

DAXUESHENG
SHUXUE
SHOUCE

大学生数学

手册

杨永愉 杜建卫 吴春霞 编



化学工业出版社

DAXUESHENG
SHUXUE
SHOUCE

大学生数学手册

杨永愉 杜建卫 吴春霞 编



化学工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

大学生数学手册/杨永愉, 杜建卫, 吴春霞编. 北京:
化学工业出版社, 2010. 11

ISBN 978-7-122-09495-7

I. 大… II. ①杨…②杜…③吴… III. 高等数学-
高等学校-教学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 178745 号

责任编辑: 袁俊红 唐旭华
责任校对: 郑 捷

装帧设计: 史利平

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 刷: 北京市振南印刷有限责任公司

装 订: 三河市宇新装订厂

880mm×1230mm 1/64 印张 7½ 字数 237 千字 2011 年 11 月北京第 1 版第 2 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 15.00 元

版权所有 违者必究

前 言

“高等数学”、“线性代数”和“概率论与数理统计”是理工科各专业在本科教育培养阶段最主要的三门数学基础课程。一般来讲,大学本科学生的数学水平可以分为三个层次:将数学视为一种工具;将数学视为一种理论;将数学视为一种思想。其中最基本的,也是每一位学生都必须达到的层次是将数学作为工具来学习,为本科高年级及研究生阶段的专业课程学习掌握必要的数学工具。所以,需要一本能够帮助学生在学习、复习和使用数学的各种基本公式、基本运算和基本法则的过程中,便于查阅相关内容的工具书。针对这种需求,我们编写了这本手册。

本手册内容包括了这三门数学课程中的主要定义、定理、公式、法则和方法,涵盖了全国硕士研究生入学数学考试大纲所要求的全部内容。在内容的选取上力求精练,做到有针对性,突出核心内容,并与这三门数学课程的教学内容、数学考研的复习内容密切结合。

为便于学生检索,在本手册的目录上列出了与正文相对应的重要条目。此外,在正文每章的最后,用简洁明了的知识点及其关联网络来表示各知识点之间的联

系. 这样, 一方面可以一目了然地掌握每章所包含的知识点, 便于记忆; 另一方面可以理解各个知识点之间的关系, 有利于形成一个完整的认知结构, 避免重要知识点的遗忘或缺失.

本手册第 1 章至第 12 章内容属于高等数学部分, 由杨永愉编写; 第 13 章至第 18 章内容属于线性代数部分, 由杜建卫编写; 第 19 章至第 26 章内容属于概率论与数理统计部分, 由吴春霞编写.

本手册对正在学习高等数学、线性代数、概率论与数理统计和复习准备考研研究生的读者都有极大参考价值, 此外, 对于曾经学过大学数学课程, 并希望在短时间内迅速复习和回忆大学数学内容的读者也具有重要的参考价值.

由于编者水平有限, 不足之处, 敬请指正.

编者

2010 年 9 月

目 录

第 1 章 函数 极限 连续	1
§ 1.1 映射与函数	1
集合	1
邻域	1
映射	2
函数	3
函数的基本特性	6
基本初等函数	7
初等函数	12
§ 1.2 数列的极限及其性质	13
数列	13
数列极限	13
数列的有界性	14
收敛数列的性质	14
§ 1.3 函数的极限及其性质	15
极限定义($x \rightarrow x_0$)	15
极限定义($x \rightarrow \infty$)	16

函数极限的性质	17		
§ 1.4 无穷小与无穷大	19		
无穷小	19	无穷大	20
无穷小与函数极限关系	19	无穷大与无穷小关系	20
§ 1.5 极限运算法则	20		
无穷小运算法则	20	极限的四则运算法则	21
§ 1.6 极限存在准则 两个重要极限	21		
夹逼准则	21	单调有界准则	22
单调数列	22	两个重要极限	22
§ 1.7 无穷小的比较	23		
无穷小的比较	23	等价无穷小的充要条件	24
常用等价无穷小	23	无穷小的等价代换	24
§ 1.8 函数的连续性与间断点	25		
函数在一点处连续定义	25	函数在开区间上连续	26

函数在闭区间上连续.....	26	反函数的连续性.....	28
函数的间断点定义.....	26	复合函数的极限运算法则.....	28
第一类间断点.....	27	复合函数的连续性.....	28
第二类间断点.....	27	基本初等函数的连续性.....	29
连续函数的和、差、积、商 的连续性.....	27	初等函数的连续性.....	29
本章知识点及其关联网络	30	闭区间上连续函数的性质.....	29

第 2 章 导数与微分 31

§ 2.1 导数概念 31

导数定义.....	31	开区间内可导.....	33
左导数定义.....	32	闭区间上可导.....	33
右导数定义.....	32	导函数定义.....	33
导数几何意义.....	32	可导性与连续性的关系.....	34
切线与法线公式.....	33	高阶导数定义.....	34

§ 2.2 函数的求导法则	34
---------------------	----

导数四则运算法则	34	参数方程求导法则	37
反函数求导法则	35	常数和基本初等函数的导数	
复合函数求导法则	35	公式	39
隐函数求导法则	35	常用高阶导数公式	39
对数求导法则	36	相关变化率	40

§ 2.3 函数微分概念与微分运算法则	41
---------------------------	----

微分定义	41	函数和、差、积、商的微分	
可微的充分必要条件	42	法则	44
函数在任意点的微分	42	复合函数微分法则	44
基本初等函数的微分公式	42		

本章知识点及其关联网络	45
-------------------	----

第3章 微分中值定理与导数应用	46
-----------------------	----

§ 3.1 微分中值定理	46
--------------------	----

费马引理	46	柯西中值定理	46
罗尔定理	46	泰勒公式	47
拉格朗日中值定理	46		
§ 3.2 导数应用	49		
极限的未定式	49	函数极值的必要条件	53
洛必达法则	50	函数极值第一充分条件	53
函数单调性判别法则	51	函数极值第二充分条件	54
函数凹凸性定义	51	函数极值第三充分条件	54
函数拐点定义	52	曲线的渐近线	54
函数凹凸性判别法	53	曲线的弧微分公式	55
函数极值定义	53	曲率公式	56
本章知识点及其关联网络	57		
第 4 章 不定积分	58		
§ 4.1 不定积分的概念与性质	58		

原函数定义	58	不定积分性质	59
不定积分定义	58		
§ 4.2 不定积分的计算方法	60		
直接积分法	60	分部积分法	61
换元积分法	60	基本积分公式	61
§ 4.3 特殊函数的不定积分	63		
(1) 有理函数的积分	63		
有理函数	63	之和公式	64
有理函数真分式的部分分式		有理函数积分法	65
(2) 三角函数有理式的积分	65		
三角函数有理式	65	三角函数有理式积分法	65
(3) 简单无理函数的积分	66		
简单无理函数	66	常见的无法用初等函数表示	
简单无理函数积分法	66	的不定积分	66
本章知识点及其关联网络	67		

第 5 章 定积分 68

§ 5.1 定积分的概念与性质 68

定积分定义 68 关于定积分的两点规定 70

可积的充分条件 69 定积分性质 70

§ 5.2 微积分基本公式 72

积分上限函数定义 72 牛顿-莱布尼兹公式 73

积分上限函数的性质 73

§ 5.3 定积分的计算 74

定积分的换元积分法 74 定积分的几个常用结果 75

定积分的分部积分法 75

§ 5.4 反常积分 76

无穷限的反常积分定义 76 无界函数反常积分的定义 79

无穷限反常积分的计算 78 无界函数反常积分的计算 81

本章知识点及其关联网络	82
第 6 章 定积分应用	83
§ 6.1 定积分元素法	83
定积分元素法	83
§ 6.2 几何应用	84
(1) 平面图形面积	84
直角坐标系中平面图形	极坐标系中平面图形面积
面积	84
面积	85
(2) 空间体的体积	86
旋转体的体积	86
体的体积	86
平行截面面积已知的空间	
(3) 平面曲线弧长	87
平面曲线弧长的定义	87
曲线弧长公式	88

§ 6.3 物理应用	89	
变力沿直线做功	89	引力
水压力	90	
§ 6.4 平均值	94	
函数的平均值	94	函数的均方根
本章知识点及其关联网络	95	

第 7 章 空间解析几何与向量代数 96

§ 7.1 空间直角坐标系	96	
空间直角坐标系	96	空间两点间的距离公式
空间点的坐标	97	
§ 7.2 空间向量及其运算	98	
向量	98	自由向量
空间点 M 的向径	99	向量 a 与 b 相等

向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 平行	99	向量的差	101
向量的模	99	向量与数的乘法	101
单位向量	99	向量与数的乘法运算	
向量加法	99	算律	101
向量加法的运算算律	100	向量平行的充分必要条件 ...	102
负向量	101	非零向量的单位化	102
§ 7.3 向量的坐标	102		
向量坐标	102	向量的方向角	103
向量加法、减法和数乘运算		向量的方向余弦及其性质 ...	103
的坐标表示	102	向量在轴上的投影	104
向量 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$ 的坐标表示	103	投影定理	104
向量模的坐标表示	103	投影性质	104
两向量的夹角	103		
§ 7.4 数量积 向量积 混合积	105		
(1) 向量的数量积	105		

数量积定义	105	两个向量夹角余弦的坐标 表示	106
数量积的性质	105		
数量积的坐标表示	106		
(2) 向量的向量积	107		
向量积定义	107	向量积的坐标表示	107
向量积的性质	107		
(3) 向量的混合积	108		
混合积的定义	108	混合积的几何意义	108
混合积的坐标表示	108		
§ 7.5 空间曲面及其方程	109		
曲面方程的概念	109	空间曲面的参数方程	111
旋转曲面	109	二次曲面	111
旋转曲面方程	109	二次曲面方程	111
柱面	110		
§ 7.6 空间曲线及其方程	112		

空间曲线	112	空间曲线在坐标面上的 投影	112
空间曲线的一般方程	112		
空间曲线的参数方程	112		
§ 7.7 平面及其方程	113		
平面的法向量	113	两平面垂直的条件	115
平面方程	113	两平面平行的条件	115
两平面的夹角	114	平面外一点到平面的距离 ...	115
§ 7.8 空间直线及其方程	115		
直线的方向向量	115	直线与平面的夹角	117
空间直线方程	115	直线与平面夹角的公式	117
两直线的夹角	116	直线外一点到直线的距离 ...	117
两直线夹角的余弦公式	117		
本章知识点及其关联网络	118		