块体离散元数值模拟技术及工程应用

石 崇 褚卫江 郑文棠 编著

中国建筑工业出版社

块体离散元数值模拟技术及工程应用

石　崇　褚卫江　郑文棠　编著

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

块体离散元数值模拟技术及工程应用/石崇，褚卫江，郑文棠编著．—北京：中国建筑工业出版社，2016.11

ISBN 978-7-112-19848-1

Ⅰ.①块… Ⅱ.①石… ②褚… ③郑… Ⅲ.①岩体-离散-数值模拟 Ⅳ.①TU45

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 222882 号

全书共由十二章构成，第一章为块体离散元发展历史与基本原理，第二章为 3DEC5.0 常用命令整理与使用规则，第三章为复杂块体离散元数值模型实现技巧，第四章为利用 3DEC 进行非连续块体运动分析，第五章为边坡稳定性离散元数值模拟及工程应用，第六章为大型洞室群变形稳定性离散元分析及应用，第七章为裂隙岩体渗流离散元分析及工程应用，第八章为节理岩体动力特性离散元分析及应用，第九章深埋条件下高应力破坏与岩爆风险分析，第十章为倾倒变形体破坏机制离散元分析及应用，第十一章为柱状节理岩体力学特性离散元分析，第十二章为 3DEC 学习与使用经验总结。

责任编辑：杨　杰　张伯熙
责任设计：李志立
责任校对：王宇枢　张　颖

块体离散元数值模拟技术及工程应用
石　崇　褚卫江　郑文棠　编著
*
中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
各地新华书店、建筑书店经销
北京佳捷真科技发展有限公司制版
北京云浩印刷有限责任公司印刷
*
开本：787×1092 毫米　1/16　印张：25¼　字数：626 千字
2016 年 11 月第一版　2016 年 11 月第一次印刷
定价：**78.00** 元
ISBN 978-7-112-19848-1
（29344）

前　言

岩体是经历过变形、遭受过破坏，具有一定岩石的成分和结构（节理、断层和裂隙等），并赋存于一定地质环境中的地质体。岩体材料与完整岩块的本质区别在于岩体中有大量的节理裂隙，岩体内存在的复杂裂隙网络是造成岩体非连续性、非均匀性和各向异性的根源。由于其岩体介质的特性，采用传统的土力学等固体力学理论研究此类材料的力学特性时，无法解释一些典型的力学现象，特别是复杂结构性的影响等。随着计算机技术的发展，块体与颗粒离散元数值模拟方法在岩土工程中得到越来越多的应用。

笔者多年从事各种岩土数值模拟方法的开发与应用研究工作，为了便于块体离散元数值模拟方法的推广和应用，作者基于3DEC5.0英文帮助和块体离散元基本计算原理，融合课题组多年离散元使用经验，针对岩石计算中比较繁琐的前后处理、计算过程控制进行开发，汇总归纳编成本书供研究者参考。全书共由十二章构成，第一章为块体离散元发展历史与基本原理，第二章为3DEC5.0常用命令整理与使用规则，第三章为复杂块体离散元数值模型实现技巧，第四章为利用3DEC进行非连续块体运动分析，第五章为边坡稳定性离散元数值及工程应用，第六章为大型洞室群变形稳定性离散元分析及应用，第七章为裂隙岩体渗流离散元分析及工程应用，第八章为节理岩体动力特性离散元分析及应用，第九章深埋条件下高应力破坏与岩爆风险分析，第十章为倾倒变形体破坏机制离散元分析，第十一章为柱状节理岩体力学特性离散元分析，第十二章为3DEC学习与使用经验总结。

本书由河海大学岩土工程科学研究所石崇博士统稿，浙江中科依泰斯卡岩石工程研发有限公司褚卫江博士、中国能源建设集团广东省电力设计研究院有限公司郑文棠博士协作撰写，所有章节由三人共同协商定稿。回忆本书的撰写过程，作者特别感谢为本书的撰写提出宝贵意见的离散元研究爱好者，是他们不断地探讨为笔者提供了无私的帮助和动力，特别是河海大学王如宾博士，浙江中科依泰斯卡岩石工程研发有限公司孟国涛博士，四川大学周家文博士，中国电建集团昆明勘测设计研究院的宁宇博士，以及课题组研究离散元理论与应用的研究生：王小伟博士，孔洋博士，张强博士，王盛年博士，陈鸿杰博士，沈俊良硕士、白金州硕士、刘苏乐硕士、金成硕士、张成辉硕士、杨文坤硕士、徐波硕士、李德杰硕士、李凯平硕士等，在研究过程点点滴滴的来来往往时时刻刻不能忘怀，谨此致以衷心的感谢！

本书受以下基金课题联合资助：

国家重点基础研究发展计划（973计划）（2015CB057903），“十二五”国家科技支撑计划（2013BAB06B01），国家自然科学基金（51679071，51679069，51309089，41372275，41472272），江苏省自然科学基金（BK20130846），中央高校基本科研业务费专项资金（编号2016B20214）”。

本书是笔者对离散元方法的浅陋之见及对 3DEC5.0 的个人理解，由于作者的知识结构、认识水平与工程实践条件的限制，难免出现谬误之处，恳请有关同行及读者批评指正，提出宝贵意见，以便笔者及时修订、更正和完善。

2016 年 8 月著者于南京清凉山下

目　　录

第一章　块体离散元发展历史与基本原理

1.1　岩体力学离散化分析的必要性

岩体是经历过变形、遭受过破坏，具有一定岩石的成分和结构（节理、断层和裂隙等），并赋存于一定地质环境中的地质体。岩体材料与完整岩块的本质区别在于岩体中有大量的节理裂隙，而这些裂隙网络是造成岩体非连续性、非均匀性和各向异性的根源。已有的岩体力学研究成果表明：岩体变形由岩体材料变形（岩块变形）和岩体结构变形（节理、裂隙和断层的张开、闭合、错动与开裂等）两部分组成，其中岩体结构变形量一般大于岩体材料的变形量。岩体结构对岩体的力学性质、变形特性及破坏规律都有重要影响。可以说，不考虑岩体结构面的力学行为，就不可能正确认识和解决岩体工程问题。

根据岩体力学的发展历史，孙广忠（1983）将岩体力学发展分为岩石材料力学阶段、碎裂岩体力学阶段和岩体结构力学阶段这三个阶段：①20 世纪 50 年代以前为岩石材料力学阶段，这一阶段把岩体作为连续介质处理，采用材料力学和弹塑性力学来分析岩体力学问题，还没有充分认识到岩体的复杂性和特殊性；②20 世纪 50～70 年代是将碎裂岩体力学性质作为中心研究课题的碎裂岩体力学阶段，这个阶段认识到了岩体内大量裂隙对岩体的力学性质有极大影响，指出岩体力学实质上是地质体力学，这一时期以“奥地利学派”为代表，但受研究手段和认识水平的限制，这一阶段的岩体力学研究方法主要还是采用了连续介质力学方法，只是重视了岩体的尺寸效应；③自 20 世纪 70 年代以来，以岩体结构概念为指导，提出了以“岩体结构控制论”为基础理论的岩体结构力学，岩体结构力学将岩体视为由完整岩块和结构面构成的多种力学介质和多种力学模型组成的地质体，这一阶段岩体力学的研究重点是结构面力学行为及其对岩体性质的影响。

近年来，随着经济和社会发展需要，我国的大型水利工程、采矿工程、交通道路等基础工程建设迅速发展，这些大型基础设施建设中往往都面临着许多岩体工程问题，这些工程项目的实施为岩体力学的发展提出了新的挑战，同时也带来了千载难逢的机遇。这些大型工程的建设实践表明，必须将岩体作为一种由岩块和众多结构面组成的断续介质，才能够正确认识工程岩体的力学行为。

对岩体非连续结构面力学行为的考虑是工程中的一个难点，这主要表现在以下几个方面：(1) 采用包含界面单元的有限元法或有限差分法进行数值模拟时，只能模拟少量的较大规模的节理断层，当考虑节理数量较大时，数值模型的单元离散将变得异常困难。因此，当前包含界面单元的有限元法或有限差分法仍然是一种“准连续”的数值计算方法，对于包含众多节理裂隙的岩体，其宏观等效参数的取值对数值分析成果影响很大。(2) 采用以块体理论为基础的界面元法、DDA、离散元法进行岩体分析时，又将岩体看作一种完全被结构面切割而成的块体集合，不能考虑非贯穿节理面中岩桥对变形的限制作用。

(3) 有限元方法、有限差分方法或无单元法仍然是沿用传统弹塑性力学的各向同性假设，不能考虑由于岩体节理裂隙所引起的各向异性变形及各向异性破坏情况。(4) 在当前各种数值计算方法中，都无法反映岩体受力后微裂隙扩展演化成为宏观裂隙，或原生结构面开裂扩展直至破坏的渐近过程。

1.2 离散元方法发展历程

1.2.1 离散元发展历程

3DEC 是在二维离散元软件 UDEC 的基础上发展而来。离散元法的创始人 Peter A. Cundall (后简称 Cundall) 于 1971 年将离散元算法植入 UDEC 软件，并于 1985 年和 Itascas 公司职员在 IBM 微型计算机平台对 UDEC 软件进行了工程应用。Cundall 于 1978 年用 Fortran 编制了离散元的软件雏形 (RBM、SDEM、DBLOCK)，1979 年和 Strack 开发了离散元的代表性程序 TRUBAL，1980 年 Cundall 在 Itasca 公司开发出首个 UDEC 测试版，1983 年 Itasca 公司发布 UDEC 1.0 版本，1985 年发布 UDEC 1.1 版本，同年发布了首个 3DEC 测试版，1988 年正式发布 3DEC1.0 版本，目前广为流行的是 3DEC5.0 版本，与以前版本相比，其增加了强大的前后处理、离散裂隙网络等功能，是节理岩体力学领域应用最广泛的软件之一。

离散元在我国起步较晚，但是发展迅速。王泳嘉于 1986 年首次向我国岩石力学和工程界介绍了离散元法的基本原理及几个应用例子。此后，离散元法在边坡危岩和矿井稳定等岩石力学问题中得到广泛应用。目前，我国有许多高校和科研院所从事离散元方法的研究和应用工作，成果显著。

在岩土计算力学方面，由于离散单元法能更真实地表达节理岩体的几何特点，便于处理非线性变形和破坏都集中在节理面上的岩体破坏问题，因此被广泛应用于模拟边坡和节理岩体地下水渗流等力学行为。离散元还可以在颗粒体模型基础上通过随机生成方法建立具有复杂几何结构的模型，并通过单元间多种连接方式来体现土壤等多相介质间的不同物理关系，从而更有效地模拟土壤开裂、分离等非连续现象，成为分析和处理岩土工程问题的有效方法。

岩体中每个岩块之间存在节理、裂隙等，使得整个岩体成为不完全连续体。离散单元法的基本原理是基于牛顿第二定律，假设被节理裂隙切割的岩块是刚体，岩石块体按照整个岩体的节理裂隙互相镶嵌排列，在空间每个岩块有自己的位置并处于平衡状态。当外力或位移约束条件发生变化，块体在自重和外力作用下将产生位移 (移动和转动)，则块体的空间位置就发生变化，这又导致相邻块体受力和位置的变化，甚至块体互相重叠。随着外力或约束条件的变化或时间的延续，有更多的块体发生位置变化和互相重叠，从而模拟各个块体的移动和转动，直至岩体破坏。因此离散元法在边坡、危岩和矿井稳定等岩石力学问题中得到了广泛应用。

近年来离散元法的应用已经拓展到连续介质向非连续介质转化力学问题中来。例如，混凝土等脆性材料在冲击作用下产生损伤和破坏。而以连续介质力学为基础的有限元等数

值计算方法难以模拟材料的破坏形式和破坏过程。离散元法在这方面则具有得天独厚的优势，可以模拟材料从连续到非连续的转变过程。此外，颗粒离散元还被广泛地应用于研究复杂物理场作用下粉体的动力学行为和多相混合材料介质或具有复杂结构材料的力学性质，如粉末加工、研磨技术、混合搅拌等工业加工领域和粮食等颗粒离散体的仓储和运输等实际生产领域。

1.2.2　结构面变形本构发展

岩体中结构面变形对于岩体的力学性质及其稳定性有着重要影响，因此，多年来有关学者对岩体结构面的本构关系进行了很多研究。由于节理结构面的厚度远小于其平面上的尺度，因此，一般不用应力-应变关系表征其变形规律，而是用应力-变形（或位移）关系描述其变形特性。结构面的变形主要表现为垂直于节理面的闭合或张开变形和沿节理面剪切滑移变形，因此，结构面本构关系的主要研究内容是结构面的应力与其法向变形和切向变形的关系。

考虑结构面沿剪切方向上为各向同性时，结构面上作用有 2 个应力：法向应力 σ（以拉为正）和剪切应力 τ，相应的有法向位移 δ_n（以张开为正，闭合为负）和切向位移 δ_s，应力-位移关系通常用一个 2×2 阶的矩阵（刚度矩阵 K 或柔度矩阵 C）表示：

$$\begin{Bmatrix}\sigma\\ \tau\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}K_n & K_{ns}\\ K_{sn} & K_s\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta_n\\ \delta_s\end{Bmatrix} \tag{1.2.1}$$

式中　$K_n=\dfrac{\partial\sigma}{\partial\delta_n}$为法向刚度系数，表示法向位移对法向应力的效应；

$K_s=\dfrac{\partial\tau}{\partial\delta_s}$为剪切刚度系数，表示剪切位移对剪切应力的效应；

$K_{ns}=\dfrac{\partial\sigma}{\partial\delta_s}$为剪胀刚度系数，表示剪切位移对法向应力的效应；

$K_{sn}=\dfrac{\partial\tau}{\partial\delta_n}$表示法向位移对剪切应力的效应。

由定性分析可知，法向位移对剪切应力的影响可以忽略不计，即有 $K_{sn}=0$；其他的刚度系数 K_{nn}、K_{ss}和 K_{ns}一般通过试验确定。

实践中多忽略刚度耦合项，采用 Goodman 单元，即 K_{sn}和 K_{ns}取为 0，分别利用法向刚度 K_n和剪切刚度 K_s来描述结构面的法向变形和剪切变形。由如式（1.2.1）刚度计算公式可知，确定结构面应力-位移关系的关键是计算 K_n和 K_s。

在已有的研究成果中，有关学者根据试验成果提出不少结构面应力-位移的经验公式，这些公式多是基于非线性变形的本构关系，主要的经验公式及其相应的法向刚度和切向刚度计算式见表 1.2.1。由这些经验计算公式可以看出：

（1）结构面的应力与位移关系是高度非线性关系，目前的计算公式多是非线性弹性本构模型。

（2）一般说来，结构面的法向压应力越大，结构面之间的相对距离越小，结构面的法向刚度也随着增大，当结构面的法向压应力增大到一定值时，结构面之间的位移趋近于 0，这表明随着节理岩体的围压增大，结构面变形效应减小，当围压增大超过一定值时，岩体结构面的变形将趋近于 0，岩体的变形与岩块的变形情况相同。

(3) 当前公式在结构面变形分析时，均是假定结构面不能抗拉，应力-变形关系的研究主要是针对岩体受压闭合变形，在拉应力作用下，结构面变形迅速增大而破坏。

(4) 结构面的法向刚度和剪切刚度与岩块的抗压强度、结构面粗糙度、结构面的尺度、岩体初始应力状态、初始张开度等多种因素有关，具有高度非线性和随机性，结构面的刚度系数变化很大，其取值对结构面变形影响很大。

结构面应力-变形计算经验公式 表 1.2.1

公式类型	公式名称	应力-位移关系	刚度 $K_n(K_s)$ 计算式	参数说明
法向位移与法向应力关系	Goodman 双曲模型	$\delta_n=\delta_{nmax}\left(1-\frac{\sigma_0}{\sigma}\right)$	$K_n=\frac{\sigma^2}{\delta_{nmax}\sigma_0}$	σ_0 为初始应力，δ_{nmax} 为法向最大闭合量
	Bandis 双曲模型	$\delta_n=\frac{\sigma\delta_{nmax}}{K_{n0}\delta_{nmax}+\sigma}$	$K_n=\frac{(K_{n0}\delta_{nmax}+\sigma)^2}{K_{n0}(\delta_{nmax})^2}$ 或 $K_n=\frac{K_{n0}(\delta_{nmax})^2}{(\delta_{nmax}+\delta_n)^2}$ $K_{n0}=-7.15+1.75JRC+0.02\left(\frac{JCS}{d}\right)$	K_{n0} 为节理初始法向刚度，JCS 和 JRC 分别为结构面抗压强度和粗糙度系数，d 为结构面厚度，$d=JRC\left(\frac{0.04\sigma}{JCS}-0.02\right)$ 其他参数同上
	对数函数模型	$\delta_n=\delta_b\ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)$	$K_n=\frac{\sigma}{\delta_b}$	δ_b 为试验确定的系数
	幂函数模型	$\delta_n=A\sigma^r$	$K_n=\frac{rA\sigma^r}{\sigma}$	A、r 为试验确定的系数
	指数模型	$\delta_n=\left(1-e^{-\frac{\sigma}{K_{n0}}}\right)\delta_{nmax}$	$K_n=\frac{K_{n0}}{\delta_{nmax}\exp\left(-\frac{\sigma}{K_{n0}}\right)}$	参数同上
剪切位移与剪切应力关系	双曲线模型	$\tau=\frac{\delta_s}{m+n\delta_s}$	$K_s=\frac{m\delta_s}{(m+n\delta_s)^2}$	m，n 为试验确定的系数
	改进双曲模型	$\tau=\frac{\delta_s}{m+n\delta_s}+\tau_0$	同上	τ_0 为对应初始刚性阶段的常数，其他同上
	Hungr 模型	$\tau=\frac{ut}{t-\delta_s}-u$，其中： $u=-\frac{Baf\sigma^2}{a\sigma-b}$， $t=-\frac{Bfb}{a(a\sigma-b)}<\delta_s$	$K_s=\frac{ut}{(t-\delta_s)^2}$	B 为剪应力屈服值与峰值之比，a 为屈服割线剪切刚度与法向应力之比，f 为法向应力 σ 作用下峰值摩擦系数，b 为绘制 x 轴和 y 轴的尺寸系数
	Duncan 模型	$d\delta_s=\frac{d\tau}{K_s}$	$K_s=K_{s0}\left(1-\frac{R\tau}{(c-f\sigma)}\right)^2$	K_{s0} 为初始切向刚度，c 为结构面粘结力；f 为结构面摩擦系数，R 为剪切破坏比（其值小于 1）
	Bandis 模型	$d\delta_s=\frac{d\tau}{K_s}$	$K_s=K_{s0}\sigma^m\left(1-\frac{R\tau}{(c-f\sigma)}\right)^2$	m 为刚度指数，其他参数同上
	Barton 模型	$d\delta_s=\frac{d\tau}{K_s}$	$K_s=\frac{100\sigma\tan\left[JRC\lg\left(\frac{JCS}{\sigma}\right)+\varphi_r\right]}{L}$	φ_r 为结构面残余摩擦角，L 为结构面的长度。该公式考虑了尺寸效应对剪切刚度的影响

1.2.3 结构面抗剪强度模型与发展

节理岩体的破坏以沿节理面剪切破坏为主，节理面的峰值剪切强度是节理岩体最主要的力学性质。在天然的节理岩体中，节理面表面多是粗糙起伏状，其剪切强度主要与接触

面上的粘结力、表面形态（粗糙度和起伏度）、岩块的强度、结构面的应力状态等因素有关。结构面的抗剪强度公式一般采用 Mohr-Coulomb 公式，其基本形式为：

$$\tau = c + f\sigma \tag{1.2.2}$$

式中 $f=\tan(\varphi)$，c、φ 分别为结构面的粘聚力和摩擦角，σ 为结构面上的法向应力，τ 为结构面当前的抗剪强度值。为了考虑结构面表面形态及连续性对剪切破坏特性的影响，不少学者对 Mohr-Coulomb 公式进行了推广和延伸，主要是研究结构面的粘聚力 c_J 和摩擦角 φ_J（也即其摩擦系数 f_J）两个参数取值方法，主要的研究成果见表 1.2.2。

岩体抗剪强度参数研究成果 **表 1.2.2**

公式名称	结构面 c_J 和 φ_J 计算式	参数说明
Barton 双直线剪切强度公式	(1)当 $\tau\leqslant\sigma_T$ 时： $c_J=0,\varphi_J=\varphi_b+\theta$ (2)当 $\tau\geqslant\sigma_T$ 时： $c_J=c_b,\varphi_J=\varphi_r$	φ_b 为光滑结构面的摩擦角（基本摩擦角）；θ 为规则锯齿状起伏节理面上的起伏角，c_b 为平直结构面的粘聚力（基本粘聚力），φ_r 为结构面残余摩擦角，σ_T 为结构面从滑动破坏转为剪断破坏的过渡应力
Jaeger 负指数剪切强度公式	$c_J=c(1-e^{-b\sigma})$ $\varphi_J=\varphi_r$	b 为由试验确定的系数，其他参数同上
Barton 节理剪切经验公式	$c_J=0$ (1)$\sigma<\sigma_{Jc}$时，$\varphi_J=JRC\lg\left(\dfrac{JCS}{\sigma}\right)+\varphi_b$ (2)$\sigma\geqslant\sigma_{Jc}$时，$\varphi_J=JRC\lg\left(\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma}\right)+\varphi_b$	*JRC*（Joint Roughness Coefficient）为节理粗糙系数，*JCS*（Joint Compression Strength）为节理的抗压强度，σ_{Jc} 为节理岩壁单轴抗压强度，σ_1 和 σ_3 分别为岩体的最大和最小主应力，其他参数同上
台阶状节理面抗剪强度公式	$c_J=\xi c_b+(1-\xi)c_R$ $\varphi_J=\arctan[\xi\tan\varphi_b+(1-\xi)\tan\varphi_R]$ 其中：$\xi=\dfrac{\sum a_i}{\sum a_i+\sum b_i}$	c_R 和 φ_R 分别为完整岩石的粘结力和摩擦角，ξ 为节理不连续性指数（ξ 应大于或等于 0.5），a_i 和 b_i 分别为第 i 段节理面和第 i 个台阶的长度，其他参数同上
锯齿状和波浪状节理面抗剪强度公式	(1)$\sigma<\sigma_m$ 时： $c_J=\dfrac{c_b}{\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha\tan\varphi_b)(\cot\alpha+\cot\beta)}$ $\varphi_J=\varphi_b+\alpha$，其中 $\sigma_m=\dfrac{c_R-\dfrac{c_b}{\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha\tan\varphi_b)(\cot\alpha+\cot\beta)}}{\tan(\alpha+\varphi_b)-\tan(\varphi_R)}$ (2)$\sigma\geqslant\sigma_m$ 时：$c_J=c_R,\varphi_J=\varphi_R$	σ_m 为节理面由爬坡滑动破坏向啃断破坏转化的临界应力，α 和 β 分别为迎剪切方向和背剪方向的起伏角，其他参数同上
一般形态节理面抗剪强度公式	$c_J=0,\varphi_J=\varphi_b+\arctan\left[z_{2w}+z_{2r}f\left(\dfrac{\sigma_s}{\sigma}\right)\right]$	z_{2w} 和 z_{2r} 分别为节理形态起伏度分量和粗糙度分量的坡度均方根，σ_s 为节理岩壁的单轴抗拉强度，$f(\sigma_s/\sigma)$ 为与节理岩壁和形态测试的采样间隔有关的量

在 3DEC 采用接触摩擦型节理模型模拟接触关系，常采用库仑滑移模型。假设块体间的法向力矢量增量 F_n（压为正）和剪切矢量增量 F_s，弹性阶段分别正比于他们之间法向

位移量 u_n 和切向位移增量 u_s，接缝的法向与切向弹簧接触刚度分别为 k_n，k_s，并假定接缝具有无拉力以及满足库仑定律，则有：

$$F_n = k_n u_n，当 u_n \leqslant 0 \tag{1.2.3}$$

$$F_n = 0，当 u_n > 0 \tag{1.2.4}$$

$$F_s = k_s u_s，当 |F_{cs}| \leqslant f|F_{cn}| + cL \tag{1.2.5}$$

$$F_s = \mathrm{sign}(\dot{u}_s)(f|F_{cn}| + cL)，当 |F_{cs}| > f|F_{cn}| + cL \tag{1.2.6}$$

式中：F_n、F_s 分别为接触力 F_c 的法向与切向分量；k_n，k_s 为节理的法向与切向刚度；u_n、u_s 分别为接缝的法向与切向相对位移；f，c 为节理材料的摩擦系数与粘聚力；L 为接触面长度。

1.3 动态松弛离散元法基本原理

离散元计算分析采用动态松弛离散元法。即把非线性静力学问题化为动力学问题求解的一种数值方法，适合于求解动力响应问题。该方法的实质是对临界阻尼方程进行逐步积分。为了保证求得准静态解，一般采用质量阻尼和刚度阻尼来吸收系统的动能。当阻尼系数取值小于某一临界值时，系统的振动将以尽可能快的速度消失，同时函数收敛于静态值。这种带有阻尼项的动力平衡方程，利用有限差分法按时步在计算机上迭代求解。由于被求解方程是时间的线性函数，整个计算过程只需要直接代换，即利用前一迭代的函数值计算新的函数值。因此，动态松弛法在求解非线性动力问题是比较有优势的。

1.3.1 刚性块体运动方程

设块体 i 周边有 n 个块体接触，则其受 n 个力作用，将其力在 X，Y 向分解。则得其合力、合力矩为：

$$F_x = \sum_{i=1}^{n} F_{xi}$$

$$F_y = \sum_{i=1}^{n} F_{yi}$$

$$M = \sum_{i=1}^{n} [F_{yi}(x_i - x_0) + F_{xi}(y_i - y_0)] \tag{1.3.1}$$

式中，F_x，F_y，M 分别为 X，Y 方向上的合力，合力矩。其中 x_0，y_0 为块体质心坐标，力矩逆时针为正。

块体的平面运动方程和转动运动方程可写为：

$$\ddot{x}_i + \alpha \dot{x}_i = \frac{F_i}{m} - g_i \tag{1.3.2}$$

$$\ddot{\omega}_i + \alpha \dot{\omega} = \frac{M_i}{I} \tag{1.3.3}$$

式中，$\ddot{x}$ 为质心加速度；$\dot{x}_i$ 为质心速度；α 为黏性阻尼常数；F_i 为块体中心合力；m 为块体质量，g_i 为重力加速度；$\ddot{\omega}_i$ 为块体某一轴的角加速度，$\dot{\omega}_i$ 为角速度，M_i 为弯矩，I 为惯性矩，以上方程可以在三个坐标轴方向分别建立，因此对每个块体可以建立三个平

动、三个转动方程。

对质点运动方程可采用中心差分法求解，如下公式可分别描述平动与转动方程在时间 t 上的中心差分：

$$\ddot{x}_i(t)=\frac{1}{2}\left[\dot{x}_i\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)+\dot{x}_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \tag{1.3.4}$$

$$\omega_i(t)=\frac{1}{2}\left[\omega_i\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)+\omega_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \tag{1.3.5}$$

则加速度可以计算为

$$\ddot{x}_i(t)=\frac{1}{\Delta t}\left[\dot{x}_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)+\dot{x}_i\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \tag{1.3.6}$$

$$\dot{\omega}_i(t)=\frac{1}{\Delta t}\left[\omega_i\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)-\omega_i\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \tag{1.3.7}$$

将这些变量分别代入平动、转动运动方程，即可得到中心差分计算公式。如果平动、转角增量利用如下公式给出：

$$\Delta x_i=\dot{x}_i\left[t+\frac{\Delta t}{2}\right]\Delta t$$

$$\Delta\theta_i=\omega_i\left[t+\frac{\Delta t}{2}\right]\Delta t \tag{1.3.8}$$

则块体中心更新为

$$x_i(t+\Delta t)=x_i(t)+\Delta x_i \tag{1.3.9}$$

块体顶点位置即可得出

$$x^{v}_{v_i}(t+\Delta t)=x^{v}_{i}(t)+\Delta x_i+e_{ijk}\Delta\theta_j\left[x^{v}_{k}(t)-x_k(t)\right] \tag{1.3.10}$$

对于粘结在一起的块体组，运动方程只需要计算主块体即可，其质量、惯性矩和中心位置可由块体组决定，一旦主块体运动确定，从属块体的形心位置和顶点坐标即可计算出来。

而第 i 块体承受力和弯矩合力，在每次循环块体运动更新后即归零，下一循环重新计算。

1.3.2　变形块体运动方程

很多工程应用中，块体的变形不可忽略。因此将刚性块划分为有限元四面体单元，成为变形块体。块体变形的复杂性取决于划分的单元数目。同时使用四面体单元可消除常应变有限差分多面体计算中沙漏变形问题。

四面体单元的顶点称为网格差分点（类似有限元中的节点），运动方程在每个网格点上建立如下：

$$\dot{u}_i=\frac{\int_S \sigma_{ij}n_j\,\mathrm{d}s+F_i}{m}+g_i \tag{1.3.11}$$

式中，S 是包围质量的外表面；m 集中在网格点上的质量；g_i 为重力加速度。F_i 是施加在网格点上的外力合力，它主要由三部分构成：

$$F_i=F_i^z+F_i^c+F_i^l \tag{1.3.12}$$