



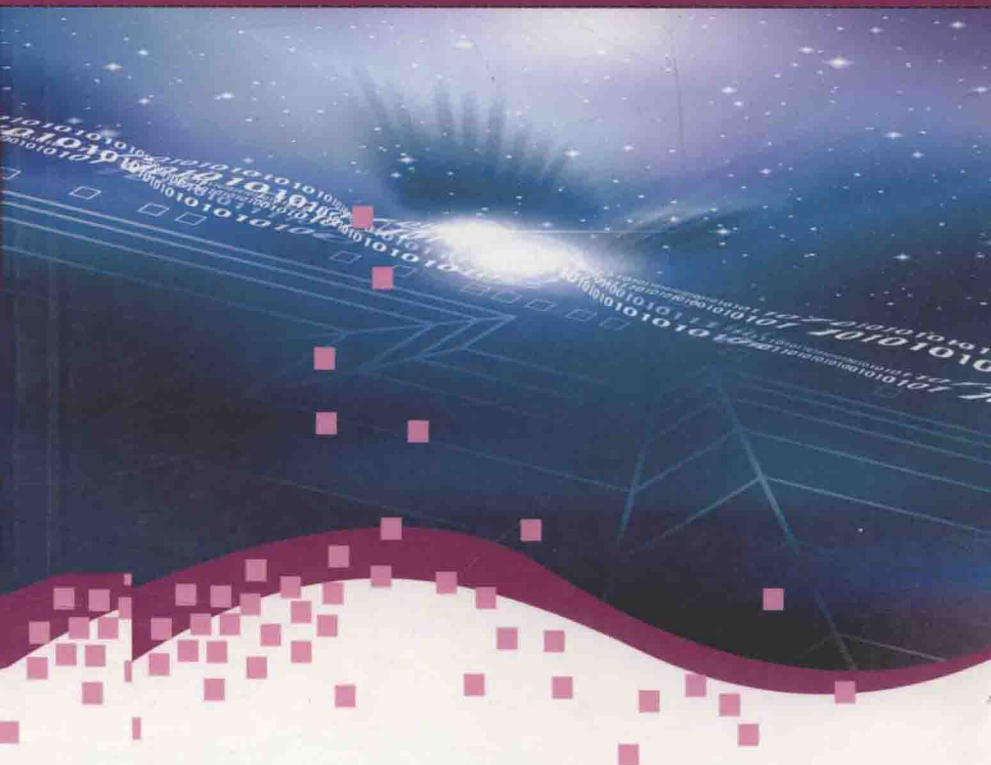
数学奥林匹克竞赛编辑部编
数学奥林匹克竞赛专家委员会审定

<http://www.ao-lin.com.cn>

数学奥林匹克竞赛

标准教材

八年级



北京教育出版社
天津出版社



数学奥林匹克竞赛编辑部编

数学奥林匹克竞赛专家委员会审定

G 633.6
704

数学奥林匹克竞赛 标准教材

八年级

北京教育出版社
文津出版社

责任编辑：吕心鹏 解重庆

图书在版编目 (CIP) 数据

数学奥林匹克竞赛标准教材. 八年级/数学奥林匹克竞赛编辑部编. —北京：文津出版社，2004

ISBN 7-80554-457-3

I. 数… II. 数… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 062484 号

数学奥林匹克竞赛标准教材

八年级

数学奥林匹克竞赛编辑部编

*

北京教育出版社
文津出版社

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码：100011

网 址：www.hph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

北京奥林文化艺术中心经销

北京乾沣印刷有限公司印刷

*

880×1230 毫米 32 开本 9.25 印张 243 千字

2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-80554-457-3/G · 63

定价：11.00 元

前言

奥林匹克知识竞赛是国内外著名的高水平知识竞赛。

自改革开放以来，奥林匹克知识竞赛传入我国，在全国各地广泛开展。近年来，各地的奥校、奥班更如雨后春笋，层出不穷，市场上各类辅导读物、练习卷、教材更是名目繁多、良莠不齐。

为使广大读者能够获得真正科学、规范的奥林匹克教材和相应的试卷及辅导读物，使众多学子能够真正学习到科学、规范的奥林匹克各学科知识，我们特约请我国奥林匹克知识竞赛最早的倡议者、潜心于此事业的各学科专家以及长年从事奥林匹克知识教学的优秀教练员组成“数学奥林匹克竞赛编辑部”和“数学奥林匹克竞赛专家委员会”，双方通力合作，编写了这套《数学奥林匹克竞赛标准教材》系列丛书。

本丛书的编写遵循了以下几条基本的科学原则：

- 一、它遵循了奥林匹克知识竞赛所一贯提倡和推行的科学、严密、规范的基本原则；
- 二、它涵盖了国家教育部新课程标准所规定的各年级、各主要学科的全部知识内容；
- 三、它在涵盖新课标内容的基础上，科学地加宽、扩大了知识内容；
- 四、它在加宽、扩大各学科知识内容的基础上，科学地加深、加难了知识内容；
- 五、它在各学科例题遴选上以我国各地奥赛经验为基础，向国际奥林匹克知识竞赛课程靠拢；

六、它在各学科知识论述上深入浅出，清晰透彻，以便于读者自学。

本丛书在体例编排上力求务实、高效，使读者能用较短的时间获得较高的学习成绩，同时本丛书偏重于开拓解题思路和解题技巧，使读者通过本丛书的学习和训练，找到规律性的东西，从而达到举一反三的目的，并进而提高其整体素质。

集百花于一枝，汇群芳于一卷，是我们多年的夙愿。本丛书汇集和渗透了初高中各学科专家和奥校优秀教练员多年教学经验和成果，特别是解题思路和方法，是他们多年教学经验的结晶，我们为能有这样高水平的专家、学者加盟这套丛书的撰写感到振奋和骄傲，同时这也是广大中学生的幸事。由于我们水平有限、加之时间仓促，在编辑成书过程中难免会存在一些缺陷和遗漏，恳请广大读者和有关专家学者提出宝贵意见，以使本丛书成为广大读者喜爱的一套有益的书籍。

参加本书的编写人员有：乔家瑞 高尔柳 区仁达 村口等

数学奥林匹克竞赛编辑部

2004年5月



使用说明

本教材经过一年多的紧张撰写，终于付梓了。为了更好地发挥本教材的作用，我们提出下面建议，以供同学们参考：

一、何时使用本书

本教材是按国家教育部 2000 年春季颁布的最新《九年义务教育教学大纲》（修订版）所规定的初中各年级数学知识内容，在进一步体现 2001 年教育部颁发实施的“新课程标准”精神的基础上，按教学大纲顺序编写的，并以教科书中的章为编写单位，每章都是由下述三部分内容组成的：

1. 课内知识的总结、概括；
2. 课内知识的延伸、拓广；
3. 课外知识的选讲。

例如，第一册第五单元“二元一次方程组”中，利用换元法解一次方程组、解一次方程组的相反问题、与一次方程组有关的综合题等内容属于课内知识的总结、概括；待定系数法的简单应用、应用题选解等内容属于课内知识的延伸、拓广；而行列式浅说、一次不定方程则属于课外知识选讲。

显而易见，同学们在课堂上学习到哪个章节，就可以选读本教材中的相应内容。学习有困难的同学，应集中精力学习课内知识的总结、概括部分的内容，以便扫清学习中的障碍，迅速提高学习成绩；学习成绩较好的同学可选读课内知识的总结、概括及延伸、拓广两部分内容，从而在学习知识的同时，不断地改进学习方式及学习方法，逐步领略并掌握科学的思维方法；有余力的同学还可以进

一步学习一部分课外知识，以便开扩眼界；参加数学奥林匹克学习的同学，还应精读课外知识选讲部分，掌握课外知识的精髓及与课内知识的内在联系，以避免参加课外学习走过场的不良倾向。

二、怎样使用本书

1. 聘请家庭教师辅导的同学，可要求辅导老师按本教材的相关内容辅导，以加强针对性，避免盲目性，使掌握知识和提高能力并重，从而提高家庭辅导的效果。

2. 多数同学是通过自学，系统地掌握本教材的相关内容，开始自学时会遇到重重困难，最大的困难就是读不懂、读得慢。解决这个问题的灵丹妙药就是“坚持”，只有持之以恒才能逐渐读懂一些，读得快一些。再坚持一段时间就会产生飞跃，出现喜人的效果，达到读得懂、读得快的境界。

在自学过程中，要注意：

(1) 先分段阅读，再整体阅读。主要明确新知识有哪些，并列出简单的提要；新知识与课内哪些知识有联系，并归纳出主要的联系内容；新知识中有哪些疑难问题。

(2) 在认真阅读的基础上，应深钻细研、分析综合、抽象归纳，重点解决以下三个问题：新知识产生的背景；新知识的本质特征；使用新知识的方法，力求全面掌握新知识，把书本上的知识转化成为自己的知识。

(3) 在把每章的内容学完之后，要演练一定数量的题目，并着重总结知识间的纵横关系，知识中所蕴涵的数学思想和方法，要尝试从更高的思维起点，更多的思维指向去认识课内所学习的知识，要学习用写“专题”的方法进行对比、归纳。

通过自学一章的内容后，要及时地总结自学方法、考查自学效果。

“理想的书籍是智慧的钥匙”，我们希望本教材能使同学们“学会”并“会学”，掌握开启知识宝库的金钥匙。

数学奥林匹克竞赛编辑部

2004年5月



代数部分

第八章 因式分解 (2)

§ 8.1 数学思想方法在因式分解中的运用 (2)

一、换元法 (2)

二、配方法 (4)

§ 8.2 用多种方法分解因式 (5)

§ 8.3 特殊多项式的因式分解 (10)

一、用双十字相乘法分解多项式 (10)

二、对称式、交代式和轮换式的因式分解 (13)

§ 8.4 因式分解的应用 (18)

一、求值 (18)

二、有关整除问题 (19)

三、有关奇偶性问题 (20)

四、有关质数与合数的问题 (21)

五、有关完全平方数的问题 (22)

§ 8.5 容斥原理 (23)

第九章 分 式 (34)

§ 9.1 分式运算中的常用技巧 (34)

	一、分式加减法运算中的常用技巧	(34)
	二、分式混合运算中的常用技巧	(37)
§ 9.2	列分式方程(组)解应用题	(40)
§ 9.3	消去法	(46)
	一、消去法的常用技巧	(47)
	二、消去法的两个特殊技巧	(52)
§ 9.4	含有字母系数的一次方程和一次方程组	(58)
	一、含有字母系数的一元一次方程	(58)
	二、含有字母系数的分式方程	(61)
	三、含字母系数的二元一次方程组	(63)
§ 9.5	同余式	(65)
	一、同余的定义	(65)
	二、同余式的性质	(66)
	三、同余式的性质的简单应用	(67)

第十章 数的开方

§ 10.1	用反证法证明一个实数是无理数	(79)
§ 10.2	非负数及其应用	(81)
	一、非负数的意义	(81)
	二、非负数的形式	(82)
	三、非负数的常用性质	(82)
	四、非负数的应用	(82)
§ 10.3	二进制	(89)

第十一章 二次根式

§ 11.1	绝对值和算术根	(101)
	一、绝对值	(101)
	二、算术根	(108)
§ 11.2	二次根式变形的常用技巧	(111)
	一、巧用乘法公式	(111)

二、熟练掌握变形的工具——因式分解	(112)
三、分母有理化的方法步骤	(113)
§ 11.3 与根式有关的求值题	(114)
一、求分式的值时，而字母的值是根式	(115)
二、求值式是根式，字母的值是有理数或求值式及 字母的值都是以根式的形式给出	(117)
§ 11.4 恒等式和条件等式的证明方法	(119)
一、恒等式的证明方法	(119)
二、条件等式的证明方法	(123)
§ 11.5 二次根式的综合运用	(127)
一、二重根式的化简	(127)
二、根式的比较大小	(130)
三、条件求值与条件等式的证明	(131)
§ 11.6 新兴的阅读理解题	(133)
一、判断概括型	(133)
二、迁移应用型	(138)
三、创新探索型	(141)

几何部分

第三章 三角形	(160)
§ 3.1 三角形内角和定理的灵活运用	(160)
一、变形使用三角形内角和定理求角	(160)
二、结合证明三角形全等求角	(162)
三、结合特殊三角形的性质求角	(163)
四、求角的取值范围	(165)
§ 3.2 证明三角形全等的思维方法	(166)
一、直接用全等三角形的判定定理和性质定理证明 两条线段相等或两个角相等	(166)

二、如果要证明相等的两条线段或两个角所在的三角形全等的条件不充分时	(168)
三、如果现有图形中的任何两个三角形之间不存在全等关系,此时应添置辅助线	(170)
§ 3.3 三角形中的不等关系	(171)
一、证明三角形中不等关系的常用定理	(171)
二、三角形中不等关系证明的基本思路	(172)
三、三角形中不等关系证明的常用方法	(174)
§ 3.4 勾股定理及其逆定理的应用	(179)
一、利用勾股定理的逆定理判定一个三角形是直角三角形	(180)
二、利用勾股定理进行计算	(181)
三、勾股定理在线段平方的和、差等式证明中的应用	(182)
§ 3.5 勾股数	(184)
一、勾股数和基本勾股数组	(185)
二、基本勾股数组的性质	(185)
三、简单应用	(188)

第四章 四边形 (203)

§ 4.1 矩形的折叠	(203)
§ 4.2 用旋转变换考察正方形内辅助线的添置	(206)
§ 4.3 有关梯形的计算与证明	(208)
一、梯形内辅助线的添置	(208)
二、梯形中位线的应用	(211)
三、有关梯形的计算	(213)
§ 4.4 线段或角的和、差、倍、分的证明	(215)
一、加倍法或折半法	(215)
二、截长补短法	(218)
§ 4.5 几何图形中简单的最大值和最小值问题	(222)

第五章 相似形 (238)

§ 5.1 三角形内角平分线性质的应用 (238)

§ 5.2 有关相似三角形证明的一题多解 (241)

§ 5.3 利用相似三角形证明线段相等 (246)

一、利用几何图形的性质证明 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 中的 $\frac{c}{d} = k$ (常数), 则从 $\frac{a}{b} = k$ 证明 $a = b$ 或证明其他线

段相等 (246)

二、利用下述比例性质, 证明线段相等 (247)

三、通过证明三角形相似为证明三角形全等创造
条件 (249)

§ 5.4 有关三角形内接矩形的计算 (250)

§ 5.5 基本图形及其应用 (251)

一、基本图形的意义 (251)

二、双垂图形的应用 (252)

三、双垂图形的推广 (258)

§ 5.6 等积变换 (260)

一、等高(等底)的两个三角形面积之比等于对应
底边(对应高)的比. (260)二、同底的两个三角形面积之比等于第三顶点连线
被公底所截线段的比. (260)

三、相似三角形面积之比等于相似比的平方 (260)

§ 5.7 客观题解法例说 (263)

代数部分

4298

第八章 因式分解

§ 8.1 数学思想方法在因式分解中的运用

因式分解是所学过的运算律、指数律、符号法则及乘法公式等知识的综合运用,它集中了许多重要的数学思想和数学方法,现在我们着重说明换元法、配方法在因式分解中的运用.

因式分解: factoring;
factorization

一 换元法

换元法的实质就是通过更换变量的方法,把一个复杂问题转化成若干个简单问题,只要把这些简单问题一一加以解决,就可以使复杂问题得到解决.在因式分解中使用换元法,可以化难为易,并且能够开拓思路.

例 1 分解因式 $(x^2-5x+7)(x^2-5x+5)+1$.

解: 设 $\frac{1}{2}[(x^2-5x+7)+(x^2-5x+5)]$
 $=x^2-5x+6=A,$

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= (x^2 - 5x + 6 + 1) \cdot \\ & (x^2 - 5x + 6 - 1) + 1 = (A + 1) \cdot (A \\ & - 1) + 1 = A^2 = (x^2 - 5x + 6)^2 = (x \\ & - 2)^2(x - 3)^2.\end{aligned}$$

说明:

本题可以选择 $x^2 - 5x$, $x^2 - 5x + 5$, $x^2 - 5x + 6$ 等式子做辅助元, 但以取两个代数式 $x^2 - 5x + 7$ 和 $x^2 - 5x + 5$ 的平均数 $x^2 - 5x + 6$ 为辅助元最为简便.

例 2 分解因式 $(xy - 1)^2 + (x + y - 2)(x + y - 2xy)$.

解法 1: 设 $x + y = A$, $xy = B$.

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= (B - 1)^2 + (A - 2) \\ & (A - 2B) = (B - 1)^2 + A^2 - 2A - \\ & 2AB + 4B = (B + 1)^2 - 2A(B + 1) + \\ & A^2 = (B + 1 - A)^2 = (xy + 1 - x - \\ & y)^2 = (x - 1)^2(y - 1)^2;\end{aligned}$$

解法 2: 设 $x + y - 2 = A$, $xy - 1 = B$, 则 $x + y - 2xy = x + y - 2 + 2 - 2xy = x + y - 2 - 2(xy - 1) = A - 2B$.

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= B^2 + A(A - 2B) = \\ & (B - A)^2 = (xy - 1 - x - y + 2)^2 = \\ & (x - 1)^2(y - 1)^2.\end{aligned}$$

说明 使用换元法的关键是选择辅助元, 例 1 和例 2 的原式可以看作由一些式子重复出现构成的, 从而就可以把这些重复出现的式子做为辅助元. 但题目的结构可以有不同的组合方式, 因此选择辅助元也有多种方法. 当辅助元较为复杂时, 所转化的式子就较简单.

例 3 分解因式 $4(2x^2 - x + 1)(x^2 - 2x + 3) - (3x^2 - 3x + 4)^2$.

解: 由 $(2x^2 - x + 1) + (x^2 - 2x + 3) = 3x^2 - 3x + 4$, 因此可设 $2x^2 - x + 1 = A$, $x^2 - 2x + 3 = B$, 则 $3x^2 - 3x + 4 = A + B$.

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式} &= 4AB - (A + B)^2 = -(A - B)^2 = -(x^2 + x - 2)^2 \\ &= -(x - 1)^2(x + 2)^2.\end{aligned}$$

练一练:

(1) 分解因式

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24;$$

(2) 分解因式

$$(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 6) + 4x^2.$$

答案:

$$(1) x(x + 5)(x^2 + 5x + 10);$$

$$(2) (x^2 - 3x - 6)^2.$$

二 配方法

配方法是数学中一种重要的解题方法,许多问题都要借助这种方法才能得到解决.使用配方法的关键是利用 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 进行配方.

例 1 分解因式 $x^2 - 120x + 3456$.

分析 由于常数项数字较大,使用十字相乘法分解时,需要试验多次,因此采用对 $x^2 - 120x$ 进行配方较为方便.

解: $x^2 - 120x + 3456 = x^2 - 120x + 3600 - 3600 + 3456 = x^2 - 120x + 3600 - 144 = (x - 60)^2 - 144 = (x - 60 + 12)(x - 60 - 12) = (x - 48)(x - 72)$.

例 2 分解因式 $a^2 - 8ax - 40xy - 25y^2$.

分析 可以考虑对 $a^2 - 8ax$ 进行配方.

解: 原式 $= a^2 - 8ax + 16x^2 - 16x^2 - 40xy - 25y^2 = (a - 4x)^2 - (4x + 5y)^2 = (a - 4x + 4x + 5y)(a - 4x - 4x - 5y) = (a + 5y)(a - 8x - 5y)$.

例 3 分解因式 $4x^2 - 4xy - 3y^2 - 4x + 10y - 3$.

解: 将原式看作是关于 x 的二次三项式.

$\therefore$ 原式 $= 4x^2 - 4(y+1)x - 3y^2 + 10y - 3$. 对 $4x^2 - 4(y+1)x$ 进行配方.

$\therefore$ 原式 $= 4x^2 - 4(y+1)x + (y+1)^2 - (y+1)^2 - 3y^2 + 10y - 3 = (2x - y - 1)^2 - 4y^2 + 8y - 4 = (2x - y - 1)^2 - 4(y-1)^2 = (2x + y - 3)(2x - 3y + 1)$.

例 4 分解因式 $x^4 - 11x^2 + 1$.

分析 如果从 $x^4 - 11x^2$ 配常数项,则在有理数范围内不能完成

练一练:

- (1) 分解因式 $4x^4 + 1$;
- (2) 分解因式 $a^4 - 3a^2 + 1$;
- (3) 分解因式 $b^4 + 2b^2c^2 + 9c^4$.

答案:

- (1) $(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$;
- (2) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a - 1)$;
- (3) $(b^2 - 2bc + 3c^2)(b^2 + 2bc + 3c^2)$.

分解, 所以应对 x^4+1 进行配方分解.

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= x^4 - 2x^2 + 1 + 2x^2 - 11x^2 = (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\ &= (x^2 + 3x - 1)(x^2 - 3x - 1).\end{aligned}$$

§ 8.2 用多种方法分解因式

用多种方法分解因式可以更好地提高选择公式及其顺序的能力, 可以更有效地掌握分解因式的技巧.

例 1 分解因式 $a^6 - b^6$.

$$\begin{aligned}\text{解法 1: } a^6 - b^6 &= (a^2)^3 - (b^2)^3 \\ &= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2) \\ &= (a - b)(a + b)[(a^2 + b^2)^2 - a^2b^2] \\ &= (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法 2: } a^6 - b^6 &= (a^3)^2 - (b^3)^2 \\ &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2).\end{aligned}$$

说明 在上述两种方法中, 解法 1 是先使用立方差公式分解, 再继续分解时, 则需拆项和配方, 十分不便; 而解法 2 则是先使用平方差公式分解, 继而再用立方和及立方差公式顺利完成分解.

在选择公式分解因式时, 应注意选择使用公式的顺序. 本题是先使用次数低的公式分解, 多项式的次数反而降低迅速, 从而避免了拆项及配方.

提示:

本题使用了立方和与立方差公式:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

立方: cube