

现代管理数学方法

罗 党 王洁方 翟艳丽 周 玲 编著



科学出版社

现代管理数学方法

罗 党 王洁方 翟艳丽 周 玲 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

定量分析方法已成为管理科学理论及实践的重要基础。本书选择数学规划、多元统计分析、马尔可夫分析、数据包络分析、博弈论、灰色系统理论、粗糙集、智能优化等八种代表性现代管理数学方法,编写成册。本书共十章,第1章介绍现代管理数学方法的产生及发展,第2~10章分别介绍现代管理数学方法的基本概念、基本方法和模型拓展。

本书可作为高等院校经济、管理、系统工程与应用数学等相关专业高年级本科生和研究生的教学用书,也可供政府部门、企事业单位的科技工作者和管理干部参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代管理数学方法/罗党等编著. —北京: 科学出版社, 2016.5

ISBN 978-7-03-048111-5

I. ①现… II. ①罗… III. ①经济数学-数学方法-研究 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 087694 号

责任编辑: 李静科 / 责任校对: 张凤琴

责任印制: 张 伟 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年6月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2016年6月第一次印刷 印张: 18

字数: 344 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序

管理数学方法,是现代管理科学定量分析的主干和核心.它主要从数量上对管理对象本身及其运行规律进行研究,从中获取较为抽象的数学模型,并在管理过程中进行应用.从某种意义上说,现代管理数学方法是管理科学乃至管理实践发展的重要基石.

管理对象所在的系统可划分为确定性系统和不确定性系统两大类.罗党教授、王洁方博士等编著的《现代管理数学方法》一书,选择了八种重要管理数学方法,包括运筹学、统计学、数据包络分析、智能优化算法等面向确定系统的管理数学方法,以及模糊数学、灰色系统、粗糙集、随机分析等面向不确定系统的管理数学方法.

该书首先系统介绍了现代管理数学方法的产生及发展历程,进而将八种方法分别独立编写成章,且各章均按照“基本理论 + 基本模型 + 模型拓展”的体例展开.这种组织架构和章节安排,有助于系统、清晰、深入浅出地呈现现代管理数学方法的基本思想和理论精髓.

该书凝聚了全体作者多年从事管理数学方法教学、科研和实践的经验和智慧,我十分乐意向读者推荐.

刘思峰

南京航空航天大学、英国 De Montfort 大学特聘教授

欧盟玛丽·居里国际人才引进计划 Fellow(Senior)

国际灰色系统与不确定分析学会主席

前 言

管理理论的发展大体可以划分为三个阶段。一、18 世纪末 ~19 世纪末的经验管理阶段。管理职能与体力劳动的分离,管理工作由资本家个人执行,其典型特点是个人经验主导管理过程。二、20 世纪 20~40 年代的科学管理阶段。资本家同管理人员的分离,管理人员总结管理经验,使之系统化并加以发展,逐步形成了科学管理理论。三、20 世纪 50 年代以后的现代管理阶段。定量方法在管理工作中的份量逐步加大,采用数理决策方法进行分析并用电子计算机进行控制是现代管理的重要特征。现代管理阶段涌现出的用于解决实际管理问题的数学工具,均可称为现代管理数学方法。

按所属时间阶段进行划分,不难发现,现代管理数学方法包括庞大的理论体系,包含十几项专门知识(经典的统计学、运筹学等管理类专业低年级开设的课程也在其列)。从这个意义上讲,现代管理数学方法是难以用一本甚至是几本教材就能彻底讲清楚的。与此同时,对于管理类等相关专业的高年级本科生、研究生以及相关科技工作者而言,也不必掌握所有的现代管理数学方法,只需根据面临的实际问题,选择性地深入学习若干项分析技巧即可。

围绕基本概念、基本模型、模型扩展方法,入门式地介绍几种典型的现代管理数学方法,使读者能系统了解现代管理数学方法的理论体系,了解各种现代管理数学分析工具的基本特点,为读者进一步有针对性学习某种现代管理数学方法奠定基础,是本书写作的初衷。

本书融合了作者多年来从事现代管理数学方法相关课程的教学成果,以及承担国家、省部级相关项目的科研成果。本书撰写分工为:罗党负责第 1, 3, 7 章内容;王洁方负责第 2, 5 章内容;周玲负责第 8, 9 章内容;翟艳丽负责第 4, 6, 10 章内容;罗党完成了全书的审定和校对工作。杨会雨、林培源、李诗、韦保磊、毛文鑫、孙慧芳、刘敏等研究生参与了文字整理工作,在此一并表示感谢。

本书的出版得到了华北水利水电大学科研团队培育计划基金、国家自然科学基金面上项目(基于灰数信息的决策模型及其在黄河冰凌灾害风险中的应用研究 71271086、区域农业干旱形成机理及预警预报方法 51379078、基于链式传递情景模拟的区域旱灾风险智能识别评估与调控 51579059)、国家自然科学基金青年项目(排污权转移视角下跨界水污染的灰色耦合补偿研究 71503080)、教育部人文社会科学基金青年项目(基于灰色决策建模的水排污权区际间过渡性初始配置研究 14YJC630121)的共同资助。科学出版社数理分社的李静科编辑为本书的出版付出

了辛勤的劳动, 在此表示感谢.

限于作者水平, 疏漏或不妥之处在所难免, 敬请读者批评指正!

作 者

2016 年 3 月 16 日

目 录

序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 数学规划	1
1.2 多元统计	2
1.3 马尔可夫分析	2
1.4 数据包络分析	4
1.5 博弈论	4
1.6 灰色系统理论	5
1.7 粗糙集	6
1.8 智能算法	7
第 2 章 数学规划	9
2.1 线性规划	9
2.1.1 线性规划的一般形式和标准形式	9
2.1.2 线性规划的图解法	13
2.1.3 单纯形法的原理	14
2.1.4 单纯形法计算步骤	19
2.2 整数规划	21
2.2.1 整数规划模型的一般形式	21
2.2.2 整数规划举例	22
2.2.3 分支定界法	22
2.3 目标规划	25
2.3.1 目标规划的数学模型	25
2.3.2 目标规划的单纯形法	26
习题 2	29
第 3 章 多元统计分析	31
3.1 基本概念	31
3.2 主成分分析	34
3.2.1 主成分分析及几何意义	34
3.2.2 主成分分析的求法	36

3.3 聚类分析	40
3.4 因子分析	43
习题 3	54
第 4 章 马尔可夫分析法	57
4.1 基本概念	57
4.1.1 马尔可夫链	57
4.1.2 n 步转移概率和 $C-K$ 方程	60
4.1.3 首达时与首达概率	63
4.1.4 稳态概率	66
4.2 马尔可夫预测	70
4.2.1 商品销售状态预测	70
4.2.2 市场占有率预测	72
4.2.3 期望利润预测	75
4.3 可尔可夫决策	76
4.3.1 序列决策模型	76
4.3.2 马尔可夫决策过程的数学描述	77
4.3.3 决策类与目标函数	78
4.3.4 有限阶段模型	80
习题 4	84
第 5 章 数据包络分析	87
5.1 基本概念	87
5.2 CCR 模型	88
5.3 CCR 的扩充模型	91
5.3.1 BCC 模型	91
5.3.2 超效率模型	92
5.3.3 交叉效率模型	93
5.3.4 几何平均效率模型	95
5.3.5 最优决策单元的选择	96
5.4 灰区间变量 DEA 模型	98
5.4.1 灰区间变量 DEA 模型求解方法回顾及分析	98
5.4.2 基于灰数比较可信度的灰区间变量 DEA 模型求解	103
5.4.3 位置系数约束下的灰区间变量 DEA 模型	109
5.4.4 决策单元的 DEA 效率区间及其漂移值的修正	116
5.4.5 三参数灰区间变量 DEA 模型及其效率区间排序	124
5.4.6 案例分析	126

习题 5	130
第 6 章 博弈论	132
6.1 博弈论的基本概念	132
6.1.1 博弈的基本概念	132
6.1.2 博弈的划分	132
6.1.3 博弈的要素	133
6.2 完全信息静态博弈	134
6.2.1 占优战略均衡	135
6.2.2 重复剔除严格劣战略	135
6.2.3 纳什均衡	137
6.2.4 寻求纳什均衡的方法	138
6.2.5 零和博弈与混合策略纳什均衡	139
6.3 古诺模型及其应用	141
6.3.1 古诺模型	141
6.3.2 利用古诺双寡头模型来分析案例	142
6.4 完全信息动态博弈	144
6.4.1 博弈的扩展式表述	144
6.4.2 博弈树的基本构成	145
6.4.3 扩展式表述中的战略	149
6.4.4 子博弈精炼纳什均衡	150
6.4.5 运用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡	153
6.4.6 承诺行动与子博弈精炼纳什均衡	155
6.4.7 子博弈精炼纳什均衡应用举例——寡占的斯塔克博格模型	156
6.5 不完全信息静态博弈和动态博弈	157
6.5.1 不完全信息静态博弈	157
6.5.2 不完全信息动态博弈	159
习题 6	162
第 7 章 灰色预测	164
7.1 灰色信息挖掘	164
7.1.1 数据空穴填补方法	164
7.1.2 数据序列的光滑性	166
7.1.3 累加生成算子与累减生成算子	167
7.1.4 累加生成的灰指数规律	169
7.2 GM(1,1) 模型	170
7.2.1 GM(1,1) 模型的基本形式	170

7.2.2	GM(1,1) 模型的检验	173
7.2.3	GM(1,1) 模型应用实例	175
7.2.4	GM(1,1) 模型的适用范围	177
7.3	残差 GM(1,1) 模型	180
7.4	灰色 Verhulst 模型	185
	习题 7	187
第 8 章	灰色决策	189
8.1	基础知识	189
8.1.1	灰数	189
8.1.2	灰数的白化	190
8.1.3	灰色决策的基本概念	191
8.2	灰靶决策	193
8.3	灰色关联决策	197
8.3.1	灰色关联度	197
8.3.2	实数型灰色关联决策	198
8.3.3	灰色区间关联决策方法	200
8.3.4	方案目标值有空缺的灰色关联决策算法	207
8.3.5	灰色决策问题的特征向量方法	210
8.4	灰色聚类决策	213
8.4.1	灰色白化权函数	213
8.4.2	灰色聚类决策	215
8.5	灰色发展决策	218
	习题 8	222
第 9 章	粗糙集决策	224
9.1	基本概念	224
9.1.1	知识与知识表示	224
9.1.2	近似与粗糙集	226
9.1.3	近似精度与粗糙度	228
9.1.4	属性的重要性、属性约简和核	228
9.1.5	决策规则和算法	230
9.1.6	算例分析	231
9.2	属性约简算法	232
9.2.1	常见的约简算法	232
9.2.2	基于属性重要性的约简算法	233
9.2.3	基于差别矩阵的属性约简算法	233

9.2.4 基于信息熵的属性约简算法	235
9.3 不完备决策系统的粗糙决策	237
9.3.1 不完备决策系统	237
9.3.2 属性约简与决策规则获取	238
9.3.3 实例分析	239
9.4 基于优势关系的粗糙决策	240
9.4.1 基于优势关系的粗糙近似	240
9.4.2 决策规则	242
9.4.3 应用实例	242
9.5 基于扩展优势关系的粗糙决策	243
9.5.1 不完全信息的偏好多属性分类问题	243
9.5.2 基于扩展优势关系的粗糙近似	244
9.5.3 决策规则	245
9.5.4 应用实例	246
习题 9	247
第 10 章 智能优化算法	249
10.1 遗传算法	250
10.1.1 发展历程	250
10.1.2 算法分析	251
10.1.3 应用实例	252
10.2 模拟退火算法	259
10.2.1 发展历程	259
10.2.2 算法分析	260
10.2.3 应用实例	261
10.3 粒子群算法	263
10.3.1 发展历程	263
10.3.2 算法分析	264
10.3.3 应用实例	265
习题 10	269
参考文献	270

第1章 绪 论

随着经济管理领域研究的逐步深入,以及研究对象所处环境的日益复杂,20世纪以来,定量分析方法取得了迅猛发展.可以说,以解决经济管理领域实际问题为目标,以数学建模为工具,现代管理数学方法群已经形成,它主要包括运筹学、统计学、数据包络分析等在内的面向确定系统的方法体系,也包括模糊数学、灰色系统、粗糙集、随机分析等在内的面向不确定系统的方法体系.本书选择数学规划、多元统计分析、马尔可夫分析、数据包络分析、博弈论、灰色系统理论、粗糙集、智能优化等八种具有代表性的现代管理数学方法,将其基本理论、建模技术编写成册.本章介绍这八种理论的基本思想和发展.

1.1 数学规划

数学规划又称数学优化,是运筹学的一个重要分支.它通过某一衡量指标来寻找最优方案,研究对象是计划管理工作中有关安排和估值的问题.著名数学家欧拉曾说:宇宙万物无不与最小化或最大化的原理有关系.数学规划求解“最优”的特征决定了其应用的广泛性.经济社会中,在有限的资源下求解最优的计划、路线、组合和策略等问题都可以归结为数学规划问题.数学规划的应用遍及工程、经济、金融、管理、医药和军事等领域.数学规划的原理渗入到了社会发展的各个方面,甚至在日常生活里也有各种各样的最优化问题.

数学规划的历史可以追溯至17世纪法国数学家费马给出的实函数极值点的平稳性条件和18世纪法国数学家拉格朗日处理等式约束的乘子方法,而牛顿提出的求函数极值点的迭代算法成为后来无约束最优化和非线性方程组的基本算法.现代数学规划发展于第二次世界大战以后,其标志是线性规划的问世.早在1939年康托洛维奇就已经把线性规划方法应用于第二次世界大战中苏联的军事和生产规划,但直至20世纪50年代末西方科学界才知道他的工作.1947年,丹齐格提出了求解线性规划的单纯形法.线性规划的单纯形法的提出被认为是现代数学规划的开端,是20世纪计算科学的十大算法之一,丹齐格也被认为是“数学规划之父”.1951年库恩和塔克提出了约束最优化问题的必要条件,后称为KKT条件,也是现代非线性规划理论研究的开端.到了20世纪70年代,数学规划无论是在理论和方法上,还是在应用的深度和广度上都得到了进一步的发展.

第二次世界大战后,西方经济和科学技术的繁荣发展使数学规划的发展进入了

黄金阶段,特别是计算机技术的普及,使数学规划的算法成为能真正广泛地应用于求解各种现实问题的最优化模型.本书中主要讨论的数学规划方法包括线性规划、整数规划、目标规划.

1.2 多元统计

在社会经济领域,许多现象是复杂的、多维的.面对多样的社会经济问题,仅从单方面、单指标考虑和分析,无法满足科学、客观地认识现实世界的需要.在当今的信息和知识经济时代,人类研究的科学和社会问题更加高深、复杂和庞大,有效地收集和分析数据以提取信息和获得知识变得更加重要.随着信息技术的发展和网络的逐渐普及,各类数据扑面而来,我们沉浸于数据的海洋之中.然而如何有效地从这些数据中挖掘出有效的信息,为管理、决策服务,是摆在我们面前的重要任务.

多元统计分析是数理统计学里面迅速发展起来的一个分支,随着计算机的普及,各种统计软件不断推出,多元统计分析方法已广泛应用到自然科学、社会经济、管理等领域.多元统计分析是运用数理统计的方法来研究多变量问题的理论和方法,它是一元统计学的推广,涉及的变量不是一个,而是多个,且这些变量间又存在一定的联系,需要处理多个变量的观测数据,如果用一元统计方法就要对多方面分别进行分析,而一次分析一个方面,同时忽视了各方面之间存在的相关性,这样会丢失很多信息,分析的结果不能客观全面地反映情况.因此,采用多元统计分析方法对多维数据进行分析,是解决此问题的有效工具和手段.

多元统计分析发端于 20 世纪 30 年代.1928 年维希特发表了论文《多元正态总体样本协差阵的精确分布》,标志着多元统计分析的开端.其后,费希尔、霍特林、罗伊等做了一系列奠基性工作,使多元统计分析在理论上得到了迅速发展.我国 20 世纪 70 年代初才关注到多元统计分析方法,改革开放以后,多元统计分析的理论和应用取得了较多进展,并在经济、管理实践中进行了广泛应用.

多元统计分析的理论基础包括多维随机向量及多维正态随机向量,以及由此定义的各种多元统计量,推导它们的分布并研究其性质,研究它们的抽样分布理论.多元统计分析方法主要包括线性回归分析方法、判别分析方法、聚类分析方法、主成分分析方法、因子分析方法、对应分析方法、典型相关分析方法以及最小二乘回归分析方法等.

1.3 马尔可夫分析

马尔可夫分析起源于俄国数学家安德烈·马尔可夫对成链的试验序列的研究.

1907 年, 马尔可夫发现某些随机事件的第 N 次试验结果常决定于它的前一次试验结果, 他假定各次转移过程中的转移概率无后效性, 用以对物理学中的布朗运动作出数学描述; 1923 年, 美国数学家诺伯特·维纳提出连续轨道的马尔可夫过程的严格数学结构; 20 世纪 30~40 年代, 柯尔莫哥洛夫、费勒、德布林、莱维和杜布等建立了马尔可夫过程的一般理论, 并把时间序列转移概率的链式称为马尔可夫链。

目前, 马尔可夫分析法已成为市场预测的有效工具, 用来预测顾客的购买行为和商品的市场占有率等, 同时也应用在企业的人力资源管理上。在马尔可夫分析中, 引入状态转移这个概念。所谓状态是指客观事物可能出现或存在的状态; 状态转移是指客观事物由一种状态转移到另一种状态的概率。马尔可夫分析法的一般步骤为: 调查目前的市场占有率情况; 调查消费者购买产品时的变动情况; 建立数学模型; 预测未来市场的占有率。

马尔可夫决策过程起源于 20 世纪 50 年代。1953 年 Shapley 在一次讨论班上做了关于随机对策的报告, 所讨论的问题可以看成是一种特殊的马尔可夫决策模型。后来 Bellman 研究动态规划时和 Lloyd S. Shapley 研究随机对策时产生了马尔可夫决策过程的基本思想。Howard 首先使用了马尔可夫过程这个名字, 系统地讨论了它的理论框架并给出了有效的算法。1960 年以来, 马尔可夫决策过程理论得到了迅速发展, 应用领域不断扩大。现在, 马尔可夫决策过程的模型已经在生态科学、经济理论、通信工程以及众多学科中得到了应用, 而这些新的应用也促进着理论的发展。

马尔可夫决策过程, 简称马氏决策过程, 是基于马尔可夫过程理论的随机动态系统的最优决策过程。马氏决策过程的模型由决策时刻、系统状态、行动、报酬和转移概率组成。在一个状态选取一个行动会产生一个报酬, 并且通过转移概率函数决定下一个决策时刻的状态。策略是一些规定, 即告诉决策者任一个决策时刻在任一个状态上如何选取行动的规定。即根据每个时刻观察到的状态, 从可用的行动集中选用一个行动作出决策, 系统下一步 (未来) 的状态是随机的, 并且其状态转移概率具有马尔可夫性。决策者根据新观察到的状态, 再作新的决策, 依此反复地进行。马尔可夫性是指一个随机过程未来发展的概率规律与观察之前的历史无关的性质。马尔可夫性又可简单叙述为状态转移概率的无后效性。状态转移概率具有马尔可夫性的随机过程即为马尔可夫过程。马尔可夫决策过程又可看作随机对策的特殊情形, 在这种随机对策中对策的一方是无意志的。马尔可夫决策过程还可作为马尔可夫型随机最优控制, 其决策变量就是控制变量。

马尔可夫决策过程发展的前 30 多年, 主要研究最优方程及其求解算法, 即策略与值迭代的方法。基本上, 这些原则只适用于单一目标函数的情形。但对于其他准则的优化问题就不能直接应用值迭代中的动态规划的方法了。20 多年来, 大部分研究都集中在值迭代中的动态规划原则不直接适用的困难问题上, 特别是多准则问

题等方面。另外,应用方面也取得了迅速的发展,其中马氏决策过程的基本算法起着极其重要的作用。

1.4 数据包络分析

数据包络分析 (Data Envelopment Analysis, DEA) 是由美国著名运筹学家 Charnes 和 Rhodes 于 1978 年提出的一种效率评价方法,经过三十多年的发展,现已成为管理学、经济学、系统科学等领域中一种常用且重要的分析工具。它使用数学规划模型来评价具有多个输入和多个输出的“部门”或“单位”间的相对有效性(称为 DEA 有效),从而把单输入单输出的工程效率概念推广到多输入多输出同类决策单元(DMU)的有效性评价中去,极大地丰富了微观经济中的生产函数理论及其应用技术。同时在避免主观因素,简化算法,减少误差等方面有着不可低估的优越性。

DEA 的原型可以追溯到 1957 年 Farrell 在英国农业生产力进行分析时提出的包络思想。此后,在运用和发展运筹学理论与实践的基础上,逐渐形成了主要依赖线性规划技术并非常用于经济定量分析的非参数方法。因此,DEA 有时也被称为非参数方法或 Farrell 型有效分析法。自 1978 年以来,DEA 方法发展极其迅速,在理论和应用上均产生了较大的影响。1978 年 Charnes 等以单输入单输出的工程效率概念为基础提出了第一个 DEA 模型——CCR 模型,它是以分式形式给出的。1984 年,Banker 等从公理化的模式出发给出了另一个刻画生产规模与技术有效的 DEA 模型——BCC 模型,并证明了它与 CCR 模型具有相同的形式。1985 年 Charnes 和 Cooper 等针对 CCR 模型中生产可能集的凸性假设在某些条件下是不合理的,给出了另一个评价生产技术相对有效的 DEA 模型——CCGSS 模型。这些模型的产生不仅扩大了人们对生产理论的认识,而且也评价多目标问题提供了有效的途径,研究生产函数理论的主要技术手段由参数方法发展成为参数与非参数方法并重。在国内,1989 年魏权龄等介绍了运用 DEA 模型建立生产函数的方法,进而证明了在单一输出的情况下,DEA 有效曲面就是生产函数曲面;1991 年朱乔等给出了一种基于 DEA 方法的预测模型;吴文江等将弱 DEA 和 DEA 有效性用于预测问题进行了探讨;1992 年,朱乔、陈遥利用 DEA 方法建立了求生产单元的最小成本及最大收益模型,并依据要素的市场价格,分析了投入产出最佳组合效率问题;1995 年,迟旭讨论了 DEA 方法与生产函数之间的内在关联,推导出生产规模收益、生产要素的产出弹性等经济指标的 DEA 计算公式。

1.5 博 弈 论

博弈论,又叫对策论,是研究在特定条件制约下,多个个体或团队之间利用相

关方的策略而实施对应策略的学科. 博弈论已经成为管理经济领域的标准分析工具之一.

1944 年, 美国数学家冯·诺依曼和摩根斯坦合著的《博弈论与经济行为》一书的出版, 标志着博弈理论的初步形成. 该书汇集了当时博弈论的研究成果, 详尽地阐述了二人零和博弈, 深入地探讨了合作博弈, 完整而清晰地表述了博弈论的框架, 并开辟了一些新的研究领域, 使其作为一门学科获得了应有的地位. 同时, 身为经济学家的摩根斯坦首先清楚而全面地确认, 经济行为者在决策时应考虑到经济学上的利益冲突性质. 由于博弈论在数学上的严谨性与经济学应用上的广泛性, 一些经济学家将该书的出版视为数理经济学确立的里程碑.

20 世纪 40 年代末到 50 年代初, 是博弈论发展史上一个重要阶段, 越来越多的学者进行了博弈理论的研究. 1950 年, 纳什在他的博士论文《非合作博弈》中, 将博弈论扩展到了非零和博弈, 最终形成了非合作博弈理论的思想源泉. 纳什均衡概念的提出以及纳什均衡存在性 (纳什定理) 的证明, 发展了以纳什均衡概念为核心的非合作博弈理论. 20 世纪 50 年代中后期一直到 70 年代也是博弈论发展历史上较为重要的一个时期. “微分均衡”“强均衡”“重复博弈”以及在此基础上的完全信息动态博弈等概念就是在这一时期提出来的, 而且在 60 年代初开始了博弈论在进化生物学中的应用研究. 海萨尼的不完全信息博弈理论是这个时期产生的里程碑式的成果, 他定义了关于不完全信息静态博弈的“贝叶斯纳什均衡”和关于不完全信息动态博弈的严格“纳什均衡”等概念, 并给出了关于“混合策略”的不完全信息解释. 同时这个时期也是进化博弈论发展的重要阶段, “进化稳定策略”等概念相继被提出.

随着现代经济的迅猛发展, 博弈论日益为人们所认识, 并应用于经济现象的分析与研究中. 博弈论已成为博大精深的体系, 广泛应用于管理学、经济学、政治学、军事决策、计算机科学、生物演化等研究. 同时与数学、心理学、统计学以及认识论、伦理学等学科有重要联系. 它与各学科之间相互影响、相互促进, 一方面借鉴其他学科的思想成果, 另一方面也促进了其他学科的发展.

1.6 灰色系统理论

在系统研究中, 由于内外扰动的存在和认识水平的局限, 人们所得到的信息往往带有某种不确定性. 随着科学技术的发展和人类社会的进步, 人们对各类系统不确定性的认识逐步深化, 不确定性系统的研究也日益深入. 灰色系统理论这门学科正是在这种背景下应运而生. 在 20 世纪 80 年代, 邓聚龙教授在荷兰期刊 *System & Control Letters* 上发表的一篇名为 *Control Problem of Grey System* 的论文, 标志着灰色系统理论的创立, 其是一种研究“少数据”“贫信息”不确定性问题的新方法.

该理论以“部分信息已知, 部分信息未知”的“小样本”“贫信息”不确定性系统为研究对象, 主要通过对“部分”已知信息的生成、开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。

灰色系统理论把部分信息已知而部分信息未知的系统称为灰色系统, 并把一般系统论、信息论和控制论的观点和方法应用到社会、经济等抽象系统, 结合数学方法, 发展了一套解决信息不完全问题的理论与方法。灰色系统理论经过 20 年的发展, 已基本建立起一门新兴学科的结构体系。其主要内容包括以灰色朦胧集为基础的理论体系, 以灰色关联空间为依托的分析体系, 以灰色序列生成为基础的方法体系, 以灰色模型 (GM) 为核心的模型体系, 以系统分析、评估、灰色决策、控制、优化为主体的技术体系。灰色系统模型对实验观测数据没有什么特殊的要求和限制, 自问世以来深受各界研究人员和实际工作者的喜爱, 已获得了广泛的应用。

目前, 灰色系统理论的应用范围已拓展到工业、农业、社会、经济、能源、交通、石油、地质、水利等众多领域, 成功地解决了生产、生活和科学研究中的大量实际问题。如徐忠祥教授等完成的新疆塔里木盆地油气圈闭灰色综合预测、林昌荣高工完成的南海西部油气储量分布灰色预测、范兆木高工完成的黄河入海口地形演变灰色预测、邱学军研究员开发的中西医灰色诊断系统等, 产生了显著的社会经济效益。自 20 世纪 80 年代以来, 我国有数百个市、县和省级区域运用灰色系统理论的方法、模型和技术研究区域社会、经济和科技发展问题, 编制综合发展规划, 促进了区域经济的健康发展。2002 年, 我国灰色系统学者获系统与控制世界组织奖, 灰色系统理论的创立催生了“灰色水文学”“灰色地质学”“灰色统计学”“灰色育种学”“灰色控制”“灰色医学”等一批新兴交叉学科, 推动了科学事业的发展。

1.7 粗 糙 集

20 世纪 70 年代, 波兰学者 Z.Pawlak 和波兰科学院、波兰华沙大学的逻辑学家, 一起从事关于信息系统逻辑特性的研究, 粗糙集理论就是在这些研究的基础上产生的。1982 年, Z.Pawlak 发表了经典论文《粗糙集》, 标志着粗糙集理论的诞生。该理论创立之初, 由于语言的问题, 只有东欧国家的一些学者研究和应用它, 后来才引起国际上数学界和计算机界的重视。1991 年, Z.Pawlak 出版了《粗糙集——关于数据推理的理论》这本专著, 从此粗糙集理论及其应用的研究进入了一个新的阶段。1992 年, R.Slowinski 主编的论文集的出版, 推动了国际上对粗糙集理论与应用的深入研究, 同年在波兰召开了第一届国际粗糙集合研讨会, 这次会议着重讨论了集合近似定义的基本思想和粗糙集合环境下的机器学习基础。从此, 每年都会召开一次以粗糙集理论为主题的国际研讨会, 推动了粗糙集理论的拓展和应用, 越来越多的科技人员开始了解并准备从事该领域的研究。我国粗糙集理论研究起步较晚,