



沈阳师范大学学术文库系列丛书

时滞广义系统理论 在动态投入产出模型上的应用

孙 欣 邵永运 张庆灵 刘晓东 著



科学出版社

时滞广义系统理论 在动态投入产出模型上的应用

孙 欣 邵永运 张庆灵 刘晓东 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书基于线性矩阵不等式技术,运用 Lyapunov 第二方法,研究了时滞广义系统容许性分析和控制器设计以及 H_∞ 控制问题,针对各种系统给出容许性条件及状态反馈控制器设计,使得闭环系统是容许的并满足给定的 H_∞ 性能指标。针对动态投入产出模型中投资系数矩阵为奇异矩阵,考虑到投资时滞长短不同情况,递进提出三个广义动态投入产出模型,并给出容许性条件,从而提供经济系统稳定运行的条件。

本书可作为高等院校控制理论与控制工程、管理科学与工程等相关专业硕士生、博士生的教材,也可作为高等院校与科研院所从事相关领域的教学与科研人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

时滞广义系统理论在动态投入产出模型上的应用 / 孙欣等著.

—北京: 科学出版社, 2016.7

ISBN 978-7-03-049370-5

I. ①时… II. ①孙… III. ①时滞—广义系统理论—应用—投入产出模型 IV. ①F223

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 160001 号

责任编辑: 余 丁 闫 悦 / 责任校对: 蒋 萍

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 7 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016 年 7 月第一次印刷 印张: 10 3/4

字数: 204 000

定价: 62.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

投入产出分析法起源于美国，美国经济学家列昂惕夫根据投入产出表分析研究了美国经济结构中的数量关系，从宏观上研究了美国经济的均衡问题。由此，列昂惕夫获得了第五届诺贝尔经济学奖。由于投入产出表的科学性和实用性，到 1990 年，世界上有 100 多个国家编制了投入产出表，投入产出原理也得到了发展，由静态模型发展到动态模型，并应用到各个领域来研究宏观经济问题。

广义系统自 20 世纪 70 年代产生以来，在电力系统、宇航系统、机器人系统、化工系统、生物系统、电路系统等领域得到广泛应用。特别在经济系统中，许多模型用广义系统描述更实用、有效。例如，动态投入产出模型、冯·诺依曼(von-Neumann)模型以及宏观经济系统都是典型的广义动态系统。

作者从事时滞广义系统容许性分析与控制理论研究多年，积累了一定经验，取得了一些研究成果，并发表在国际、国内知名期刊上。时滞是指系统的状态变化率依赖于过去的状态，具有这种特性的系统称为时滞系统。在实际经济活动中，各年度各部门投资产品存在时滞，时滞长短也不一。因此，时滞广义系统理论为研究多时滞广义动态投入产出系统平稳运行提供了理论基础。

本书基于以上研究背景和基础，将控制理论中的时滞广义系统与经济系统中的动态投入产出模型相结合，构建时滞广义动态投入产出模型，通过广义系统的理论来研究投入产出模型。本书的内容主要基于作者分别在东北大学攻读控制理论与控制工程专业博士学位、大连海事大学攻读管理科学与工程专业博士学位期间取得的研究成果，并加以充实和整理完成的。本书体现学科间相互交叉、知识综合运用、以控制理论知识为基础、应用服务于经济管理系统的特色。

本书共 9 章。第 1 章是绪论，对投入产出模型的产生与发展、广义系统和广义时滞系统的研究现状进行全面的回顾。举例说明广义系统在经济系统的广泛应用。第 2 章介绍时滞广义系统相关定义、命题以及常用引理等预备知识。第 3、4 章基于线性矩阵不等式技术，运用 Lyapunov 第二方法研究不确定连续广义时滞系统和离散广义时滞系统容许性分析与控制，分别给出时滞依赖和时滞独立的容许性条件并设计出状态反馈控制器使闭环系统容许。第 5 章研究离散广义时滞系统 H_∞ 控制问题，用两种方法给出时滞独立、时滞依赖离散广义时滞系统有界实引理，并设计出状态反馈控制器，使闭环系统容许并满足给定的 H_∞ 性能指标。在第 5 章的基础上，第 6 章利用时滞分解思想对 Lyapunov 函数进行改进，给出保守性更小的离散广义时滞系统有界实引理。第 7 章研究离散广义时变时滞系统容许性条件。在以上研究的基础

上,第8、9章进行多时滞广义动态投入产出模型(I)、(II)、(III)容许性分析。根据投资周期的不同,递进提出三个多时滞广义动态投入产出模型,通过等价变形,将多时滞广义动态投入产出模型转化成多时滞离散广义系统,利用时滞广义系统理论给出多时滞广义动态投入产出模型的容许性条件。

作者由衷地感谢段广仁教授、张化光教授和徐胜元教授的关注、指导和推荐,使得本书得以顺利出版。

国内将控制理论应用于经济管理系统的专著为数不多,本书初步进行了这方面的探索和研究。由于作者水平有限,在研究解决问题的过程中难免有不足之处,敬请专家和读者不吝赐教!

真诚感谢给予关心、资助和支持的各位朋友!

作 者

2016年5月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 动态投入产出模型发展概述	2
1.2.1 投入产出模型的产生与发展	2
1.2.2 静态投入产出模型	3
1.2.3 动态投入产出模型	6
1.2.4 多时滞动态投入产出模型研究现状	9
1.3 广义时滞系统研究概述	10
1.3.1 广义系统理论研究现状	10
1.3.2 时滞广义系统理论研究现状	12
1.4 广义系统应用于经济系统	13
1.4.1 动态投入产出模型的广义性	13
1.4.2 冯·诺依曼模型的广义性	15
1.4.3 宏观动态经济系统的广义性	16
1.5 本书内容	17
参考文献	18
第 2 章 预备知识	23
2.1 引言	23
2.2 时滞离散广义系统相关定义及命题	23
2.3 几个常用引理	24
参考文献	25
第 3 章 一类不确定连续广义时滞系统容许性分析与控制	26
3.1 引言	26
3.2 问题形成与预备知识	26
3.3 改进的时滞依赖容许性分析及鲁棒控制	27
3.3.1 改进的时滞依赖容许性条件	28
3.3.2 控制器设计	33

3.3.3	鲁棒控制器设计	34
3.3.4	数值算例	35
3.4	基于 Jensen 不等式方法时滞依赖容许性分析及鲁棒控制	38
3.4.1	时滞依赖容许性分析	39
3.4.2	与已有结果进行比较	43
3.4.3	鲁棒控制器设计	46
3.4.4	数值算例	49
3.5	本章小结	51
	参考文献	52
第 4 章	离散广义时滞系统容许性分析与控制	55
4.1	引言	55
4.2	问题形成与预备知识	55
4.3	时滞独立容许性分析与控制器设计	56
4.3.1	预备知识	56
4.3.2	时滞独立容许性分析	57
4.3.3	时滞独立控制器设计	60
4.3.4	数值算例	62
4.4	时滞依赖容许性分析与控制器设计	65
4.4.1	时滞依赖容许性分析	67
4.4.2	时滞依赖控制器设计	73
4.4.3	数值算例	76
4.5	本章小结	78
	参考文献	78
第 5 章	离散广义时滞系统 H_∞ 控制	80
5.1	引言	80
5.2	时滞独立 H_∞ 控制	80
5.2.1	问题的形成与预备知识	80
5.2.2	时滞独立 H_∞ 性能分析	82
5.2.3	时滞独立 H_∞ 控制器设计	85
5.2.4	数值算例	89
5.3	时滞依赖 H_∞ 控制	90
5.3.1	问题的形成与预备知识	91
5.3.2	时滞依赖 H_∞ 性能分析	92
5.3.3	时滞依赖 H_∞ 控制器设计	96

5.3.4 数值算例	100
5.4 本章小结	103
参考文献	103
第 6 章 基于时滞分解方法离散广义时滞系统有界实引理	106
6.1 引言	106
6.2 离散广义时滞系统容许性分析	106
6.2.1 问题的形成与预备知识	106
6.2.2 基于时滞分解法构建 Lyapunov 函数	107
6.2.3 时滞依赖容许性条件	108
6.2.4 子区间数“ N ”增大, 容许性条件保守性减小	112
6.2.5 数值算例	115
6.3 离散广义时滞系统有界实引理	116
6.3.1 离散时滞广义系统 H_∞ 性能分析	116
6.3.2 数值算例	119
6.4 本章小结	120
参考文献	120
第 7 章 离散广义时变时滞系统容许性分析	122
7.1 引言	122
7.2 离散广义时变时滞系统容许性条件推导	123
7.2.1 离散广义时变时滞系统容许性条件	123
7.2.2 离散广义定常时滞系统容许性条件	124
7.2.3 定理 7.2.1 的证明	130
7.3 数值算例	131
7.4 本章小结	133
参考文献	133
第 8 章 多时滞广义动态投入产出模型 (I)、(II) 容许性分析	134
8.1 引言	134
8.2 多时滞广义动态投入产出模型 (I) 容许性分析	134
8.2.1 多时滞广义动态投入产出模型 (I)	135
8.2.2 问题形成与预备	136
8.2.3 时滞独立容许性条件	136
8.2.4 数值算例	139
8.3 多时滞广义动态投入产出模型 (II) 容许性分析	140

8.3.1	多时滞广义动态投入产出模型(II)	140
8.3.2	时滞依赖容许性条件	141
8.3.3	数值算例	145
8.4	本章小结	147
	参考文献	147
第9章	多时滞广义动态投入产出模型(III)容许性分析	148
9.1	引言	148
9.2	多时滞广义动态投入产出模型(III)容许性条件	148
9.2.1	多时滞广义动态投入产出模型(III)	148
9.2.2	问题形成与预备	149
9.2.3	时滞依赖容许性条件	150
9.2.4	数值算例一	155
9.2.5	时滞独立容许性条件	156
9.2.6	数值算例二	157
9.3	本章小结	159
	参考文献	159
附录	常用符号说明	161

第 1 章 绪 论

1.1 引 言

经济增长与产业结构的变化存在着十分密切的关系，通过调整产业结构使其达到合理化的程度，才能使经济发展达到均衡、协调和可持续。而产业结构的调整，必须要充分考虑经济发展的大环境，以及各个产业部门之间的投入和产出的关系。通常情况下，通过调整消费和投资结构等经济参数，来实现对经济的宏观调控。

要实现经济的宏观调控，就需要有效的科学方法，客观系统地反映经济系统中各部门之间的技术经济联系、最终需求与中间需求的联系，全面反映产业结构、产品结构、投资结构、消费结构、进出口结构等国民经济中各种重要比例关系，为从宏观上分析把握经济形势，优化经济结构，确定宏观调控的方向、目标、力度，以及制定国民经济发展规划等提供系统的决策依据。在当代常用的现代决策方法中，有线性规划、数量经济学、投入产出分析、经济控制论，以及系统仿真等，每一种方法都有各自的特点和适用之处。

投入产出分析法起源于美国，1931 年，美国经济学家列昂惕夫开始研究“投入产出分析”，列昂惕夫利用美国国情资料编制了 1919 年和 1929 年的投入产出表，并根据投入产出表分析研究了美国经济结构中的数量关系，从宏观上研究了美国经济的均衡问题。1936 年，列昂惕夫发表关于投入产出的第一篇论文《美国经济制度中投入产出的数量关系》^[1]。由于列昂惕夫从事投入产出的研究并取得了卓越成果，1973 年他获得了第五届诺贝尔经济学奖。鉴于投入产出表的科学性和实用性，20 世纪 50 年代以来，世界各国纷纷开始研究投入产出分析，编制和应用投入产出表。到 1990 年，世界上有 100 多个国家编制了投入产出表。投入产出原理也得到了发展，由静态模型发展到动态模型，并应用到各个领域来研究宏观经济问题。

投入产出分析的产生，在客观上是对经济理论和经济管理科学化、数量化、精确化的迫切要求，是宏观经济管理和决策的有力工具之一，是研究国民经济发展、进行经济数量分析的重要手段，是制定国民经济中长期规划的重要基础。我国从 1987 年开始，每五年进行一次投入产出调查和编表工作，并利用投入产出表来分析我国的经济结构和发展，在我国宏观经济分析和管理中发挥了重要作用。投入产出技术是市场经济条件下重要的宏观经济分析工具和决策支持手段。

广义系统自 20 世纪 70 年代产生以来，由于在电力系统、宇航系统、机器人系

统、化工系统、生物系统、电路系统和经济系统等领域的广泛应用，引起了广大学者的极大兴趣，其理论取得了可喜的进展，许多正常系统的结论相继被推广到广义系统。广义系统理论对经济与管理问题具有十分重要的应用，许多实际系统用广义系统模型描述起来更方便、自然。动态投入产出模型、冯·诺依曼(von-Neumann)模型以及宏观经济系统都是典型的广义动态系统。广义系统理论知识用于研究宏观经济控制与管理，主要体现在以下几个方面。

(1) 建立某部门的动态投入产出模型，利用广义系统运动分析来研究动态投入产出模型中消费对产出的影响，以及消费与产出同步增长的条件，并利用动态逆阵的方法求出消费与产出同步增长的条件。在系统参数发生变化使得系统偏离同步增长轨道时，找出可以使系统自动恢复到同步增长轨道上来的策略。计算出冯·诺依曼-列昂惕夫模型同步增长比例和增长率，并能将产出与消费不同步向同步调整。

(2) 利用广义系统稳定性分析来研究动态投入产出系统的结构稳定性，并求出动态投入产出系统结构稳定的充要条件。计算某部门宏观经济总量模型均衡增长率和比例，并利用概率转移矩阵对多种商品市场占有率进行稳态预测，使广义系统的理论为经济实践服务。

(3) 在已知干扰和跟踪为常数时的鲁棒调节器的情况下，设计出干扰和跟踪为指数函数和周期函数时的鲁棒调节器，并分别制定出消费跟踪的鲁棒生产策略和产出跟踪的鲁棒消费策略。

本书基于以上研究的背景和基础，将经济系统中的投入产出模型与控制理论中的广义动态系统相结合，构建了广义动态投入产出模型，通过广义系统的理论来研究投入产出模型的容许性。

1.2 动态投入产出模型发展概述

1.2.1 投入产出模型的产生与发展

投入产出分析，又称为部门联系平衡分析、产业关联分析，是美籍俄裔经济学家列昂惕夫首先提出的。列昂惕夫借鉴计划经济思想和平衡方法，通过把美国国情普查的资料进行整理，编制了美国 1919 年和 1929 年投入产出表，并利用这两个投入产出表对美国的经济结构和经济均衡问题进行了分析，研究了美国的经济结构和宏观经济活动。1936 年，列昂惕夫发表了《美国经济制度中投入产出的数量关系》，正式提出投入产出法，是投入产出分析法正式诞生的标志。1953 年列昂惕夫出版的《美国经济结构研究》和 1966 年出版的《投入产出经济学》两本专著中，系统、完整地建立了投入产出体系，其中包括投入产出法、投入产出表和投入产出模型。

投入产出法自产生以来,经历了四个阶段^[2]。第一阶段(20世纪30~40年代),开始建立投入产出分析的理论体系,编制了个别国家的投入产出表。其中,以列昂惕夫主持和指导编制的美国国民经济投入产出表为主,发表了一系列研究美国经济结构的文章,为研究宏观经济问题指出一个新的方向,并在编制投入产出表的过程中完善了投入产出理论。第二阶段(20世纪50~60年代),把投入产出法推向世界各国,在世界范围内形成了一个编制投入产出表的高潮。投入产出分析从生产结构分析发展到经济动态分析、计划与预测、地区和国际经济联系、经济政策分析等方面。第三阶段(20世纪60~70年代),开始运用投入产出分析研究世界范围的重大经济问题。列昂惕夫在接受诺贝尔经济学奖时的学术报告《世界经济结构的简单的投入产出表述纲要》和他在1977年发表的《世界经济的未来》,都研究了世界范围的重大经济问题,并预测了21世纪的经济变化。同时,投入产出分析由于广泛地和其他各种经济数学模型结合,在模型体系和计算技术方面又有了新的发展,产生了大批以投入产出数学模型为核心的经济系统模型、计算机软件,并通过计算机在进行自动化处理方面进行了研究。第四阶段(20世纪70~90年代),基于计量经济学、运筹学、控制论等基本理论和方法,许多学者在不同的研究领域分别给出了表现形式不同的动态投入产出模型。1986年在日本札幌召开的第八届国际投入产出技术讨论会,来自各个国家的学者提交了投入产出分析论文近百篇。投入产出分析技术在经济研究的理论和分析、国民经济核算体系、数学模型化三个方面的发展和相互结合中,发展为一个完整的有新特点的体系。

我国对投入产出分析技术的研究^[3],开始于20世纪50年代末60年代初,在著名经济学家孙冶方和著名科学家钱学森的倡导下,经济理论界和一些高等院校开始研究投入产出理论。1974年,由国家统计局和国家计划委员会牵头,联合中国科学院、中国人民大学等单位编制了我国第一张投入产出表,即1973年全国61种产品的实物型投入产出表。1980年,山西省统计局在国家统计局的指导下编制《山西省1979年投入产出表》,并成功探索了编制全国投入产出表的经验。1982年,国家统计局、国家计划委员会又联合有关部门共同编制了1981年全国投入产出价值表和实物表。1987年,国务院办公厅发出了全国投入产出调查的通知,并在全国范围内开展投入产出调查,并编制了《中国1987年投入产出表》,于1988年年底编制成功,达到国际先进水平。从此,我国投入产出分析研究水平步入了世界先进行列。投入产出分析在我国得到了广泛应用,投入产出表成为宏观经济调控、决策和管理的重要工具^[4-8]。

1.2.2 静态投入产出模型

早期的投入产出表及其模型比较简单,属于静态的产品投入产出表和静态的模型,这种静态的模型对于经济系统的发展过程分析起到了积极的作用。

投入产出表可以把一个国家或一个地区的国民经济描述为一个由许多性质不

同,但同时彼此又是相互依赖的生产和消费部门所构成的体系,是利用国民经济各部门之间商品和服务流量的经济数据来完成的。通常认为,投入产出分析技术由投入产出分析理论、投入产出表、投入产出数学模型和投入产出经济数据体系等部分构成。其中,极为重要的是编制出一张反映某一时期,货物和服务在国民经济所有部门之间流量的投入产出表。

如果一个经济系统各部门投入和产出都用价值(货币数量)来衡量,投入产出模型称为价值型模型,它与实物型模型构成了投入产出的两个基本模型,这里只讨论价值型投入产出模型。假设一个经济系统内部有 n 个部门,每个部门既是生产者又是消耗者,那么这个经济系统的价值型投入产出表可描述为表 1.2.1。

表 1.2.1 价值型投入产出表

投入 \ 流 量 \ 产 出			中间使用				最终需求 (外部需求)	总产出
			消耗部门 1 2 $\cdots$ n					
中间投入	生产部门	1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	b_1	x_1
		2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	b_2	x_2
		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
		n	x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nn}	b_n	x_n
固定资产折旧			d_1	d_2	$\cdots$	d_n		
增加值	劳动报酬		v_1	v_2	$\cdots$	v_n		
	社会纯收入		m_1	m_2	$\cdots$	m_n		
总投入			x_1	x_2	$\cdots$	x_n		

表 1.2.1 描述了各个经济部门在某个时期的投入产出情况。它的行表示某部门的产出;列表示某部门的投入。例如,表 1.2.1 中第一行 x_1 表示部门 1 的总产出水平, x_{11} 为本部门的使用量, $x_{1j}(j=2,3,\cdots,n)$ 为部门 1 提供给部门 j 的使用量,各部门的供给最终需求(包括居民消耗、政府使用、出口和社会储备等)为 $b_j(j=1,2,\cdots,n)$,这几个方面使用的总和代表了这个时期的总产出水平。同理,第一列 x_1 表示部门 1 的总投入水平, x_{11} 为本部门的投入量, $x_{i1}(i=2,3,\cdots,n)$ 为部门 1 提供给部门 i 的投入量,部门 1 的固定资产折旧为 d_1 ,劳动报酬为 v_1 ,社会纯收入为 m_1 ,这几个方面投入的总和代表了这个时期的总投入水平。

表 1.2.1 投入产出的基本平衡关系可描述为:中间使用+最终需求=总产出(从左到右),中间投入+增加值=总投入(从上到下)。

假设 j 部门的中间投入 x_{ij} 线性依赖且仅依赖于 j 部门产出 x_j , 则可得产出平衡方程为

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + b_i = x_i, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (1.2.1)$$

其中, b_i 为 i 部门的最终需求。记直接消耗系数为 a_{ij} , 满足

$$x_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.2)$$

将式 (1.2.2) 代入式 (1.2.1) 并写成矩阵形式, 得

$$Ax + b = x \quad (1.2.3)$$

这就是静态线性投入产出模型, 其中直接消耗系数矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ 。

由式 (1.2.3), 得

$$(I - A)x = b \quad (1.2.4)$$

其中, I 为单位矩阵。

下面考虑同一个部门的投入平衡关系, 用式子表示为

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} + d_j + v_j + m_j = x_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.5)$$

其中, $\sum_{i=1}^n x_{ij} + d_j$ 表示 j 部门产品的转移价值; $v_j + m_j$ 表示 j 部门产品的新创造价值, 即增加值部分。式 (1.2.1) 和式 (1.2.5) 构成了价值型投入产出模型的两个基本方程组。

将 $x_{ij} = a_{ij}x_j$ 代入式 (1.2.5), 得到

$$\sum_{i=1}^n a_{ij}x_j + d_j + v_j + m_j = x_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

令

$$\begin{aligned} D &= \text{diag} \left(\sum_{i=1}^n a_{i1}, \sum_{i=1}^n a_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^n a_{in} \right) \\ d &= (d_1, d_2, \dots, d_n)^T \\ v &= (v_1, v_2, \dots, v_n)^T \\ m &= (m_1, m_2, \dots, m_n)^T \\ z &= d + v + m \end{aligned}$$

则式 (1.2.5) 可写成

$$Dx + z = x$$

或

$$(I - D)x = z \quad (1.2.6)$$

根据直接消耗系数 a_{ij} 的性质, 可以证明 $I - A$ 和 $I - D$ 可逆。

从式(1.2.4)和式(1.2.6), 有

$$x = (I - A)^{-1}b, \quad x = (I - D)^{-1}z$$

最后, 给出第 j 个部门折旧系数、劳动报酬系数和社会收入系数定义依次为

$$\frac{d_j}{x_j}, \frac{v_j}{x_j}, \frac{m_j}{x_j}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (1.2.7)$$

静态投入产出模型, 主要用于反映国民经济中社会总产品的分配和使用状况、社会总产品的价值构成、国民收入的问题和来源、劳动力资源和分配使用情况、生产性固定资金的问题与分配情况等。静态投入产出分析技术经过四十多年的不断完善和实践, 各种不同的模型已经比较成熟, 并广泛应用于编制计划, 进行经济分析和宏观经济管理^[9-14]。

1.2.3 动态投入产出模型

静态投入产出基本模型经过长期的研究和实践已成为比较成熟的模型, 关于这一模型的研究已取得了许多成果^[15-26]。但是, 静态投入产出模型只能反映一个时间点上的经济发展及其结构情况, 所以静态投入产出模型只能描述简单再生产, 如果考虑投资扩大再生产就需要引入新的模型。为此, 由静态模型转向动态模型是投入产出分析的一个必然的发展趋势^[27]。1948年, 以戴维·哈京斯为代表的学者, 经过深入研究提出了以微分形式描述的动态投入产出模型。

1. 列昂惕夫连续型动态投入产出模型

列昂惕夫在哈京斯等研究成果的基础上, 系统地研究和分析了动态投入产出模型。1953年, 列昂惕夫在《美国经济结构研究》一书中, 提出了用微分方程表示的动态投入产出模型, 它由如下方程描述, 即

$$X(t) = AX(t) + B\dot{X}(t) + YC(t) \quad (1.2.8a)$$

或简记为

$$(I - A)X - B\dot{X} = YC \quad (1.2.8b)$$

在模型(1.2.8)中, 除了用投入系数 A 反映生产过程中各部门间的消耗结构外, 还引入投资系数 B 来反映整个经济中的资本结构, 并通过微分方程的形式, 以连续的时间变量 t 来反映客观经济过程在各个时期的动态变化和相互联系, 利用模型(1.2.8)可以研究每一瞬时国民经济各部门之间的相互关系。

2. 列昂惕夫离散型动态投入产出模型

连续型动态投入产出模型(1.2.8)存在一些不足, 如求解烦琐、不能真实有效地

反映经济发展变化,列昂惕夫在 1965 年提出了差分方程形式的离散型动态投入产出模型,简化的离散型动态投入产出模型由如下方程描述,即

$$x(t) = Ax(t) + B[x(t+1) - x(t)] + d(t) \quad (1.2.9a)$$

或简记为

$$(I - A + B)x(t) - Bx(t+1) = d(t) \quad (1.2.9b)$$

1970 年,列昂惕夫在《动态求逆》一文中提出了广泛应用线性多部门的动态投入产出模型,它由如下方程描述,即

$$x(t) = A(t)x(t) + B(t)[x(t+1) - x(t)] + d(t) \quad (1.2.10a)$$

或简记为

$$(I - A(t) + B(t))x(t) - B(t)x(t+1) = d(t) \quad (1.2.10b)$$

其中, $x(t)$ 表示第 t 年各部门的产量; $d(t)$ 表示第 t 年各部门净产量(即最终消费向量); $A(t) = (a_{ij})_{n \times n}(t)$ 为第 t 年的消耗系数矩阵; $B(t) = (b_{ij})_{n \times n}(t)$ 为第 t 年的投资系数矩阵且一般为奇异的; $A(t)x(t)$ 表示第 t 年总产出用于消耗部分; $B(t)[x(t+1) - x(t)]$ 表示第 t 年用于扩大再生产的投资部分; $d(t)$ 表示余下用于消费部分。

投资系数矩阵 B 的元素 b_{ij} 表示第 j 部门形成单位产值的生产能力所需要第 i 部门提供的投资产品的数量。众所周知,许多部门的产品并不作为投资产品使用,如食品工业等;由于投入产出表的要求,一些似乎为投资提供物资的部门,如钢铁工业、建材工业等,在投入产出表中,它们的产品主要作为机械工业、建筑业的中间投入品,而不作为投资品。这样在 B 矩阵中,非 0 元素将主要集中在机械工业和建筑安装业,其他许多行往往全为 0 元素,这就造成 B 矩阵是奇异矩阵。

3. 动态投入产出模型研究现状

动态投入产出模型研究产业部门的相互关系,可以有效地降低经济发展成本。此外,对动态投入产出模型的研究还可以促进地区间的经济联系、部门内部平衡、企业管理现代化。从 20 世纪 80 年代开始,对动态投入产出模型的研究成果就层出不穷,下面系统地对这些研究成果进行总结。

(1) 投资系数矩阵为奇异阵。为了求解动态投入产出模型,常用的方法是将它转化成离散广义系统,利用离散广义系统的运动分析、稳定性分析和调节与控制,结合经济模型的实际意义(参数矩阵和模型的解应保证非负性)讨论动态投入产出模型的解的性质。考虑到动态投入产出模型中投资系数矩阵为奇异阵的有文献[28]~文献[37]。

(2) 非负解问题。根据经济学的实际意义,动态投入产出模型不仅要求参数矩阵是非负矩阵^[38],而且满足一定条件模型的解必须是非负解。文献[39]~文献[43]分别研究了列昂惕夫动态投入产出模型(1.2.10)的非负解问题。文献[44]不仅考虑到投资

系数矩阵 B 的奇异性, 还给出一个动态投入产出模型 (1.2.10) 有正解的充分条件。

(3) 能控性与能观测性。对于经济系统来说, 能控性就是外生变量或政策变量对经济系统的内生变量能产生多大影响的问题; 能观测性就是选取哪些经济因素作为统计对象就能确定经济系统状态的问题。文献[45]给出动态投入产出模型 (1.2.9) 能控性与能观测性的讨论, 根据投资系数矩阵 B 是否奇异, 介绍四种将模型转化成状态空间形式的方法, 并讨论每一种情况下系统的能控性与能观测性的问题。

(4) 动态投入产出模型的反馈控制问题。对于动态投入产出系统来说, 产出与消费同步增长应符合一定的比例, 否则经济系统容易走向崩溃。通常开环系统不是渐近稳定的, 会导致产出与消费偏离同步增长轨道, 如果不采取控制措施, 偏离程度将会越来越严重, 最后因比例失调而导致经济崩溃。因此要对系统进行调控, 保持闭环系统是渐近稳定的。相关内容参阅文献[46]~文献[49]。

(5) 非线性动态投入产出模型。非线性动态投入产出模型能更真实地反映宏观经济控制过程, 精确描述客观经济发展规律。清华大学经济管理学院的张金水多年来致力于经济控制论、数理经济学、应用一般均衡模型及其在国家、地区、企业经济分析中的应用等研究。他在可计算非线性动态投入产出模型方面进行了大量的研究。文献[50]给出了多重嵌套的可计算非线性动态投入产出模型, 以及相应的利润率、价格、增长率、产出结构的平衡增长解计算公式; 文献[51]和文献[52]将一般均衡 (computable general equilibrium, CGE) 模型和投入产出模型 (1.2.9) 相结合, 建立了可计算非线性动态投入产出模型, 给出一个可计算的 nonlinear 动态投入产出六部门模型作为实例; 文献[53]和文献[54]反映了可计算非线性动态投入产出模型在税收领域的应用; 文献[55]研究了非线性投入产出模型或动态可计算一般均衡模型解的存在性和唯一性; 文献[56]构造出以勘探和开发、炼油和化工、销售三个环节为主的石油企业的非线性动态投入产出模型, 对国内石油企业和国际大石油公司的效益进行分析和比较。

(6) 多目标动态投入产出模型。经济系统本身就是一个复杂的动态大系统, 经济发展的方向要求是多目标协调、均衡和科学发展, 因而产生了多目标动态投入产出优化模型。相关内容参阅文献[57]~文献[60]。

(7) 投入产出分析法的优化。虽然经济系统中各部门产品生产和消耗之间的函数关系可以通过投入产出模型来体现, 但是单纯依靠投入产出模型来解决优化问题则十分困难, 为此需要将投入产出模型与动态规划、线性规划、非线性规划模型等结合, 建立投入产出优化模型。1958年, 美国经济学家 Dorfman 等^[61]提出“大道定理”, 将投入产出模型与线性规划模型结合起来进行宏观经济分析, 并进行动态最优投入产出模型研究。运用数学规划法^[62]等优化方法^[63]与投入产出法相结合, 更好地服务于经济等社会各领域。文献[64]和文献[65]利用现代概率分析及马氏过程的工具, 从数学上证明了经济不断调整的必要性。

(8) 动态投入产出模型应用领域。早期动态投入产出模型经常用于宏观经济系统