

高等学校教材

概率论 与数理统计

袁德美 安军 陶宝 编著

高等教育出版社

高等学校教材

概率论与数理统计

Gailülun yu Shuli Tongji

袁德美 安 军 陶 宝 编著

高等教育出版社·北京

内容简介

全书共 11 章,其中第 1—5 章是概率论部分,包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征和多元正态分布、大数定律和中心极限定理;第 6—10 章是数理统计部分,包括样本及抽样分布、参数估计、参数假设检验、非参数假设检验、回归分析与方差分析;第 11 章是 Excel 与 R 软件在统计中的应用。每章(除第 11 章外)都配有数字资源——课外扩展,目的是引导读者从广度和深度上更好地把握本课程的内涵。

本书强调基本概念的自然引入、实际背景的深刻描述和概率统计思想的悄然渗透,注重各板块知识的内在联系,留意在概率统计发展史上有深刻影响人物的交代和历史线索的呈现,关注概率统计与其他领域的交融和立体化知识的构建,让读者感受到概率统计就是我们身边的学问。本书例题丰富,习题量大,以满足不同层次读者的需求。

本书可作为高等学校数学教育(师范)、数学与应用数学、金融数学(工程)、信息与计算科学、统计学等专业概率论与数理统计课程的教材,也可作为全国硕士研究生入学统一考试的复习参考书,还可作为实际工作者的自学参考书。

图书在版编目(C I P)数据

概率论与数理统计/袁德美,安军,陶宝编著.--
北京:高等教育出版社,2016.10

ISBN 978-7-04-046399-6

I. ①概… II. ①袁… ②安… ③陶… III. ①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 206349 号

策划编辑 兰莹莹 · 责任编辑 杨帆 封面设计 于文燕 版式设计 范晓红
插图绘制 杜晓丹 责任校对 吕红颖 责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京鑫海金澳胶印有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	27.75	版 次	2016 年 10 月第 1 版
字 数	520 千字	印 次	2016 年 10 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	45.80 元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 46399-00

前 言

概率论研究随机现象的统计规律,数理统计研究如何收集和使用带有随机性的数据。概率论是数理统计的基础,数理统计是概率论在某种意义上的应用。

概率论起源于赌博,其悠久的发展史至少可以追溯到 17 世纪。那时,法国和意大利盛行赌博,由于输赢的不确定性导致金钱的得与失,所以了解其中的数量规律就成为急迫需要。帕斯卡从 1651 年到 1654 年把大量的时间放在了赌博上,其间好友德·梅雷骑士向他提出了著名的“分赌注问题”。帕斯卡于 1654 年 7 月 29 日给费马写信,商量如何解决这类问题,书信往来持续近三个月,直到 10 月 27 日结束,他们采用了不同的方法解决这类问题,被公认为是概率论诞生的标志。

在接下来的 200 年间发生了一些著名的科学事件,如 1657 年惠更斯提出了数学期望的概念;1713 年伯努利阐明了大数定律的意义;1718 年棣莫弗阐述了概率乘法公式,并于 1733 年发现了正态分布;1809 年高斯利用最小二乘法导出了正态密度;1812 年拉普拉斯提出了概率的古典定义。

19 世纪下半叶,由于切比雪夫、马尔可夫以及李雅普诺夫的出色工作,提出了随机变量、分布函数、概率密度、特征函数等概念,概率论几乎被推到了现代化的门槛。

可是,概率论这座大厦的根基是如此之脆弱,出现了许多悖论,甚至一些基本概念都是模糊的,直到 1933 年概率的公理化定义的建立才奠定了其严格的数学基础,同时也沟通了概率论与现代数学中其他分支的联系,从此开启了概率论发展的新篇章。

收集、整理乃至使用观察和试验数据的工作在人类历史上由来已久,在我国的《二十四史》中就有许多诸如钱粮、人口、地震及洪水的记录。19 世纪中叶以后,包括政治统计、人口统计、经济统计、犯罪统计、社会统计等多方面内容的“社会统计学”开始在西方出现,人们试图通过社会调查,收集、整理和分析数据,揭示社会现象并提出解决具体问题的办法,这种属于描述统计范畴的研究方法一直延续到 19 世纪末。

数理统计是伴随着概率论的兴盛而发展起来的,当人们认识到必须把数据看成是来自具有一定概率分布的总体、所研究的对象是这个总体而不能局限于数据本身之日,就是数理统计诞生之时,准确时间至今难以定论。不少人认为,K.皮尔逊于 1900 年发表的关于拟合优度检验的论文可以作为数理统计诞生的标志。

此后,在费希尔、E.皮尔逊、哥塞特、奈曼等统计学家的推动下,数理统计得到迅速而全面的发展,到 20 世纪 40 年代已成为一门较成熟的数学分支。第二次世界大战以后,数理统计不仅在理论上继续完善,而且涌现了许多新的分支。特别是近 40 年来,在计算机推手的作用下,数理统计的理论研究和应用研究的相互交融不断向纵深发展,产生了一些边缘性新兴学科。

概率论也好,数理统计也罢,都是因随机现象而结缘的学科,而且已成为现代人探索自然、观察社会以至感悟人生的重要视角。比如,竞技体育常常使人热血沸腾,其最大魅力在于结果的不

确定性;又如,为了提高应对危机和 risk 的能力,各级政府和有关部门都要对潜在的或可能发生的突发事件制订预案。今天,概率论与数理统计的理论和方法的应用几乎遍及所有科学技术领域、工农业生产和国民经济的各个部门,以致全世界范围内大多数专业的大学生都要学习这门课程。

数学分析和线性代数(高等代数)是学好本门课程的基础,它们的研究对象都是确定性现象,读者可能已经形成了一定程度的思维定势。随机现象是本门课程的研究对象,研究对象的改变意味着从研究工具到研究方法都需要变革,初学者往往难以适应、理解和掌握其别开生面的研究课题、独特的思维视角和推理方法。另一方面,不管是概率论还是数理统计,都强调理论和应用并重;不管是将理论应用于实际,还是将实际问题划归为某个概率统计模型去解决,都强调能力的重要性,初学者往往感到力不从心。基于以上两方面的考虑,本教材在编写过程中努力在以下几个方面做足工夫:

(1) 强调基本概念的自然引入、实际背景的深刻描述和概率统计思想的悄然渗透;

(2) 着意呈现与其他领域的交融和立体化知识的构建,让读者感受到这门课程就在我们身边;

(3) 不管是理论陈述、例题编写,还是习题编配,无不注重兴趣引导;

(4) 除极个别超出本书范围的证明外,尽量在本书范围内自成体系,如本书以矩阵为工具讨论多维正态分布(包括二维正态分布),这种尝试的优点是同时为正态总体的抽样分布、拟合优度检验、回归分析、方差分析理论的构建扫清了障碍;

(5) 许多定理、性质、例子和习题都前后照顾、循序渐进、相互补充,同时穿插重要知识点或概念的历史脉络及相关人物的交代,尽量在有限空间中呈现给读者立体画面;

(6) 内容安排上力求实现板块结构,如联合分布后面紧接着是边缘分布,数学期望后面紧接着是条件数学期望;依概率收敛和大数定律、依分布收敛和中心极限定理都各自单独设置为一节集中处理,便于观其全貌,更好地反映知识的内在联系;

(7) 为减少概率统计绘图与计算的烦恼,专门安排第 11 章介绍有关 Excel 和 R 软件知识,这顺应了培养现代化复合型人才的需要;

(8) 除第 11 章外,每章都有数字资源——课外扩展,目的是从深度上和广度上给学有余力的读者展示本课程的内涵,内容安排上大体有四种考虑:一是为排疑而设置的问题明析;二是较难的证明;三是健全知识体系的能力扩展;四是扩大视野的阅读材料。

有几件事情需要向读者解释或与任课教师沟通:

第一,本书在编写过程中吸收了我们先期编写的同名公共课教材[6]中的有机养分;

第二,各章中的定义、性质、定理、注记和例题等都连续编号,便于交叉引用,如定义 3.2 后面紧接着是定理 3.3;

第三,为增强针对性,习题选配落实到小节,但不是按由易到难而是按正文出现顺序编排,部分习题是正文的补充和延伸;

第四,尽量采用国际通用术语和符号,这对立志继续深造的读者是大有裨益的;

第五,正文及习题中有不少旁白及重要人物或团体简介的二维码资源,希望这些安排有助于读者理解概率统计发展的历史线索、加强本书各部分之间的内在联系、加大与更为高等的理论接轨的空间,它们是全书有机整体中不可分割的部分;

第六,◎是示范性列举标志,●是说明或总结标志,⊗是提醒、告知或延伸标志,□是结束标志;

第七,为了让读者多一些融会贯通、少一些囫囵吞枣,个别地方写得近乎啰唆,但任课教师应以牵主线为己任;

第八,学好本课程的先决条件是做一定数量的习题,尤其是做有一定难度的习题,但考虑到本课程入门难的特点,我们将为本教材配套辅助读物——《概率论与数理统计学习指导》,希望能被读者接受。

第1—5章属概率论,第6—10章属数理统计,第11章是Excel与R软件在统计中的应用。本书教学共需约120学时,除去第11章及数字资源,可在90学时内完成教学。

本书第1,2,5,6,7章由袁德美执笔,第3,4章由陶宝执笔,第8,9,10,11章由安军执笔,全书由袁德美修改定稿。同济大学梁汉营教授和西南大学彭作祥教授仔细审阅了初稿,提出了许多宝贵的修改意见,在此谨表感谢。

本书编写过程中,参阅了大量国内外同类优秀教材,启发颇多,受益匪浅,在此向有关作者表示诚挚谢意。同时还要感谢高等教育出版社为本书顺利出版付出辛勤劳动的编辑们。

尽管我们一直秉承尽善尽美的初衷,并精雕细琢于每一个环节,但限于水平和能力,书中难免余漏有不妥之处,恳请同行专家和广大读者批评指正。不管是意见还是建议,烦请发送电子邮件至yuandemei@163.com,以便我们及时改进和完善。

编者

2016年6月

目 录

第 1 章 随机事件与概率	001
§ 1.1 随机现象及其统计规律	001
一、确定性现象和随机现象	001
二、统计规律	002
习题 1.1	003
§ 1.2 随机事件及其运算	003
一、样本点与样本空间	003
二、随机事件	004
三、事件之间的关系	005
四、事件的运算	005
五、 σ -代数	009
习题 1.2	009
§ 1.3 概率的公理化定义及概率的性质	011
一、概率的公理化定义	011
二、概率的基本性质	012
三、加法公式	013
四、连续性	014
习题 1.3	015
§ 1.4 确定概率的四种方法	015
一、确定概率的频率方法	016
二、确定概率的主观方法	016
三、确定概率的古典方法	017
四、确定概率的几何方法	020
习题 1.4	023
§ 1.5 条件概率与乘法公式	024
一、条件概率	024
二、乘法公式	026
习题 1.5	027
§ 1.6 全概率公式与贝叶斯公式	028
一、全概率公式	028
二、贝叶斯公式	030
习题 1.6	032

§ 1.7 事件的独立性与伯努利公式	033
一、事件的独立性	033
二、独立性在可靠性理论中的应用	036
三、伯努利公式	037
四、小概率原理	038
习题 1.7	040
第 2 章 随机变量及其分布	042
§ 2.1 随机变量的概念及分布函数	042
一、随机变量的概念	042
二、分布函数	043
三、由分布函数求概率	044
习题 2.1	045
§ 2.2 离散型随机变量	045
一、分布列	045
二、分布列与分布函数的互化	047
习题 2.2	047
§ 2.3 常见的离散型分布	048
一、退化分布	048
二、0-1 分布	049
三、二项分布	049
四、泊松分布	050
五、负二项分布	053
六、几何分布	054
七、超几何分布	055
习题 2.3	056
§ 2.4 连续型随机变量	057
一、概率密度	057
二、概率密度与分布函数的互化	058
三、连续型分布的概率计算	060
习题 2.4	061
§ 2.5 常见的连续型分布	062
一、均匀分布	062
二、指数分布	063
三、正态分布	065
四、 Γ 分布	068
五、 β 分布	069
习题 2.5	071
§ 2.6 随机变量函数的分布	072
一、离散型随机变量函数的分布	072

二、连续型随机变量函数的分布	072
习题 2.6	075
第 3 章 多维随机变量及其分布	076
§ 3.1 联合分布函数与边缘分布函数	076
一、多维随机变量的概念	076
二、联合分布函数	077
三、用联合分布函数表示概率	078
四、边缘分布函数	079
习题 3.1	080
§ 3.2 二维离散型随机变量	080
一、联合分布列	080
二、边缘分布列	082
三、常见的多维离散型分布	084
习题 3.2	085
§ 3.3 二维连续型随机变量	086
一、联合概率密度	086
二、二维连续型分布的概率计算	087
三、边缘概率密度	088
习题 3.3	090
§ 3.4 随机变量的独立性	091
一、两个随机变量的独立性	091
二、多个随机变量的独立性	093
习题 3.4	094
§ 3.5 条件分布	095
一、离散型情形	095
二、连续型情形	097
三、密度版本的全概率公式和贝叶斯公式	098
习题 3.5	099
§ 3.6 多维随机变量函数的分布	100
一、和的分布	100
二、最大值与最小值的分布	103
三、一般情况	105
四、变量变换法	107
习题 3.6	109
第 4 章 随机变量的数字特征和多维正态分布	111
§ 4.1 数学期望	111
一、数学期望的定义	111
二、常见分布的期望	113
习题 4.1	115

§ 4.2 随机变量函数的数学期望	115
一、一维随机变量函数的数学期望	115
二、二维随机变量函数的数学期望	117
三、数学期望的性质	118
四、条件数学期望	120
习题 4.2	124
§ 4.3 方差	125
一、方差的定义	125
二、方差的性质	126
三、常见分布的方差	127
习题 4.3	131
§ 4.4 协方差与相关系数	132
一、协方差	132
二、相关系数	135
三、多维随机变量的协方差矩阵	137
习题 4.4	139
§ 4.5 多维正态分布	140
一、多维正态分布的定义	140
二、多维正态分布的相关理论	140
三、非退化多维正态分布及二维正态分布	143
习题 4.5	146
§ 4.6 随机变量的其他数字特征	147
一、矩	147
二、分位数	147
三、变异系数	149
四、偏度和峰度	150
习题 4.6	152
第 5 章 大数定律和中心极限定理	153
§ 5.1 切比雪夫不等式	153
习题 5.1	155
§ 5.2 特征函数	156
一、特征函数的定义	156
二、特征函数的性质	157
三、逆转公式及唯一性定理	159
习题 5.2	164
§ 5.3 依概率收敛和大数定律	165
一、依概率收敛	165
二、三个大数定律	167
习题 5.3	171

§ 5.4 依分布收敛和中心极限定理	171
一、依分布收敛	171
二、依分布收敛的特征函数刻画	174
三、两个中心极限定理	175
习题 5.4	179
第 6 章 样本及抽样分布	181
§ 6.1 总体与样本	181
一、总体与总体分布	181
二、样本与样本空间	182
三、简单随机样本	183
四、统计推断	185
习题 6.1	185
§ 6.2 几个常用的统计量	185
一、统计量的定义	186
二、几个常用的统计量	186
习题 6.2	193
§ 6.3 次序统计量和经验分布函数	194
一、次序统计量的定义	194
二、离散型总体下次序统计量的分布	196
三、连续型总体下次序统计量的分布	197
四、经验分布函数	200
习题 6.3	201
§ 6.4 统计推断中的三大分布及其分位数	202
一、 χ^2 分布	202
二、 F 分布	204
三、 t 分布	207
习题 6.4	210
§ 6.5 正态总体的抽样分布定理	210
一、单个正态总体的抽样分布定理	211
二、两个正态总体的抽样分布定理	213
习题 6.5	214
§ 6.6 充分统计量	216
一、充分统计量的定义	216
二、因子分解定理	217
习题 6.6	219
第 7 章 参数估计	220
§ 7.1 点估计	220
一、点估计的概念	220
二、替换原理和矩法估计	221

三、最大似然原理和最大似然估计	222
习题 7.1	228
§ 7.2 估计量评价的一般标准	229
一、无偏性	229
二、有效性	231
三、相合性	233
习题 7.2	234
§ 7.3 一致最小方差无偏估计	236
一、均方误差准则	236
二、一致最小方差无偏估计	237
习题 7.3	242
§ 7.4 区间估计的概念和方法	243
一、置信水平与置信区间	243
二、可靠度和精确度	244
三、枢轴量法	245
习题 7.4	246
§ 7.5 单个正态总体的区间估计	246
一、均值 μ 的区间估计	246
二、方差 σ^2 的区间估计	248
习题 7.5	249
§ 7.6 两个正态总体的区间估计	250
一、均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的区间估计	250
二、方差比 σ_1^2 / σ_2^2 的区间估计	252
习题 7.6	253
§ 7.7 非正态总体的区间估计	254
一、小样本方法	254
二、大样本方法	255
习题 7.7	257
第 8 章 参数假设检验	258
§ 8.1 假设检验的基本思想和概念	258
一、统计假设	258
二、检验法则与拒绝域	259
三、两类错误与显著性检验	260
四、检验 p 值	262
习题 8.1	263
§ 8.2 单个正态总体的假设检验	263
一、均值 μ 的假设检验	263
二、方差 σ^2 的假设检验	268
习题 8.2	272

§ 8.3 两个正态总体的假设检验	273
一、均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的假设检验	274
二、方差比 σ_1^2 / σ_2^2 的假设检验	277
习题 8.3	280
§ 8.4 成对数据检验及非正态总体检验	281
一、成对数据的 t 检验	281
二、非正态总体检验	283
习题 8.4	286
§ 8.5 似然比检验	287
一、似然比检验	287
二、假设检验与区间估计的关系	289
习题 8.5	290
第 9 章 非参数假设检验	292
§ 9.1 拟合优度检验与独立性检验	292
一、Q-Q 图	292
二、 χ^2 拟合优度检验	294
三、科尔莫戈罗夫检验	300
四、独立性检验	302
习题 9.1	304
§ 9.2 正态性检验	306
一、W 检验	306
二、D 检验	309
习题 9.2	309
§ 9.3 秩和检验与符号检验	310
一、秩和检验	310
二、符号检验	312
三、成对数据的符号秩和检验	314
习题 9.3	315
§ 9.4 游程检验	317
习题 9.4	319
第 10 章 回归分析与方差分析	321
§ 10.1 一元线性回归分析	321
一、回归分析概述	321
二、一元线性回归模型	322
三、回归系数的最小二乘估计	323
四、总偏差平方和分解公式	325
五、回归方程的显著性检验	328
六、回归系数的区间估计	330
七、因变量值的预测	331

八、自变量的控制	332
习题 10.1	333
§ 10.2 多元线性回归分析	334
一、多元线性回归模型	334
二、回归系数的最小二乘估计	335
三、总偏差平方和分解公式	337
四、回归方程的显著性检验	337
习题 10.2	338
§ 10.3 单因素方差分析	340
一、方差分析概述	340
二、单因素方差分析统计模型	341
三、方差分析	343
四、统计分析	347
习题 10.3	349
§ 10.4 双因素方差分析	350
一、双因素方差分析的种类	350
二、无交互作用的双因素方差分析	351
三、有交互作用的双因素等重复方差分析	356
习题 10.4	360
第 11 章 Excel 与 R 软件在统计中的应用	362
§ 11.1 Excel 统计数据分析	362
一、系统安装	362
二、Excel 分析工具库	362
三、Excel 统计分析	363
四、常用的 Excel 统计函数	370
§ 11.2 R 软件入门知识	372
一、初识 R 软件	373
二、R 中常用的统计函数	375
三、读取数据	376
四、R 中的概率分布函数	377
五、R 中的简单绘图	379
六、编写 R 函数	383
§ 11.3 R 软件的统计应用简介	386
一、假设检验	386
二、线性回归分析	394
三、方差分析	397
附表 1 泊松分布表	404
附表 2 标准正态分布表	406
附表 3 χ^2 分布分位数表	407

附表 4	F 分布分位数表	409
附表 5	t 分布分位数表	413
附表 6	科尔莫戈罗夫检验的临界值表	414
附表 7	正态性检验统计量 W 的系数 $a_i(n)$ 数值表	415
附表 8	正态性检验统计量 W 的 α 分位数 W_α 表	418
附表 9	Wilcoxon 秩和检验临界值表	419
附表 10	Wilcoxon 符号秩和检验统计量的分位数表	422
附表 11	游程总数检验临界值表	423
附表 12	检验相关系数的临界值表	424
附表 13	常见分布的期望、方差及特征函数	425
参考文献		427

第 1 章

随机事件与概率

本章是概率论的入门篇. 随机事件是其中最基本的概念, 是一种特殊的集合, 它们之间可以讲关系、讲运算; 随机事件的概率是概率论的核心话题和中心任务; 概率的基本性质和公式是涉及概率计算时的依赖对象和主要工具.

独立性既是随机事件之间关系的一种表现, 又是概率论中最富特色的概念.

§ 1.1 随机现象及其统计规律

一、确定性现象和随机现象

1. 确定性试验和随机试验

在社会生产和科学实践中, 经常为观察某事的结果或某物的性能而从事某种活动, 我们称之为试验. 试验可分为两种类型: 确定性试验和随机试验.

确定性试验(certainty trial)是指其结果具有唯一性、必然性或确定性的试验. 例如,

- ◎ 早晨, 太阳从东方升起;
- ◎ 在没有外力作用的条件下, 原来做等速直线运动的物体继续做等速直线运动;
- ◎ 市场经济条件下, 商品供过于求, 其价格下降;
- ◎ 在一个标准大气压下, 水在 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时沸腾, 在 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时开始结冰, 在 $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时处于液态;
- ◎ 捏在手中的苹果, 如果手一松, 苹果一定会往下掉.

随机试验(random trial)是指其结果具有不确定性、偶然性或随机性的试验. 比如,

- ◎ 新生婴儿的性别, 可能是男性, 也可能是女性;
- ◎ 抛一枚硬币, 可能出现正面, 也可能出现反面;
- ◎ 掷一枚骰子, 掷出的点数可能是 1, 也可能是 2, \dots , 还可能是 6;
- ◎ 未来一段时间内来到一个服务系统(例如超市、商场、火车站、取

☞ 随机试验有三个特点: (重复性)可以在相同的条件下重复进行; (明确性)所有可能结果在试验之前就明确可知; (随机性)每次试验的结果是不确定的、偶然的或者说是随机的. 究其本质, 随机性是由于条件不充分而导致这种或那种结果发生, 是因果律的破缺而造成的不确定性.

款机等)的顾客数,可能是0个,也可能是1个,……,还可能是1000个,……;

◎ 在篮球场上接连地投射篮球,其结果组成的序列;

◎ 一台新买回来的电视机的寿命.

从现在起,本门课程中提及的试验,如果没有特别声明,均指随机试验.

2. 确定性现象和随机现象

自然界和人类社会中一切现象都不外乎是上述两类试验结果的外在表现.具体地讲:确定性试验结果外在表现为**确定性现象**(certainty phenomenon)或**必然现象**,随机试验结果外在表现为**随机现象**(random phenomenon)或**偶然现象**.我们指出:随机现象是本门课程的研究对象.

如果你参与某项机会游戏(如购买彩票、抛硬币、掷骰子等),你试的是运气,也就是平常所说的机会,那么我们不禁会问:什么是机会?机会从哪儿来?前者易于回答,机会就是有利于你或者你希望出现的试验结果;后者难于回答,但可以肯定的是:在必然现象中无所谓机会,机会只存在于随机现象中.

下面是与“机会”有关的司空见惯的说法:

◎ 明年我国GDP可能增长6.2%;

◎ 到2035年,我国有望成为世界第一大经济体;

◎ 大概能售出20000张音乐票;

◎ 未来一段时间内,股市行情如何存在许多变数;

◎ 中国旅游业赶上了快速发展的好时机;

◎ 航天科技的发展使人类移居到其他星球的前景一片光明.

机会也叫机遇,即“不期而遇”.当机遇来敲门时,有些人因为不在家而错失机遇,有些人因为静静地恭候机遇而迎来人生的转折.这就是说,机遇总是眷顾有准备的人.

二、统计规律

我们先琢磨两个例子:

◎ 新生儿性别是男还是女,在试验之前是无法确定的,完全是随机的、偶然的、甚至可以用杂乱无章来形容.但是,实践告诉我们,重复做这个试验,当试验次数相当大时,新生男孩的比例逐渐稳定于某个特定值;

◎ 通常我们无法预测将来某一年的年降雨量,但能够几乎肯定的是,如果连续考察若干年,其年均降雨量几乎在某一个较小范围内变化.

在随机试验的所有可能结果中,单就一次随机试验而言,可能出现这种结果,也可能出现那种结果,但“大数次”地重复这个试验,其结果会遵循某种规律性.也就是说,偶然中蕴藏着必然.在本门课程中,称这种隐藏在随机现象背后的客观规律为**统计规律**(statistical law).