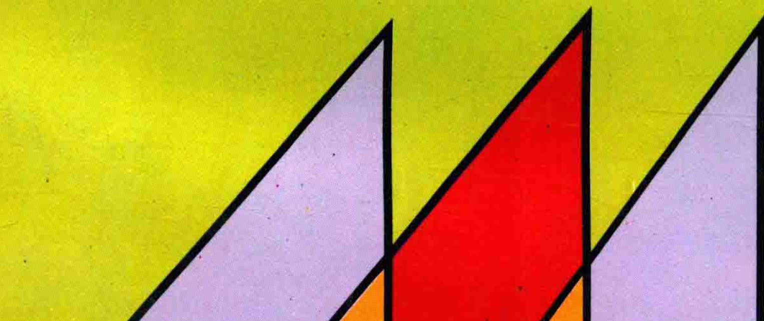
张广德 朱华伟 主编

湖北人民出版社

华罗庚金杯赛应试指南

——知识 方法 应用 训练



华罗庚金杯赛应试指南

——知识 方法 应用 训练

主编:张广德
编者:钱扆望 朱华伟 裴光亚
齐世荫 张京明 朱 晓
贺楚贵 李 强 潘文柱

湖北人民出版社

鄂新登字 01 号

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚金杯赛应试指南:知识·方法·应用·训练/张广德主编;钱展望等著.

武汉:湖北人民出版社,1994

ISBN 7—216—01505—3

Ⅰ.华…

Ⅱ.①张…②钱…

Ⅲ.数学—中学—课外读物

Ⅳ.G634.6—62

华罗庚金杯赛应试指南 张广德主编

—知识·方法·应用·训练 钱展望等著

出版:发行:湖北人民出版社

地址:武汉市解放大道新育村 33 号

邮编:430022

印刷:武汉市包装装璜厂

经销:新华书店湖北发行所

开本:850×1168 毫米 1/32

印张:12.75

字数:318 千字

插页:2

版次:1994 年 1● 月第 1 版

印次:1997 年 1 月第 2 次印刷

印数:7 001—15 050

定价:13.40 元

书号:ISBN 7—216—01505—3/G·417

目录

基础知识篇

方法原理篇

基础知识篇

一　速算与巧算(一)

同学们在解答数学题时，总希望做得又对又快。要达到这个目的必须多观察、多联想，注重选择有效的方法，灵活地运用知识，达到正确的速算及合理的巧算。

计算题是小学数学竞赛中的一个重要内容。它不仅要求同学们能够根据四则计算的法则以及四则混合运算的顺序进行正确计算，而且要求能运用运算定律和性质把较复杂的计算转化成简便的计算。同时，能根据数据特征，以及数与数之间的关系，运用一些特殊的技巧，达到化难为易，以简驭繁的目的。

这一讲，我们介绍整、小、分数四则运算的速算和巧算方法。

1　结合数的特点，巧妙运用定律、性质

例1　$1994\frac{1}{2}\times79+\frac{6}{25}\times790+244.9$

分析　如果按照算式中的运算顺序进行运算，势必太麻烦。当我们观察出：$\frac{6}{25}\times790=0.24\times79\times10=2.4\times79$，　$244.9=79\times3.1$时，本题运用乘法的结合律、分配律可以很快地算出结果。

解　$1994\frac{1}{2}\times79+\frac{6}{25}\times790+244.9$

$=1994.5\times79+0.24\times79\times10+3.1\times79$

$=1994.5\times79+2.4\times79+3.1\times79$

$=(1994.5+2.4+3.1)\times79$

$=2000\times79$

$=158000$

例 2 $\dfrac{1995\times(4.3\times87+4.4)}{4.4\times87-4.3}$

分析 观察分子和分母部分，可以发现分母部分：$4.4\times87-4.3=(4.3+0.1)\times87-4.3=4.3\times87+8.7-4.3=4.3\times87+4.4$。这样，再通过约分很快地算出结果。

解 $\dfrac{1995\times(4.3\times87+4.4)}{4.4\times87-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{(4.3+0.1)\times87-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{4.3\times87+8.7-4.3}$

$=1995\times\dfrac{4.3\times87+4.4}{4.3\times87+4.4}$

$=1995$

说明 类似的问题有：

(1) $1995+199.5+19.95$

(2) $\dfrac{1995^2-1995+1}{1995^2-1994\times1995+1994^2}$

(3) $99.99\times22.22+33\dfrac{33}{100}\times33\dfrac{34}{100}$

2 结合算式的特点，转化运算形式

例 3 $\dfrac{1.2\times2.4\times4.8+2\times4\times8+\dfrac{1}{13}\times\dfrac{2}{13}\times\dfrac{4}{13}}{1.2\times3.6\times10.8+2\times6\times18+\dfrac{1}{13}\times\dfrac{3}{13}\times\dfrac{9}{13}}$

分析 如果按照运算顺序分别算出分子和分母部分的结果，势必太麻烦了。观察算式的特点，分子部分三项的积都含有因数 $1\times2\times4$，分母部分三项的积都含有因数 $1\times3\times9$，这样转化分子部分的表示形式为：$1\times2\times4\times(1.2+2+\dfrac{1}{13})$，分母部分的表示形式为：$1\times3\times9\times(1.2+2+\dfrac{1}{13})$，这样，就可以很简便地算出结果来。

解：$\dfrac{1.2\times2.4\times4.8+2\times4\times8+\frac{1}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{4}{13}}{1.2\times3.6\times10.8+2\times6\times18+\frac{1}{13}\times\frac{3}{13}\times\frac{9}{13}}$

$=\dfrac{1.2^3\times1\times2\times4+2^3\times1\times2\times4+(\frac{1}{13})^3\times1\times2\times4}{1.2^3\times1\times3\times9+2^3\times1\times3\times9+(\frac{1}{13})^3\times1\times3\times9}$

$=\dfrac{1\times2\times4\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}{1\times3\times9\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}$

$=\dfrac{8}{27}$

例 4 $\dfrac{(1+17)\times(1+\frac{17}{2})\times(1+\frac{17}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{17}{19})}{(1+19)\times(1+\frac{19}{2})\times(1+\frac{19}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{19}{17})}$

分析 本题的分子、分母不能按照计算顺序逐个乘起来，比较观察可知，分子部分为：$18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\frac{21}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{19}=18\times19\times20\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{19}$，分母部分为：$20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{17}=20\times21\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{17}$，再通过约分可以简便地算出结果来。

解 $\dfrac{(1+17)\times(1+\frac{17}{2})\times(1+\frac{17}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{17}{19})}{(1+19)\times(1+\frac{19}{2})\times(1+\frac{19}{3})\times\cdots\cdots\times(1+\frac{19}{17})}$

$=\dfrac{18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{19}}{20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{36}{17}}$

$$=\frac{18\times19\times20\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{19}}{20\times21\times22\times\cdots\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\cdots\times\frac{1}{17}}$$

$$=18\times19\times\frac{1}{18}\times\frac{1}{19}$$

$$=1$$

说明 类似的问题有：

(1) $1995\times43134313-4313\times199519951995$

(2) $$\frac{1994+1994.1994+1994.19941994+1994.\underbrace{1994\cdots\cdots1994}_{100个“1994”}}{1995+1995.1995+1995.19951995+1995.\underbrace{1995\cdots\cdots1995}_{100个“1995”}}$$

(3) $(11-\frac{11}{36})+(9-\frac{11}{36}\times5)+(1-\frac{11}{36}\times3)+(5-\frac{11}{36}\times9)+(3-\frac{11}{36}\times7)+(7-\frac{11}{36}\times11)$

在解答计算题时，要学会观察算式中数及运算的特点，发现数与数之间的关系，灵活地运用知识。合理地调整运算的顺序，适当改变算式及数字的形式，结合运算定律、性质，使运算过程简化。

3 结合常用的数据和结果，改变运算策略

熟记常用的一些数据及运算结果，有利于正确、迅速地计算。下面的数据运算结果希望同学们能熟记。

$25\times4=100$，$125\times8=1000$，

$37\times3=111$，$7\times11\times13=1001$；

$11\times11=121$，

$111\times111=12321$，

$\underbrace{11\cdots\cdots1}_{9个“1”}\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{9个“1”}=12345678987654321$；

$123456789\times9=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{8个“1”}01$；

$1+2+3+\cdots\cdots+K-1+K+K-1+K-2+\cdots\cdots+2+1=K^2$（其中 K 为自然数）；

含有循环小数的运算，可把循环小数化为分数来计算，如 $0.\dot{0}\dot{1}+0.\dot{0}\dot{2}+\cdots\cdots+0.\dot{0}\dot{9}=\frac{1}{99}+\frac{2}{99}+\cdots\cdots+\frac{9}{99}$ 再算出结果来。如果是 $0.0\dot{1}+0.0\dot{2}+\cdots\cdots+0.0\dot{9}=\frac{1}{90}+\frac{2}{90}+\cdots\cdots+\frac{9}{90}$ 再算出结果。

例 5 37037×666666 的积中有几位数字是奇数？

分析 本题直接用乘法计算太麻烦，我们观察可知 37037×3＝111111，又知：666666＝111111×3×2，这样就可以很快地算出结果。

解 37037×666666

＝37037×3×111111×2

＝111111×111111×2

＝12345654321×2

＝24691308642

答 乘积中有 3 个数字是奇数。

说明 类似这样的问题有：

两个相同八位数 37037037，它们的积中各位数字和是多少？

4 结合运算公式，简化运算

例 6 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}+\frac{2}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1995}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}$

分析 观察可知分母是 1 的和为 1；分母是 2 的和为 2；分母是 3 的和为 3；……依次类推；分母是 1995 的和为 1995。这样，此题简化成求 1＋2＋3＋……＋1995 的和。

解 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}$

$$+\frac{2}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1995}{1995}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995}$$

$=1+2+3+4+\cdots\cdots+1995$

$=(1+1995)\times1995\div2$

$=998\times1995$

$=1991010$

例 7 $(1-\frac{1}{2^2})\times(1-\frac{1}{3^2})\times(1-\frac{1}{4^2})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{10^2})$

分析 观察可知：把每一项的 $1-\frac{1}{K^2}$(其中 K 为自然数)转化成乘法运算，就可以先约分，简化运算过程。

解 $(1-\frac{1}{2^2})\times(1-\frac{1}{3^2})\times(1-\frac{1}{4^2})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{10^2})$

$=(\frac{2\times2-1}{2\times2})\times(\frac{3\times3-1}{3\times3})\times(\frac{4\times4-1}{4\times4})\times\cdots\cdots\times(\frac{10\times10-1}{10\times10})$

$=\frac{1\times3}{2\times2}\times\frac{2\times4}{3\times3}\times\frac{3\times5}{4\times4}\times\cdots\cdots\times\frac{9\times11}{10\times10}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{11}{20}$

说明 像 $2\times2-1=1\times3$；$3\times3-1=2\times4$；$4\times4-1=3\times5$；……这样的结果可以先从简单情况入手，找到规律，然后可归纳成字母表示的公式，$a\times a-b\times b=(a+b)\times(a-b)$。

类似这样的问题有：

$(1+\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{4})\times(1+\frac{1}{16})$

(提示：添上 $1-\frac{1}{2}$ 再算)

5 结合数形关系，以简驭繁

在解答计算题时，有些题目数据形式非常整齐，隐含着一定的

规律。这时，可以从简单入手，采用尝试、猜想、代换等手段。发现解题的途径，达到以简驭繁的目的。

例 8 $\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}$

分析 从简单想起，$12\div3=4$；$1122\div33=34$；$111222\div333=334$；……采用不完全归纳，可以很快得出结果。由此 $\underbrace{111\cdots\cdots1}_{1995个“1”}$

$\underbrace{222\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}=\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1994个“3”}4$，

下面介绍另一种解法。

解 $\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1995个“3”}$

$=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div(3\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”})=\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\underbrace{22\cdots\cdots2}_{1995个“2”}\div$

$\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1995个“1”}\div3$

$=1\underbrace{00\cdots\cdots0}_{1994个“0”}2\div3$

$=\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1994个“3”}4$

说明 从这个简单的例子可以看出，当遇到题目中数据形式很整齐且数据很大时，采用尝试、猜想、验证的方法往往能获得意外的收获。

例 9 三个 1994 位数 $\underbrace{999\cdots\cdots9}_{1994个“9”}$、$\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994个“8”}$和$\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994个“6”}$，求 $\underbrace{99\cdots\cdots9}_{1994个“9”}\times\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994个“8”}\div\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994个“6”}$的结果各位数字之和是多少？

分析 从简单入手，很容易知道 $9\times8\div6=12$，各位上数字之和为 $1+2=3$；$99\times88\div66=9\times8\times11\times11\div(6\times11)=9\times8\times11\div6=12\times11=132$，各位上数字之和为 $3\times2=6$；$999\times888\div666=9\times8\times111\times111\div(6\times111)=12\times111=1332$，各位上数字之和为 $3\times3=9$；……这样，依次类推，势必容易算出结果来。

解 $\underbrace{99\cdots\cdots9}_{1994个“9”}\times\underbrace{88\cdots\cdots8}_{1994个“8”}\div\underbrace{66\cdots\cdots6}_{1994个“6”}$

$=9\times8\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994个“1”}\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994个“1”}\div(6\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994个“1”})$

$=9\times8\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994个“1”}\div6$

$=12\times\underbrace{11\cdots\cdots1}_{1994个“1”}$

$=1\underbrace{33\cdots\cdots32}_{1993个“3”}$

由此，$1\underbrace{33\cdots\cdots3}_{1993个“3”}2$ 这个结果各位上的数字之和为 $3\times1994=5982$。

例 10 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+1994^2$ 的和的个位数字是多少？

分析 因为本题只求和的个位数字，所以只须考虑每个加数的个位数字即可，这样原题可简化为$\underbrace{1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+9^2}_{199组}+1^2+2^2+3^2+4^2$。这样，找到个位数字的变化规律为 1，4，9，6，5，6，9，4，1。其一组的和的个位数为 5，那 199 组和的个位数字也为 5，再考虑余下的四个数的个位数字的和为 0，由此，最后结果为 5。

解 （略）

例 11 $(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots\cdots+\frac{6}{7})^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots\cdots+\frac{6}{7})\times\frac{1}{2}-(1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots\cdots+\frac{6}{7})\times(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots\cdots+\frac{6}{7})$

分析 观察算式，可以发现数据中某些部分是重复出现，如$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots\cdots+\frac{6}{7}$。为了方便运算，我们把$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots\cdots+\frac{6}{7}$看作一个整体，简化运算过程。

解 设 $a=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots\cdots+\frac{6}{7}$，

有 $a^2+a\times\frac{1}{2}-(1+a)\times(a-\frac{1}{2})$

$=a^2+\frac{1}{2}a-(a^2+\frac{1}{2}a-\frac{1}{2})$

$=a^2+\frac{1}{2}a-a^2-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}$

说明 把$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots\cdots+\frac{6}{7}$看成一个整体，实质就是定义数据，使其简单、明了化，类似这样的问题有：

$(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1994})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995})-(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1995})\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1994})$

我们不仅可以定义数据，而且还可以根据需要定义新运算。

6 结合运算要求，由已知引未知

例 12 “〈 〉”表示一种运算符号。它的含义是：$\langle a,b,c\rangle=(a+b)\times c$. 已知$\langle x,4,\frac{1}{2}\rangle=5$，求$\langle x,\langle 10,8,0.\dot{6}\rangle,\frac{2}{9}\rangle$的值是多少？

分析 先由已知条件，得到$(x+4)\times\frac{1}{2}=5$，算出 $x=6$，再由定义得出$\langle 10,8,0.\dot{6}\rangle=(10+8)\times 0.\dot{6}=18\times\frac{2}{3}=12$；再算出最后结果就简单了。

解 由定义知

$\langle x,4,\frac{1}{2}\rangle=(x+4)\times\frac{1}{2}=5$ 得 $x=6$，

又知$\langle 10,8,0.\dot{6}\rangle=(10+8)\times\frac{2}{3}=12$

由此，$\langle 6,\langle 10,8,0.\dot{6}\rangle,\frac{2}{9}\rangle=(6+12)\times\frac{2}{9}=4$。

说明 像上面定义新运算的问题，关键是抓住定义的含义。各种定义的复杂性很多，在解题时，要分层推导，逐步演算。类似的问

题有：

a，b 为自然数，“$*$”表示一种运算符号，它的含义是 $a*b=1+2+3+\cdots\cdots+ab$，已知，$a>1$，$b>1$，且 $a*b=1540$，求 a 与 b 的值各是多少？

数学竞赛的一个重要方面是考查同学们的运算基本功。做题时，应认真观察算式，能“巧”则“巧”。但不能把注意力全用在“巧”字上，这样反而欲速则不达，弄巧成拙。希望同学们具体问题具体分析。

训练题

1　$\frac{1}{4}\times(4.85\div\frac{5}{18}-3.6+6.15\times3\frac{3}{5})+[5.5-1.75\times(1\frac{2}{3}+\frac{19}{21})]$

2　$1\div\frac{(1^2+3^2+5^2)\times(2^2+4^2+6^2)\times(\frac{1}{2}+\frac{4}{7}+\frac{9}{14})}{(2^2+6^2+10^2)\times(3^2+6^2+9^2)\times(\frac{1}{3}+\frac{8}{21}+\frac{3}{7})}$

3　$0.\underbrace{00\cdots\cdots0}_{1052个“0”}75\times0.\underbrace{00\cdots\cdots0}_{941个“0”}133\div0.\underbrace{00\cdots\cdots0}_{1993个“0”}5$

4　$(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{4}{9})^2+(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{4}{9})\times\frac{3}{5}-(1+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{4}{9})\times(\frac{1}{3}+\frac{3}{7}+\frac{4}{9})$

5　$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+1995^3$ 和的个位数字是多少？

6　“!”表示一种运算符号，它的含义是 $2!=2\times1$；$3!=3\times2\times1$；……，求 $\frac{1}{2}\times2!+\frac{2}{3}\times3!+\frac{3}{4}\times4!+\cdots\cdots+\frac{8}{9}\times9!$ 的值是多少？

二　速算与巧算(二)

同学们，在小学数学竞赛中，经常会遇到把一些数有规律地排列起来，进行各种运算或者进行几个数大小比较的问题。要想达到算得既准又快的目的，必须认真观察、广泛联想，然后掌握一定的方法，抓住内在规律求解问题。

1　一类有规律的数的运算

例 1　$\dfrac{1+3+5+7+\cdots\cdots+23}{2+5+8+11\cdots\cdots+35}$

分析　观察算式可知：分子部分首尾相加：$1+23=24$；$3+21=24$；$5+19=24$；……共有 6 对，每对数的和均为 24。分母部分首尾相加：$2+35=37$；$5+32=37$；$8+29=37$；……共有 6 对，每对数的和均为 37，这样可以很快得出结果$\dfrac{24}{37}$。

解　$\dfrac{1+3+5+7+\cdots\cdots+23}{2+5+8+11+\cdots\cdots+35}$

$=\dfrac{(1+23)\times 6}{(2+35)\times 6}$

$=\dfrac{24}{37}$

说明　这道题同学们一般解法是利用等差数列求和公式：(首项＋末项)×项数÷2，算出分子部分及分母部分的和，再得到结果。这样虽可以做出来，但比较而言，速度却慢得多，且容易出错。可见我们在解题时，应多观察、多思考，达到简洁、正确的目的。

类似这样的问题有：

(1) $\dfrac{1+3+5+7+\cdots\cdots+1993}{2+4+6+8+\cdots\cdots+1994}$

(2) 若 $1^2=1\times1$，$2^2=2\times2$，$3^2=3\times3$，依次类推……，已知 $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+25^2=5525$，求 $3^2+6^2+9^2+\cdots\cdots+75^2$ 的结果是多少？

例 2 若 $1^2+2^2+3^2+4^2\cdots\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 那么 $15^2+16^2+17^2+\cdots\cdots+21^2$ 的结果是多少？

分析 本题可以在原式的基础上添上 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+14^2$，使之运用公式求和即可很快算出结果。

解 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+14^2+15^2+16^2+17^2+\cdots\cdots+21^2$

$=\frac{21\times(21+1)\times(2\times21+1)}{6}=3311$

$1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+14^2=\frac{14\times(14+1)\times(2\times14+1)}{6}=1015$

$3311-1015=2296$

例 3 $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots\cdots+49\times50$

分析 观察算式特点，可以发现 $1\times2=1\times(1+1)=1^2+1$；$2\times3=2\times(2+1)=2^2+2$；$3\times4=3\times(3+1)=3^2+3$；依次类推……，原式可转化成 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+49^2+1+2+3+4+\cdots\cdots+49$，再利用公式可以很快算出结果。

解 $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots\cdots+49\times50$

$=1\times(1+1)+2\times(2+1)+3\times(3+1)+4\times(4+1)+\cdots\cdots+49\times(49+1)$

$=1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+49^2+1+2+3+4+\cdots\cdots+49$

$=\frac{49\times(49+1)\times(2\times49+1)}{6}+\frac{(1+49)\times49}{2}$

$=25\times49\times34$

$=41650$

说明 数列是指按照一定顺序排列的一列数，如果这个数列中每相邻的两个数的差是一个常数，我们称为等差数列。解答等差