<\beta<540° \therefore \sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin2\beta=2\sin\beta\cos\beta=-\frac{24}{25}$.

$\because 225°<\frac{\beta}{2}<270° \quad \therefore \cos\frac{\beta}{2}<0$.

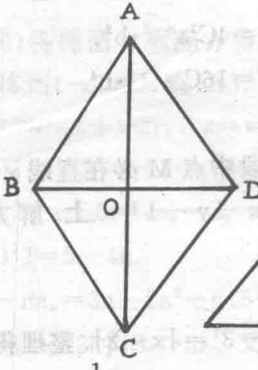
$\therefore \cos\frac{\beta}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\beta}{2}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

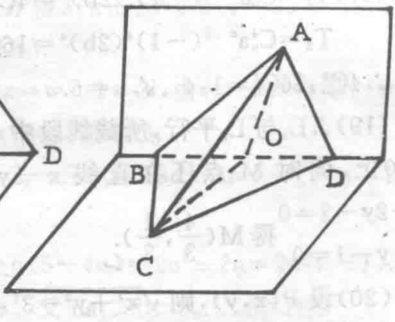
(22)解:(i)取 BD 中点 O.

$\left.\begin{array}{l}AO\perp BO\\CO\perp BO\end{array}\right\}\Rightarrow BD\perp$平面 $ACO\Rightarrow BD\perp AC$.

∴BD 与 AC 所成的角为90°.

(ii)$\left.\begin{array}{l}CO\perp BD\\ \text{平面 } ABD\cap\text{平面 } CBD=BD\\ \text{平面 } ABD\perp\text{平面 } CBD\end{array}\right\}\Rightarrow CO\perp$平面 ABD.



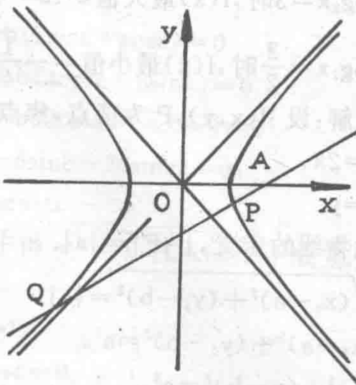


$\therefore V=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle ABD}\cdot CO=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}BD\cdot AO\cdot CO=\frac{1}{3}BO\cdot AO\cdot CO$

$=\frac{1}{3}a\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\cdot a\cos\frac{\alpha}{2}\cdot a\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{6}a^3\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}$.

(23)解:设 L 的斜率为 k,则 $L:y=k(x-\sqrt{3})$. 代入双

曲线方程 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 中得：



$(1-\frac{1}{2}k^2)x^2+\sqrt{3}k^2x-\frac{3}{2}k^2-1=0$

$\because |PQ|=\sqrt{k^2+1}\ \frac{\sqrt{\triangle}}{|a|}=\sqrt{k^2+1}\frac{2\sqrt{k^2+1}}{|1-\frac{1}{2}k^2|}=2\times3=6.$

$\therefore\frac{2(k^2+1)}{|1-\frac{1}{2}k^2|}=6\quad\therefore k^2+1=3|1-\frac{1}{2}k^2|$

$\therefore k^2=\frac{4}{5}$ 或 $k^2=8\quad\therefore k_1=\frac{2\sqrt{5}}{5},k_2=-\frac{2\sqrt{5}}{5},$
$k_3=2\sqrt{2},k_4=-2\sqrt{2}.$

(24)解：由 $2(\log\frac{1}{2}x)^2-14\log_4x+3\leqslant0$

$\therefore 2(\log_2x)^2-7\log_2x+3\leqslant0.$

$\therefore\frac{1}{2}\leqslant\log_2x\leqslant3.$

$\therefore D=\{x|\frac{1}{2}\leqslant\log_2x\leqslant3\}.$

$f(x)=(\log_2\frac{x}{2})(\log_{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x}}{2})=(\log_2x-1)\log_2\frac{x}{4}$

$=(\log_2x-1)(\log_2x-2)=\log_2^2x-3\log_2x+2$

$=(\log_2x-\frac{3}{2})^2-\frac{1}{4}.$

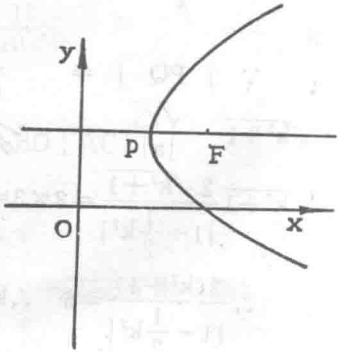
当 $\log_2 x=3$ 时，f(x)最大值$=(3-\frac{3}{2})^2-\frac{1}{4}=2$.

当 $\log_2 x=\frac{3}{2}$ 时，f(x)最小值$=-\frac{1}{4}$.

(25)解：设 $P(x,y)$，P 为顶点，焦点 $F(x_1,y_1)$，则

$$\begin{cases}x_1=2x,\\ y_1=y.\end{cases}$$

由抛物线的定义，$|AF|=|a|$.



$\therefore\sqrt{(x_1-a)^2+(y_1-b)^2}=|a|$.

$\therefore(x_1-a)^2+(y_1-b)^2=a^2$,

$\therefore(2x-a)^2+(y-b)^2=a^2$,

$$\therefore\frac{(x-\frac{a}{2})^2}{\frac{a^2}{4}}+\frac{(y-b)^2}{a^2}=1$$

$(x\neq0)$.

这就是抛物线顶点的轨迹方程.

$\because C=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$(定值).

$\therefore$该轨迹的离心率与 A 的位置无关.

(26)解：$f(0)=1+2=3$，$f(-c)=1+2\cos c-3\sin c$.

$\therefore 3a+b(1+2\cos c-3\sin c)=1$. ①

$f(\frac{\pi}{2})=1+3=4$，$f(\frac{\pi}{2}-c)=1+2\sin c+3\cos c$,

$\therefore 4a+b(1+2\sin c+3\cos c)=1$. ②

$f(\pi)=1-2=-1$，$f(\pi-c)=1-2\cos c+3\sin c$

$\therefore -a+b(1-2\cos c+3\sin c)=1$. ③

$f(\frac{3}{2}\pi)=1-3=-2$，$f(\frac{3}{2}\pi-c)=1-2\sin c-3\cos c$,

$\therefore -2a+b(1-2\sin c-3\cos c)=1$ ④

②＋④得　$2a+2b=2$　⑤

②－①得　$a+b(5\sin c+\cos c)=0$　⑥

①－③得　$4a+b(4\cos c-6\sin c)=0$　⑦

⑥×④得　$4a+b(20\sin c+4\cos c)=0$　⑧

⑦－⑧得　$b(-6\sin c-20\sin c)=0$，

∴将 $b=0$或 $\sin c=0$.

将 $b=0$代入③中得 $a=-1$，代入④中不成立. ∴$b\neq 0$.

∴$\sin c=0$

由⑤得　$a+b=1$，　⑨

由⑥得　$a+b\cos c=0$.　⑩

⑨－⑩得　$b(1-\cos c)=1$.

∴$\cos c\neq 1$，∵$\sin c=0$，∴$\cos C=-1$. ∴$b=\frac{1}{2}$.

∵$a+b=1$，∴$a=\frac{1}{2}$.

∵$\cos C=-1$，∴$C=2k\pi+\pi(k\in Z)$

$$\therefore\begin{cases}a=\frac{1}{2},\\ b=\frac{1}{2},\\ C=2k\pi+\pi(k\in Z).\end{cases}$$

高考数学预考试题(二)

第Ⅰ卷(选择题共54分)

一、选择题:本大题共18题;每小题3分,共54分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)$i+i^3+i^5\cdots\cdots+i^{73}$的值是　　(　　)

(A)i.　(B)-i.　(C)0.　(D)-1.

(2)正方体的对角线长为a,则这个正方体表面积为　　(　　)

(A)$2a^2$.　(B)$2\sqrt{2}a^2$.

(C)$3\sqrt{3}a^2$.(D)$6a^2$.

(3)直线$3x+2y+3=0$的倾斜角为　　(　　)

(A)$\mathrm{arctg}(-\frac{3}{2})$.　(B)$\mathrm{arctg}\frac{3}{2}$.

(C)$\frac{\pi}{2}+\mathrm{arctg}\frac{3}{2}$.　(D)$\pi-\mathrm{arctg}\frac{3}{2}$.

(4)非空集合$S\subseteq\{1,2,3,4,5\}$.并且对于S中的元素还满足当a是S的元素时,6-a也一定是S的元素,则符合这种特点的集合S的个数一共有　　(　　)

(A)4个.　(B)6个.　(C)7个.　(D)8个。

(5)若复数$z=(a+i)^2$的幅角主值是$\frac{3}{2}\pi$,则实数a的值是　　(　　)

(A)1.　(B)-1.　(C)-1或1.　(D)0.