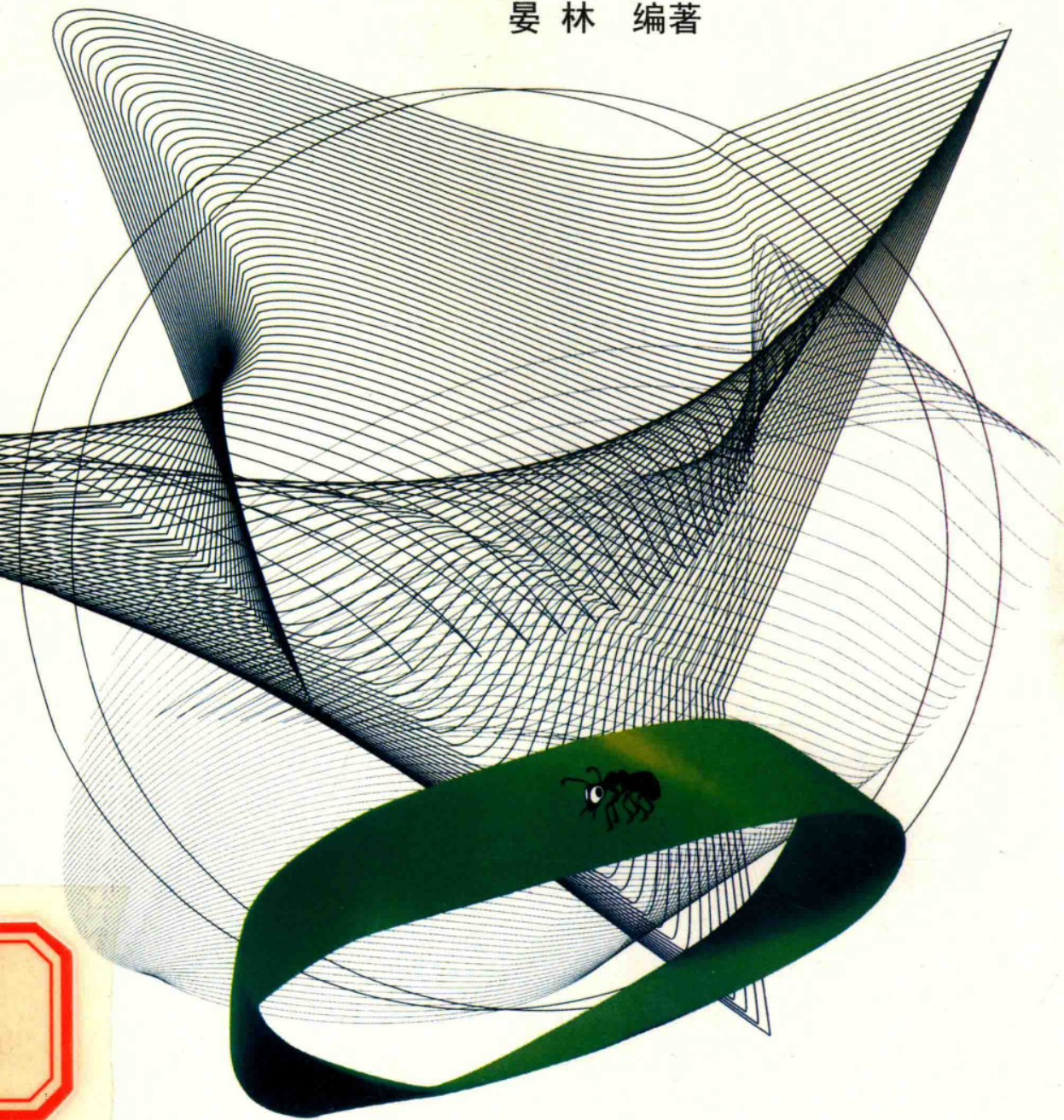


大专数学实验

晏林 编著



电子科技大学出版社

晏 林 编著

[illegible]

图书在版编目(CIP)数据

大专数学实验/晏林编著. —成都:电子科技大学出版社, 2003. 6

ISBN 7-81094-086-4

I. 大... II. 晏... III. ①数学模型—建立模型—高等学校—教学参考资料 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 074839 号

大专数学实验

晏 林 编 著

出 版:电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号)

责任编辑:万晓桐

发 行:电子科技大学出版社

印 刷:北京市朝教印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16 印张:6 字数:137 千字

版 次:2003 年 3 月第一版

印 次:2006 年 12 月第三次印刷

书 号:ISBN 7-81094-086-4/O·4

定 价:15.00 元

■版权所有 侵权必究■

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

前 言

当今社会已处在信息高度发达和高度综合的时代,高科技已在各学科中显示出越来越重要的作用,各学科之间又相互渗透,这种渗透又必须以数学理论和计算机技术为桥梁和纽带作用。这就要求我们建立与之联系的各种形式的数学模型,通过计算机程序加以解决。国内外对此问题早有所研究,在一些方面已有突破,且在各高校大学生中已引起了重视,许多高校已开设了数学实验和数学建模课程。

数学实验已成为大学数学课程的重要组成部分,一方面数学实验可以在数学教学中对学生加强“用数学”的教育,培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力;另一方面数学实验可以将数学教学与计算机应用有机地结合起来,培养学生进行数值计算与数据处理的能力;同时数学实验强调以学生为主,在教师指导下用学到的数学知识和计算机技术,选择合适的数学软件,分析、解决一些经过简化的实际问题,这将会激发学生学习数学的兴趣。

1994年起国家教委与中国工业与应用数学学会在全国高校开展大学生数学建模竞赛,近几年来,由于文山师范高等专科学校的重视,我校已有7个队21名学生分别参加了2000年、2001年、2002年全国大学生数学建模竞赛,并分别获得全国二等奖、全省一、二、三等奖的好成绩。文山师范高等专科学校还批准了由晏林副教授主持的科研立项课题“高等数学的实验性研究”,同时晏林副教授还自编教材对99级、2000级和2001级数学班开设了数学实验课程。本书就是在以上科研活动和教学实践的基础上编写而成的。

本书共分二部分,第一部分基础数学模型,共有7个实验。第二部分应用数学模型,共6个实验。书中以数学分析、高等代数和运筹学的基础知识为背景,以实际问题为载体,以数学软件Matlab和QBASIC为工具,将数学知识、数学模型与计算机运用三者有机地结合起来,逐步培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力。

本书可作为专科学生开设“数学实验”和“数学建模”课程的参考教材,也可作为本科学生和有关科技人员利用计算机软件研究数学的参考书。

由于数学实验课程尚处于摸索阶段,加之编者的水平所限,书中难免会存在一些疏漏和谬误,恳请专家和读者给予批评和指正,更希望在开设数学实验课的实践中,能够相互交流经验,使这种有意义的尝试能够更加完善。

在本书的编写过程中,得到了林毓材教授、向国富教授的热情支持和悉心指导,张志明副教授、邓家荣副教授和廖军老师还对本书的初稿进行了仔细的审阅,并提出了许多中肯的建议,对他们所给予的鼓励与帮助致以衷心的感谢,还要感谢参加数学实验和数学建模竞赛的同学们,正是他们积极参与的精神给了编者极大的鼓励。

本书还参考了较多的参考文献,列举在后,以表谢意。

编 者
2003年3月

目 录

第一部分 基础数学模型	1
实验一 矩阵的基本运算	1
实验2 矩阵初等变换及向量组的线性相关性	7
实验3 矩阵的分块求逆及解线性方程组	13
实验4 函数的图形显示(Matlab)	20
实验5 微积分基本运算	25
实验6 数据的曲线拟合 (MATLAB)	30
实验7 多项式求解及非线性方程求解	38
第二部分 应用数学模型	48
实验8 线性规划	48
实验9 最短路线模型	57
实验10 资源分配模型	66
实验11 整数线性规划	72
实验12 差分方程	78
实验13 最佳时机模型	84
参考文献	90

第一部分 基础数学模型

实验一 矩阵的基本运算

(Matlab)

一、问题

已知矩阵 A,B,b 如下:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & 1 & -9 & 10 \\ 6 & 5 & 0 & 7 & 4 & -16 \\ 1 & -4 & 7 & -1 & 6 & -8 \\ 2 & -4 & 5 & -6 & 12 & -8 \\ -3 & 6 & -7 & 8 & -1 & 1 \\ 8 & -4 & 9 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 & -3 & 2 \\ 7 & 9 & 16 & -5 & 8 & -7 \\ 8 & 11 & 20 & 1 & 5 & 5 \\ 10 & 15 & 28 & 13 & -1 & 9 \\ 12 & 19 & 36 & 25 & -7 & 23 \\ 2 & 4 & 6 & -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$b=[1\ 3\ 5\ 7\ 9\ 11]$ 。

应用 Matlab 软件进行矩阵的输入及各种基本运算。

二、实验目的

熟悉 Matlab 软件中关于矩阵运算的各种命令。

三、预备知识

线性代数中的矩阵运算。

本实验所用 Matlab 命令提示:

矩阵的输入格式: $A=[a_{11}\ a_{12};a_{21}\ a_{22}]$; b =初始值:步长:终值;

求 A 的转置: A' ;

求 A 加 B: $A+B$;

求 A 减 B: $A-B$;

求数 k 乘以 B: $k*B$;

求 A 乘以 B: $A*B$;

求 A 的行列式: $\det(A)$;

求 A 的秩: rank(A);

求 A 的逆: inv(A)或(A)^(-1);

(10) 设 A 是可逆矩阵, $AX=B$ 的解是 A 左除 B, 即 $X=A\backslash B$ (当 B 为列向量时, 得到方程组的解);

(11) 设 A 是可逆矩阵, $XA=B$ 的解是 A 右除 B, 即 $X=B/A$;

(12) 求 A 的特征值: eig(A);

(13) 求 A 的特征向量矩阵 X 及对角阵 D[X, D]=eig(A);

(14) 方阵 A 的 n 次幂: A^n;

(15) A 与 B 的对应元素相乘, 即 A 与 B 的 Hadamard 积: A.*B;

(16) 存储工作空间变量: Save '文件名' '变量名';

(17) 列出工作空间所有变量: whos;

四、实验内容与要求

1. 输入矩阵 A, B, b;

作 $x21=A'$, $x22=A+B$, $x23=A-B$, $x24=A*B$;

作 $x31=\det(A)$, $x32=\det(B)$;

作 $x41=\text{rank}(A)$, $x42=\text{rank}(B)$;

作 $x5=A^{-1}=\text{inv}(A)$;

求满足矩阵方程: $XA=C$ 的解矩阵 x6, 其中 C 为 A 的第 i 列乘以列标 i 所得的矩阵,

求满足方程组: $AX=b$ 的解向量 x7;

作 x8 为 x6 的特征值向量; 求 x6 的特征向量组 X 及对角阵 D;

作 $x9=B^2(A^{-1})^2$,

存储工作空间变量: A, B

五、实验过程 (计算过程和计算结果)

符号 “>>” 表示 Matlab 工作空间命令提示行

>> A=[3 4 -1 1 -9 10; 6 5 0 7 4 -16; 1 -4 7 -1 6 -8; 2 -4 5 -6 12 -8; -3 6 -7 8 -1 1; 8 -4 9 1 3 0]

A =

3	4	-1	1	-9	10
6	5	0	7	4	-16
1	-4	7	-1	6	-8
2	-4	5	-6	12	-8
-3	6	-7	8	-1	1
8	-4	9	1	3	0

>> B=[1 2 4 6 -3 2; 7 9 16 -5 8 -7; 8 11 20 1 5 5; 10 15 28 13 -1 9; 12 19 36 25 -7 23; 2 4 6 -3 0

5]

B =

1	2	4	6	-3	2
7	9	16	-5	8	-7
8	11	20	1	5	5
10	15	28	13	-1	9
12	19	36	25	-7	23
2	4	6	-3	0	5

» b=1:2:11

b =

1	3	5	7	9	11
---	---	---	---	---	----

» x21=A'

x21 =

3	6	1	2	-3	8
4	5	-4	-4	6	-4
-1	0	7	5	-7	9
1	7	-1	-6	8	1
-9	4	6	12	-1	3
10	-16	-8	-8	1	0

» x22=A+B

x22 =

4	6	3	7	-12	12
13	14	16	2	12	-23
9	7	27	0	11	-3
12	11	33	7	11	1
9	25	29	33	-8	24
10	0	15	-2	3	5

» x23=A-B

x23 =

2	2	-5	-5	-6	8
-1	-4	-16	12	-4	-9
-7	-15	-13	-2	1	-13
-8	-19	-23	-19	13	-17
-15	-13	-43	-17	6	-22
6	-8	3	4	3	-5

» x24=A*B

x24 =

-55	-85	-180	-245	80	-175
127	174	348	250	-13	52

75	110	220	194	-41	154
82	129	260	283	-91	239
53	76	138	21	21	-29
98	151	284	165	-33	167

```
» x31=det(A)
```

```
x31 =
```

```
245295
```

此式说明矩阵 A 为可逆矩阵。

```
» x32=det(B)
```

```
x32 =
```

```
0
```

此式说明矩阵 B 为不可逆矩阵。

```
» x41=rank(A)
```

```
x41 =
```

```
6
```

此式说明矩阵 A 为可逆矩阵。

```
» x42=rank(B)
```

```
x42 =
```

```
4
```

此式说明矩阵 B 为不可逆矩阵。

```
» x5=inv(A)
```

```
x5 =
```

-0.0737	0.0604	-0.2297	0.0067	-0.0804	0.1042
0.3142	0.0036	0.2408	0.1605	0.1259	-0.1436
0.2099	-0.0395	0.3155	0.0364	0.0834	-0.0663
-0.0827	-0.0123	0.0088	-0.0777	0.0779	0.0878
0.0134	-0.0335	-0.0159	0.1129	0.1061	0.0337
0.0377	-0.0525	-0.0110	0.0469	0.0698	0.0411

```
» for i=1 : 6
```

```
» c(:,i)=i*A(:,i); %矩阵的第 i 列
```

```
» end
```

```
» c
```

```
c =
```

3	8	-3	4	-45	60
6	10	0	28	20	-96
1	-8	21	-4	30	-48
2	-8	15	-24	60	-48
-3	12	-21	32	-5	6
8	-8	27	4	15	0

```
» x6=c/A
```

```
x6 =
```

2.9937	-1.3602	0.3790	-1.3862	0.2409	0.6621
-2.9686	4.4209	-2.0166	-2.7720	-1.6217	-1.6197
0.7423	0.7632	4.4879	0.9367	0.1844	-1.4517
1.4636	0.3018	1.7126	5.6670	1.2292	-1.6950
-2.9029	0.1517	-2.7542	-1.6300	2.3827	2.2451
2.4342	-1.1655	4.5517	1.1351	2.5048	1.0478

» x7=A\b'

x7 =

-0.5714
2.2062
1.9446
1.0471
1.9493
1.2331

» x8=eig(x6)

x8 =

1.0000
6.0000
2.0000
4.0000
3.0000
5.0000

» [x,D]=eig(x6)

x =

0.2705	-0.4541	-0.3578	-0.0811	-0.0698	-0.5313
0.5410	0.7265	-0.4472	-0.5678	0.0000	0.2361
0.0902	0.3633	0.3578	0.0811	0.4889	0.3542
0.1803	0.3633	0.3578	0.4867	0.3492	0.7083
-0.2705	-0.0454	-0.5367	-0.6489	-0.4889	-0.0590
0.7213	0.0000	0.3578	-0.0811	0.6286	0.1771

D =

1.0000	0	0	0	0	0
0	6.0000	0	0	0	0
0	0	2.0000	0	0	0
0	0	0	4.0000	0	0
0	0	0	0	3.0000	0
0	0	0	0	0	5.0000

» inv(x)*x6*x

ans =

1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0
0	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	4.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.0000

此式说明矩阵 x6 可对角化, 过渡矩阵为 x, 满足 $x^{-1}(x6)x=D$

》 x9=B^2*(A^(-1))^2

x9 =

4.8329	1.1095	4.3899	2.1612	3.5801	6.1010
16.7262	1.3541	15.0714	9.5847	13.0914	18.5071
22.0322	3.1761	19.5899	11.9050	17.4229	27.6293
31.6981	5.3951	28.3698	16.2275	24.5831	39.8312
41.8370	8.3265	37.2783	20.7091	32.4948	55.0544
2.1785	1.3564	1.8128	0.6693	2.2719	5.5885

》 save ex1 A B %存储实验 1 工作空间变量 A B 到文件 ex1.mat 中

实验2 矩阵初等变换及向量组的线性相关性

(Matlab)

一、问题

调用实验1(矩阵的基本运算)中的矩阵A, B, 作各种矩阵的变化, 初等变换, 并研究其行(列)向量组的正交性及线性相关性。

二、实验目的

学会使用 Matlab 软件构造已知矩阵对应的行(列)向量组、子矩阵及扩展矩阵, 实施矩阵的初等变换及线性无关向量组的正交规范化, 确定线性相关向量组的一个极大线性无关组, 且将其余向量用极大线性无关组线性表示, 并能编辑 M 文件来完成所有的实验题目。

三、预备知识

1. 线性代数中矩阵及其初等变换, 向量组的线性相关性等知识。
2. Matlab 软件的相关命令提示如下:
 - (1) 选择 A 的第 i 行作一个行向量: $a_i = A(i, :)$;
 - (2) 选择 A 的第 j 列作一个列向量: $a_j = A(:, j)$;
 - (3) 选择 A 的某几行, 某几列上的交叉元素作 A 的子矩阵:
A (起始行: 步长: 终行, 起始列: 步长: 终列); 当步长为 1 时, 可省略。
 - (4) n 阶单位阵: $\text{eye}(n)$; n 阶零矩阵: $\text{zeros}(n)$;
 - (5) 取 A 的某些列作成 A 的子矩阵。
 - (6) 将非奇异矩阵 A 正交规范化: $\text{orth}(A)$; 验证 A 是否为正交矩阵, 只需作 $A \cdot A'$ 看是否为单位矩阵。
 - (7) 两个行向量 a_1 与 a_2 的向积为: $a_1 \cdot a_2'$;
 - (8) 让 A 的第 i 行与第 j 行互换可用赋值语句:
 $A([i, j], :) = A([j, i], :)$;
 - (9) k 乘以 A 的第 i 行可用赋值语句:
 $A(i, :) = k \cdot A(i, :)$;
 - (10) A 的第 i 行加上第 j 行的 k 倍可用赋值语句:
 $A(i, :) = A(i, :) + k \cdot A(j, :)$;
 - (11) 求列向量组 A 的一个极大线性无关组可用命令: $\text{rref}(A)$ 将 A 化成阶梯形的最简形式, 其中单位向量对应的列向量即为极大线性无关向量组所含向量, 其它列向量坐标即为其对应向量用极大线性无关向量组线性表示的系数。

四、实验内容与要求

1. 调出实验 1 中的矩阵 A、B
2. 作出 A 的行向量组: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$;
3. 作出 B 的列向量组: $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$;
4. 由 A 的 1, 3, 5 行, 2, 3, 4 列交叉点上的元素作为子矩阵 A_3 ;
5. 作一个 12 阶矩阵 A_4 , 其分块形式为 $A_4 = \begin{pmatrix} A & E \\ 0 & B \end{pmatrix}$;
6. 取 A 的第 2、4、5 列所成的子矩阵 A_5 ;
7. 将 A 对应的行向量组正交规范化为正交向量组 A_6 , 并验证所得的结果;

求 a_1 与 a_2 的内积 A_7 ;

完成以下初等变换: 将 A 的 1、4 行互换, 再将其第 3 列乘以 6, 再将其第一行的 10 倍加到第 5 行;

求 B 的列向量组的一个极大线性无关组, 并将其余向量用极大线性无关组表示。

五、实验过程:

创建 M 文件 ex2.m

```
load ex1 A B %调出文件 ex1 中的变量 A,B
```

```
a1=A(1,:)
```

```
a2=A(2,:)
```

```
a3=A(3,:)
```

```
a4=A(4,:)
```

```
a5=A(5,:)
```

```
a6=A(6,:)
```

```
b1=A(:,1)
```

```
b2=A(:,2)
```

```
b3=A(:,3)
```

```
b4=A(:,4)
```

```
b5=A(:,5)
```

```
b6=A(:,6)
```

```
A3=A(1:2:5,2:4)
```

```
A4=[A eye(6);zeros(6) B]
```

```
A5=[b2 b4 b5] %取 A 的第 2、4、5 列所成的子矩阵
```

```
A6=orth(A) %满足  $A6^*A=I$ 
```

```
A7=a1*a2'
```

```
A8=A
```



```

A8([1,4,:])=A([4,1,:])    %将 A 的 1、4 行互换
A8(:,3)=6*A8(:,3)          %将 A8 第 3 列乘以 6
A8(5,:)=A8(5,:)+10*A8(1,:) %将 A8 第一行的 10 倍加到第 5 行
A9=rref(B)

```

1. 计算结果

```
>> ex2
```

```
a1 =
```

```
3 4 -1 1 -9 10
```

```
a2 =
```

```
6 5 0 7 4 -16
```

```
a3 =
```

```
1 -4 7 -1 6 -8
```

```
a4 =
```

```
2 -4 5 -6 12 -8
```

```
a5 =
```

```
-3 6 -7 8 -1 1
```

```
a6 =
```

```
8 -4 9 1 3 0
```

```
b1 =
```

```
3 5 0 7 8 -16
```

```
6 4 7 -1 6 -8
```

```
1 -4 5 -6 12 -8
```

```
2 0 -7 8 -1 1
```

```
-3 4 9 1 3 0
```

```
8
```

```
b2 =
```

```
4 3 0 7 4 -16
```

```
5 4 7 -1 6 -8
```

```
-4 0 1 0 0 0
```

```
-4 0 1 0 0 0
```

```
b3 =
```

```
-1 0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0 0
```

```
7 0 0 0 0 0
```

```
5 0 0 0 0 0
```

```
-7 0 0 0 0 0
```

```
9 0 0 0 0 0
```

```
b4 =
```

```
3 5 0 7 4 -16
```

```
6 4 7 -1 6 -8
```

```
1 -4 5 -6 12 -8
```

```
2 0 -7 8 -1 1
```

```
-3 4 9 1 3 0
```

```
8
```

```

1
7
-1
-6
8
1
b5 =
-9
4
6
12
-1
3
b6 =
10
-16
-8
-8
1
0
A3 = ex1.A3
A1 = 4 1 -1 1
A2 = 4 7 -1
A3 = 6 -7 8
A4 =
3 4 -1 1 -9 10 1 0 0 0 0 0
6 5 0 7 4 -16 0 1 0 0 0 0
1 -4 7 -1 6 -8 0 0 1 0 0 0
2 -4 5 -6 12 -8 0 0 0 1 0 0
-3 6 -7 8 -1 1 0 0 0 0 1 0
8 -4 9 1 3 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 1 2 4 6 -3 2
0 0 0 0 0 0 7 9 16 -5 8 -7
0 0 0 0 0 0 8 11 20 1 5 5
0 0 0 0 0 0 10 15 28 13 -1 9
0 0 0 0 0 0 12 19 36 25 -7 23
0 0 0 0 0 0 2 4 6 -3 0 5
A5 =
4 1 -9

```

```

5      7      4
-4     -1      6
-4     -6     12
6      8     -1
-4      1      3

```

A6=

```

-0.4418  -0.0803   0.5152  -0.2589  -0.3516   0.5851
 0.4496   0.7388   0.3591  -0.3326  -0.0847  -0.0734
 0.4356  -0.1080   0.0313   0.0864   0.5803   0.6734
 0.5509  -0.2315  -0.2774   0.0630  -0.7145   0.2270
-0.2176   0.5383  -0.1238   0.7469  -0.1450   0.2620
 0.2492  -0.3046   0.7158   0.5031  -0.0318  -0.2804

```

A7=

```

-151

```

A8=

```

3      4     -1      1     -9     10
6      5      0      7      4    -16
1     -4      7     -1      6     -8
2     -4      5     -6     12     -8
-3     6     -7      8     -1      1
8     -4      9      1      3      0

```

A8=

```

2     -4      5     -6     12     -8
6      5      0      7      4    -16
1     -4      7     -1      6     -8
3      4     -1      1     -9     10
-3     6     -7      8     -1      1
8     -4      9      1      3      0

```

A8=

```

2     -4     30     -6     12     -8
6      5      0      7      4    -16
1     -4     42     -1      6     -8
3      4     -6      1     -9     10
-3     6    -42      8     -1      1
8     -4     54      1      3      0

```

A8=

```

2     -4     30     -6     12     -8
6      5      0      7      4    -16
1     -4     42     -1      6     -8

```

3	4	-6	1	-9	10
17	-34	258	-52	119	-79
8	-4	54	1	3	0

A9 =

1.0000	0	0	-6.8000	6.2000	0
0	1.0000	0	-8.6000	1.4000	0
0	0	1.0000	7.5000	-3.0000	0
0	0	0	0	0	1.0000
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

上式说明: $A9 = \text{rref}(B)$, 令 $B = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6)$, 则 B 的列向量组的一个极大线性无关组为 b_1, b_2, b_3, b_6 , 且 $b_4 = -6.8b_1 - 8.62b_2 + 7.53b_3$, $b_5 = 6.2b_1 + 1.4b_2 - 3b_3$.