

VISCOELASTIC  
FLUID DYNAMICS

# 黏弹性 流体动力学

蔡伟华 李小斌 张红娜 李凤臣 著



科学出版社

# 黏弹性流体动力学

蔡伟华 李小斌 张红娜 李凤臣 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书围绕黏弹性流体高雷诺数湍流减阻、低雷诺数弹性不稳定性、弹性湍流、微尺度流动及数值模拟等方面内容,系统地总结了作者多年来在黏弹性流体动力学领域的基础研究工作,概述了黏弹性流体的流变学特性及其本构方程,分析了黏弹性流体高雷诺数湍流减阻特性及减阻机理,阐述了黏弹性流体弹性不稳定性及弹性湍流的诱发机理、黏弹性流体微尺度流动现象、黏弹性流体流动数值模拟方法及难点,并给出典型流动数值模拟算例。

本书可供能源、动力、电子、机械、化工、材料等领域从事黏弹性流体流动基础与应用研究的科研和技术人员,以及大专院校相关专业的师生参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

黏弹性流体动力学/蔡伟华等著. —北京:科学出版社,2016  
ISBN 978-7-03-049798-7

I. ①黏… II. ①蔡… III. 黏弹性流动-流体动力学 IV. ①0373

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 207525 号

---

责任编辑:范运年 / 责任校对:桂伟利  
责任印制:张 倩 / 封面设计:铭轩堂

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号  
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2016 年 8 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2016 年 8 月第一次印刷 印张:19

字数:383 000

定价:128.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 序

关于黏弹性理论的专著,在早期,主要是作为流变学的一个组成部分,而很少单独成书。第二次世界大战以后,由于在生产和生活中大量使用了形形色色的黏弹性材料,于是相应的研究工作得到了迅速发展,有关黏弹性理论的专著也就不断涌现,并且其中不乏优秀之作。随着理性力学研究的持续进展,黏弹性理论的基础部分日益严谨和坚实。例如,变形理论、应力理论和本构方程所需遵循的普遍性原则等,使得在许多专著中能够表达得清晰而简明。若干经过较长时期积淀的应用型理论,如本构方程的基本类型和复变量对偶型表达等,已发展得相当成熟,这在近年来出版的专著中都有良好的反映。

本书作者基于前人的著述和近年来在该领域所出现的许多新的研究成果,希望从不同的角度选择素材,提供给读者一个较新的视野,从而使本书有了如下特点:①集中论述黏弹性流体动力学。对于比较成熟的动力学基础部分,仅给予了简明的框架性论述,而将大量的篇幅用于黏弹性流的若干新领域。包括湍流减阻、流动的弹性不稳定、弹性湍流、微尺度流动、黏弹性流体流动的数值模拟,并以直接数值模拟的结果展示了解读减阻机理的颇有希望的远景。②对于每一个专题,作者尽可能使用较新的文献资料,并且在比较宽的范围内进行阐述。除了基本内容外,还包含综述性质的讨论,这有利于思考其未来的发展走向。③黏弹性流体动力学无疑是一个相当艰难的研究领域。以添加剂减阻为例,经过了如此漫长和高密度的研究,迄今为止,还没有一种涉及机理的理论可以完备地解读减阻试验所表现出的全部效应。然而历史经验还是提供了重要启示,也就是对于这些艰难的专题必须充分重视试验,从不同角度去观察那些常令我们惊诧的试验效应,与试验紧密结合才能充分发挥理论分析的作用。本书作者不吝笔墨地介绍了许多试验,这符合所论专题的需求,是有价值的。

本书作者长期从事黏弹性流体动力学的研究工作,取得了不少研究成果。希望本书的问世能够引起读者的兴趣,并有助于相关的工作。



2016年4月于哈尔滨工业大学(威海)

## 前 言

黏弹性流体动力学是一个极其复杂的流动问题,涉及非牛顿流体力学、湍流、流变学和物理化学等多学科的交叉。本书主要论述黏弹性流体动力学领域最新的理论、实验和数值模拟方面的研究成果,详细阐述了高雷诺数下黏弹性流体湍流减阻流动、黏弹性流体弹性不稳定性、低雷诺数弹性湍流、微尺度流动及黏弹性流体流动的数值模拟方法等问题。

由于弹性效应的存在,黏弹性流体流动展现出诸多与牛顿流体流动不同的流动特征,如在高雷诺数下(牛顿流体流动为湍流流态),流体黏弹性与湍流之间的相互作用能够诱发湍流减阻现象;在低雷诺数下(牛顿流体流动为层流流态),弹性非线性的存在能够诱发弹性不稳定性甚至弹性湍流,以及微尺度下特殊的两相流动现象。上述独特的效应具有巨大的应用潜力,吸引了众多学者的广泛关注,如湍流减阻可实现集中供热/空调、原油输送等系统的节能增输,弹性不稳定及弹性湍流现象可促进微尺度下流动混合及换热,并指导实现微流控系统中生物流体反应及液滴操控等。本书为读者提供上述领域的最新研究成果,这也是目前黏弹性流体动力学领域学者们所关注的热点问题。

本书共7章。第1章主要概述牛顿流体力学的基础理论,包括牛顿流体流动控制方程、各向同性湍流和壁湍流等。第2章主要介绍黏弹性流体的流变学特性及经典的黏弹性流体本构方程。第3章主要分析高雷诺数下黏弹性流体湍流减阻流动的结构特性和统计特性,并探讨其减阻机理。第4章和第5章主要论述低雷诺数下黏弹性流体弹性不稳定性及弹性湍流的流动特征及诱发机理。第6章主要围绕微尺度下黏弹性流体的流动现象进行阐述,包括强化混合及液滴流动等。第7章主要探讨目前黏弹性流体流动数值模拟方法及难点,并给出典型的黏弹性流体流动数值模拟算例。

蔡伟华编写了第1章的1.2节和1.3节、第2章、第3章的3.1节和3.2节和3.5节、第7章,并负责全书统稿;李小斌编写了第4章和第6章;张红娜编写了第5章;李凤臣编写了第1章的1.1节、第3章的3.3节和3.4节,并负责书稿修改工作。衷心感谢哈尔滨工业大学何钟怡教授在百忙之中对本书进行了细心审阅,提出了很多宝贵意见和建议,并亲自为本书作序。感谢本研究团队——哈尔滨工业大学复杂流动与传热实验室全体博士生、硕士生及本科生多年来的辛勤研究工作,

感谢你们为研究室所付出的努力。本书的研究工作一直以来得到国家自然科学基金委的大力支持,特别感谢国家自然科学基金创新群体子课题(编号:51421063)和国家自然科学基金项目(编号:10872060、51076036、51276046、51206033、51576051、51506037)的资助。

作者在此声明,本书并未论述与黏弹性流体动力学领域相关的所有方面,尤其是对于黏弹性流体湍流减阻技术的工程应用、黏弹性流体两相流流动,以及传热、多物理场作用下的黏弹性流体流动特性等方面。

希望本书能够对从事黏弹性流体湍流减阻流动及微尺度弹性湍流研究的广大科技工作者有所帮助,如有不当之处,敬请读者斧正。

作 者

2016年4月于哈尔滨工业大学

# 目 录

序

前言

第 1 章 牛顿流体动力学简介	1
1.1 牛顿流体流动控制方程	1
1.2 各向同性湍流	6
1.2.1 相关函数	8
1.2.2 湍谱分析	12
1.2.3 各向同性湍流动力学方程	16
1.2.4 各向同性湍流中的特征尺度	20
1.2.5 Kolmogorov 局部各向同性湍流及其性质	22
1.3 壁湍流	26
1.3.1 简单壁湍流的基本特性	27
1.3.2 壁湍流中的拟序结构	33
1.3.3 湍流猝发与壁面阻力的形成	48
参考文献	50
第 2 章 黏弹性流体及本构方程	54
2.1 黏弹性流体基础	54
2.1.1 非牛顿流体的种类	54
2.1.2 高聚物和表面活性剂	55
2.2 黏弹性流体的流变学特性及测量	56
2.2.1 流变学特性	57
2.2.2 流变学参数的测量方法及结果	62
2.3 黏弹性流体本构方程	69
2.3.1 广义牛顿流体模型	69
2.3.2 线性黏弹性流体模型	71
2.3.3 非线性黏弹性流体模型	73
2.4 黏弹性流体独特的流动特性	78
2.4.1 法向应力差非零	78
2.4.2 其他弹性效应	78
2.4.3 剪切稀变	80

2.4.4	二次流动	80
2.4.5	各向异性	81
2.4.6	弹性不稳定及弹性湍流	81
2.4.7	湍流减阻	82
	参考文献	83
<b>第3章</b>	<b>黏弹性流体高雷诺数湍流减阻流动</b>	<b>87</b>
3.1	黏弹性流体湍流减阻流动基本概念	87
3.2	黏弹性流体湍流减阻影响因素	89
3.2.1	从减阻剂分子结构角度分析影响湍流减阻的因素	89
3.2.2	影响湍流减阻的其他因素	93
3.3	黏弹性流体湍流减阻流动的统计特性	96
3.3.1	基于LDV的减阻流动实验系统	97
3.3.2	流向平均速度分布	99
3.3.3	速度脉动强度分布	101
3.3.4	速度脉动量相关性分析	103
3.3.5	速度脉动量能谱分析	103
3.4	黏弹性流体湍流减阻流动的结构特性	106
3.4.1	基于PIV的减阻流动实验系统	106
3.4.2	二维湍流的识别方法——旋转强度法	107
3.4.3	$x$ - $y$ 平面内湍流分布特性	108
3.4.4	$y$ - $z$ 平面内湍流分布特性	110
3.4.5	$x$ - $z$ 平面内湍流分布特性	113
3.5	黏弹性流体湍流减阻机理	121
3.5.1	从微观结构角度对表面活性剂溶液湍流减阻机理的解释	121
3.5.2	从湍流物理角度对黏弹性流体湍流减阻机理的解释	122
	参考文献	127
<b>第4章</b>	<b>黏弹性流体流动的弹性不稳定性</b>	<b>132</b>
4.1	弹性不稳定性介绍	132
4.1.1	弹性不稳定性概述	132
4.1.2	黏弹性流体弹性不稳定性研究历程	133
4.1.3	弹性诱发的湍流运动	144
4.2	弹性不稳定性诱发机理	145
4.2.1	作用力平衡机理	146
4.2.2	环向应力作用机理	147
4.2.3	“发电机效应”机理	148



4.3 弹性不稳定流动特性 .....	149
4.3.1 极低 $Re$ 数对称破缺 .....	150
4.3.2 剪切带状流动 .....	153
4.3.3 热耗散弹性不稳定性 .....	154
4.3.4 弹性不稳定性促进强化混合 .....	154
参考文献 .....	155
<b>第5章 黏弹性流体弹性湍流</b> .....	163
5.1 弹性湍流概述 .....	163
5.2 弹性湍流的研究方法 .....	164
5.3 弹性湍流的统计特性 .....	166
5.3.1 流动阻力特征 .....	166
5.3.2 弹性湍流的多尺度特性 .....	169
5.3.3 弹性湍流的标度律与间歇性 .....	173
5.4 弹性湍流的结构特征 .....	175
5.4.1 平行平板旋转流动 .....	175
5.4.2 自由液面旋转流动 .....	177
5.4.3 三维 Kolmogorov 流动与平行槽道内分层流动 .....	178
5.5 弹性湍流的产生机理 .....	179
5.5.1 弹性湍流与磁流体“小尺度”湍流的类比 .....	179
5.5.2 黏弹性流体微观大分子结构的“盘绕-拉伸”转捩 .....	181
5.5.3 流道弯曲流线是否必要 .....	185
5.5.4 弹性湍流脉动速度能量从何而来 .....	186
5.6 弹性湍流的应用前景 .....	190
参考文献 .....	192
<b>第6章 黏弹性流体微尺度流动</b> .....	195
6.1 微尺度流动简介 .....	195
6.2 黏弹性流体微通道内的不稳定流动 .....	198
6.3 黏弹性流体微尺度流动强化混合 .....	203
6.3.1 标量输运的理论基础 .....	203
6.3.2 流动结构 .....	205
6.3.3 标量混合特性 .....	208
6.3.4 标量能谱 .....	217
6.3.5 标量混合长度 .....	218
6.3.6 标量梯度结构 .....	222
6.4 黏弹性流体微尺度通道内的液滴动力学 .....	225

6.4.1	黏弹性流体微液滴流动	226
6.4.2	黏弹性流体微液滴生成	227
6.4.3	黏弹性流体微液滴变形	231
	参考文献	240
<b>第7章</b>	<b>黏弹性流体流动数值模拟方法</b>	<b>246</b>
7.1	黏弹性流体流动数值模拟发展概述	246
7.2	黏弹性流体流动数值模拟方程	248
7.3	黏弹性流体流动数值模拟中的困难及解决方法	251
7.3.1	黏弹性流体本构模型选取	251
7.3.2	数值模拟方法选取	252
7.3.3	黏弹性流体本构方程的特殊处理	253
7.4	黏弹性流体流动数值模拟算例	258
7.4.1	平板槽道湍流	258
7.4.2	各向同性湍流	262
7.4.3	Kolmogorov 流动	275
7.4.4	顶盖驱动方腔流动	278
7.4.5	平面突扩流动	280
	参考文献	286

# 第 1 章 牛顿流体动力学简介

本书将主要论述黏弹性流体特殊流动现象及机理,因此本章简要介绍与之相对照的牛顿流体动力学方面的知识,包括牛顿流体流动控制方程、经典各向同性湍流和壁湍流等。关于牛顿流体动力学方面的详细知识,已有很多著作或教材可供参考。

## 1.1 牛顿流体流动控制方程

牛顿流体是黏性流体家族中最简单的一种,该种流体因满足牛顿内摩擦定律而得名。在流体流动过程中,流体微团的输运总是伴随平移、旋转和变形这三种过程,对这些过程的描述即为亥姆霍兹(Helmholtz)速度分解定理。该定理所描述的内容,在数学上是针对流体流动内部的速度梯度张量的分解,其过程如下。

二阶速度梯度张量写为<sup>[1]</sup>

$$d_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1-1)$$

式中,  $u_i$  为速度矢量;  $x_j$  表示坐标方向; 下角标  $i=1, 2, 3$ ;  $j=1, 2, 3$ (以下同)。由张量分解定理可知,任意二阶张量可分解为一个对称张量与一个反对称张量之和,于是  $d_{ij}$  可分解为

$$d_{ij} = S_{ij} + \Omega_{ij} \quad (1-2)$$

式中,对称张量  $S_{ij}$  为应变变化率张量或变形率张量;反对称张量  $\Omega_{ij}$  为旋转张量;  $S_{ij}$  和  $\Omega_{ij}$  可用  $d_{ij}$  的各分量分别构造如下:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-3)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-4)$$

考虑牛顿流体流场中,在微元时间  $dt$  内,流体微团(如在笛卡尔坐标系下,边长为  $dx_i$  的微元六面体)位移为微元矢量  $\Delta r_i$ ,在前后两个时刻所在的两点  $x_i$  和  $x_i + \Delta r_i$  间该流体微团的速度矢量关系可直接写出

$$\mathbf{u}(x_i + \Delta r_i) = \mathbf{u}(x_i) + d_{ij} \Delta r_j \quad (1-5)$$

或

$$\mathbf{u}(x_i + \Delta r_i) = \mathbf{u}(x_i) + S_{ij} \Delta r_j + \Omega_{ij} \Delta r_j \quad (1-6)$$

式中右端第一项为移动  $\Delta r_i$  之后的流体微团从前一位置直接获得的速度分量,即为亥姆霍兹速度分解定理中的平移过程。

对称的应变变化率张量  $S_{ij}$  主对角线上三个分量  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ , 表示了速度矢量在某一方向上的分量在该方向上的变化梯度,与微元矢量  $\Delta r_i$  做点积之后,只表示某一速度分量在相同方向上的变化量。考虑微元六面体流体微团同一方向上两个端面之间有间距(如  $i$  方向上两个面积为  $dx_j dx_k$  的端面间距为  $dx_i$ ),因此,在这两个端面上,在其法线方向的速度分量变化梯度有差异,与微元矢量  $\Delta r_i$  做点积之后,两个端面上的法线方向速度分量的变化量不同,其差值表征了微元六面体流体微团在这一方向上的线变形率。从而,定义分量  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  为线应变变化率。

由式(1-3)可知,应变变化率张量  $S_{ij}$  主对角线以外的三个分量的 2 倍,为速度矢量的某一方向上分量在与其垂直方向上的变化梯度的组合。同样,考虑流体微团的大小,这样的变化梯度组合与微元矢量  $\Delta r_i$  做点积之后,在  $dt$  时间间隔内导致流体微团出现角变形,因而分量  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ ,  $i \neq j$  被定义为角变形率。正是由于张量  $S_{ij}$  的分量分别表征了流体微团在输运过程中的线应变变化率和角变形率,  $S_{ij}$  为应变变化率张量由此得名。

由式(1-4)可知,对于反对称张量  $\Omega_{ij}$ , 除主对角线上的三个零分量之外,只有三个不同的分量(主对角线上下对应分量互为相反数),而该三个分量的 2 倍正好分别对应于速度矢量旋度  $(\nabla \times \mathbf{u})$  的三个分量。流体微团速度矢量的旋度表征流体旋涡运动的强度,此时旋涡运动为去除其他运动因素之外的刚性旋转运动成分。由此自然联系到,张量  $\Omega_{ij}$  与微元矢量  $\Delta r_i$  做点积之后,表征了流体微团做刚性转动的成分,反对称张量  $\Omega_{ij}$  故被称为旋转张量。

综合以上对式(1-6)右端各项的分析,即得到亥姆霍兹速度分解定理:流体运动过程中,流体微团的变化包括平移、旋转和变形三种,其中变形又包括线变形和角变形两种。

由于牛顿流体黏性的存在,流体微团在其输运过程中产生平移、旋转和变形,表明该流体微团与周围流体微团之间发生了相互作用,即产生了不同形式的相互作用力。流体微团的线变形的发生,即在某一方向上产生压缩或拉伸,一定会使该流体微团在该方向上受到来自相邻流体微团的正应力,一般记为  $\sigma_{ii}$ , 对于牛顿流体,  $\sigma_{ii}$  的表达式可写为

$$\sigma_{ii} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} - p \quad (1-7)$$

式中,  $p$  为流体内部的静压力;  $\mu$  为流体的动力学黏度。而相邻两个流体微团在进行平移(速度不同)或旋转(方向或转速不同)或角变形(速率不同)的变化过程中, 必然会因为相互之间产生的“错位”, 以及流体黏性的存在而使相互间受到剪切应力的作用, 一般记为  $\tau_{ij}$  ( $i \neq j$ )。牛顿内摩擦定律描述的是牛顿流体内部的剪切应力, 其表达式为

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = 2\mu S_{ij}, \quad i \neq j \quad (1-8)$$

上述流体微团在其输运过程中所受到的来自相邻流体微团的正应力分量和切应力分量合在一起, 构成了流体微团所受的应力张量, 且其各分量均只作用于流体微团的表面, 因而又称之为表面力, 其合力可统一记为  $P_i$ 。由流体微团所受表面力作用的受力分析可容易推得

$$P_i = \frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (1-9)$$

与之相对, 如果流体微团所受外力是作用在其内部所有质点上, 则该种外力称为质量力, 如重力、电磁力等, 可统一记为  $F_i$ 。

至此, 牛顿流体流动控制方程可根据守恒定律直接写出。由连续流体质量守恒定律可知, 流场中某一局部流体微团体积的涨/缩会导致该处流体密度变化(减小/增大), 满足如下关系<sup>[1]</sup>

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (1-10)$$

式中,  $\rho$  为流体密度;  $\frac{D}{Dt}$  为全导数(或称为随体导数、物质导数)符号。从分析流体微团运动的拉格朗日法和欧拉法之间的关系可知, 全导数符号可表示为<sup>[1]</sup>

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1-11)$$

式(1-11)表示描述流体微团的某一物理量随时间的变化由两种因素引起, 即流动的非定常性和流场中速度分布的非均匀性。结合式(1-11), 式(1-10)可表示为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1-12)$$

式(1-12)为一般流体运动的连续性方程。对于定常流, 连续性方程(1-12)可变为

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1-13)$$

对于不可压缩流体流动,连续性方程(1-12)可简化为

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1-14)$$

由黏性流体运动的动量守恒定律可知,流体微团随时间的动量变化率等于其所受外力(质量力和表面力)之和,其微分形式的数学表达式为

$$\rho \frac{D u_i}{D t} = \rho F_i + P_i \quad (1-15)$$

结合式(1-9)和式(1-11),式(1-15)可改写为

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (1-16)$$

将式(1-7)和式(1-8)代入式(1-16),可得

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = & \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad i \neq j \end{aligned} \quad (1-17)$$

式(1-17)右端最后两项合并,得到

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1-18)$$

式(1-18)为牛顿流体运动的动量方程,即纳维-斯托克斯(Navier-Stokes)方程(或N-S方程)。对于不可压缩流体,引入连续性方程(1-14),且通常不考虑流体黏度随流场空间位置的变化,则动量方程(1-18)可简化为

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1-19a)$$

或

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1-19b)$$

式中, $\nu$ 为流体的运动学黏度; $\nabla^2$ 为拉普拉斯算子。

在应用流体动力学相似律解决实际工程和科学问题时,用量纲分析方法把流

体运动的控制方程转化为无因次形式,常可便于方程求解,并得到所研究的流体动力学现象的一般规律。以不可压缩流体动量方程[式(1-19a)]为例,选定该方程中所包含独立变量的特征物理量:  $L_0$  为特征长度;  $U_0$  为特征速度;  $g_0$  为特征体积力(一般可取重力加速度)。用这些特征物理量本身及其组合去除方程中的相应变量,可得各量为无因次形式,用“\*”来表示

$$x^* = \frac{x}{L_0}; u_i^* = \frac{u_i}{U_0}; t^* = \frac{tU_0}{L}; p^* = \frac{p}{\rho U_0^2}; F_i^* = \frac{F_i}{g_0} \quad (1-20)$$

将式(1-20)代入式(1-19a),并整理可得

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = \frac{L_0 g_0}{U_0^2} F_i^* - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\nu}{U_0 L_0} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \quad (1-21)$$

引入相应的无因次特征参数,连续性方程(1-14)做无因次化可得

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (1-22)$$

不可压缩牛顿流体运动的无因次动量方程可写为

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Fr^2} F_i^* - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \quad (1-23)$$

式中,  $Fr = \frac{U_0}{\sqrt{g_0 L_0}}$ , 表征流体所受惯性力与重力之比,称为弗鲁德(Froude)数;  $Re = \frac{U_0 L_0}{\nu}$ , 表征流体所受惯性力与黏性力之比,称为雷诺(Reynolds)数。

对任意不可压缩牛顿流体的流动现象,均可用无因次连续性方程(1-22)和 N-S 方程(1-23)组成的方程组来描述,并且给定定解条件(初始条件和边界条件)之后,该方程组的解就确定了该流动。但是,N-S 方程在给定的定解条件下,其解的存在性和唯一性问题在数学上还未完全解决,只有在  $Re$  数较小时,N-S 方程才存在唯一解,所描述的流动为定常或非定常层流,而当流动  $Re$  数超过某一临界值之后,N-S 方程解的唯一性条件就不再满足,开始存在分岔解,进一步增大  $Re$  数,N-S 方程的解会变得不规则或称为混沌解,此时 N-S 方程所描述的流动现象就变为湍流。

湍流不仅是自然界中最复杂和最吸引人的现象之一,也是牛顿流体动力学研究的基础问题。鉴于湍流在实际工程中的普遍应用,学者们已从不同角度对该问题进行了系统深入的研究,获得了丰富的研究成果。下面将重点介绍两种经典的湍流流动,即各向同性湍流(isotropic turbulence)和壁湍流。

## 1.2 各向同性湍流

各向同性湍流是一种最简单的、理想化的湍流模型。在自然界和实际工程中并不存在精确的各向同性湍流,但有些湍流流动可以近似看做各向同性湍流,如高空的自然风、风洞试验段核心区的流动、远离海面、海岸和海底的浩瀚海洋中的湍流等,而且各向同性湍流是最容易进行理论分析、实验研究及数值模拟的一种经典流动;此外,研究各向同性湍流能加深对一般湍流的认识和理解,因此各向同性湍流备受学者们的关注。

最早在实验室中模拟各向同性湍流的是英国科学家 Taylor<sup>[2]</sup>,通过在风洞实验段的均匀气流中设置一排或几排规则的格栅,均匀气流垂直流过格栅时产生不规则扰动。这种不规则扰动向下游运动过程中,由于没有外界干扰,逐渐演化为各向同性湍流。在流向距离大于格栅尺度的 30~40 倍以后,风洞实验段中心区均匀气流的湍流状态接近各向同性。网格后面的流动可分成三个典型区域<sup>[3]</sup>(图 1-1):①网格湍流形成区;②网格湍流衰减初期;③网格湍流衰减末期。目前,在实验室中实现近似各向同性湍流,主要有以下几种方法(图 1-2)<sup>[4~6]</sup>:①水洞或风洞中设置静止格栅;②静止水箱中振荡单网格或双振荡网格;③近似球形容器四周设置八个风扇。经典的各向同性湍流实验结果如图 1-3 所示<sup>[7]</sup>。学者们对各向同性湍流开展了大量的研究工作,如建立统计理论方法<sup>[8~14]</sup>、分析衰减指数关系<sup>[15~19]</sup>、提高各向同性度<sup>[20~24]</sup>、湍流参数(如湍动能、耗散率、湍流尺度)的变化规律<sup>[25~29]</sup>等方面。

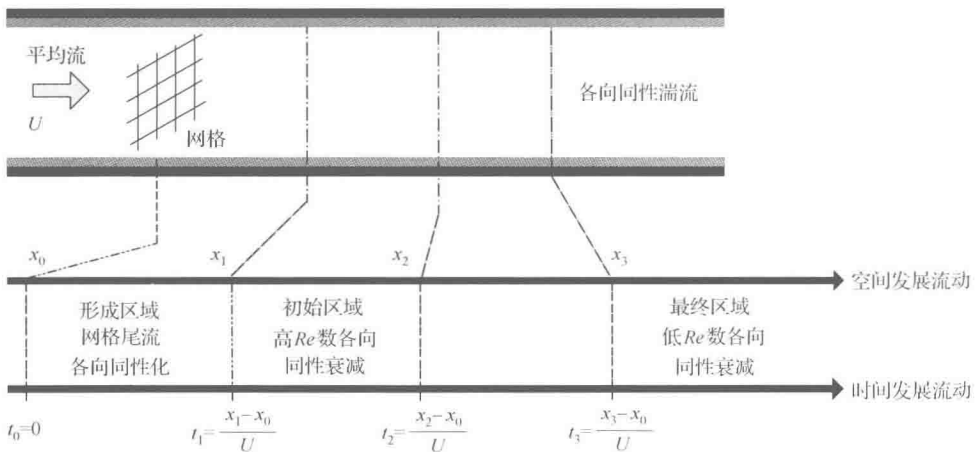
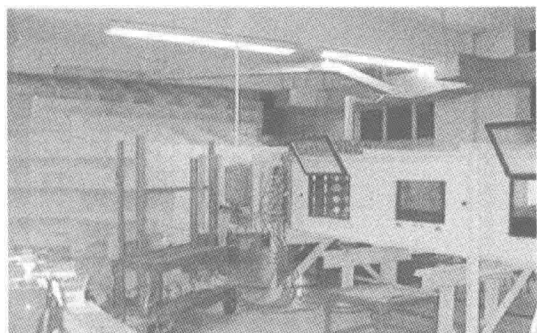
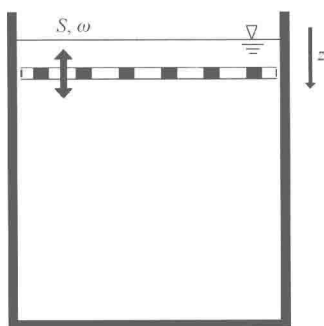


图 1-1 各向同性湍流中典型流动区域示意图<sup>[2]</sup>

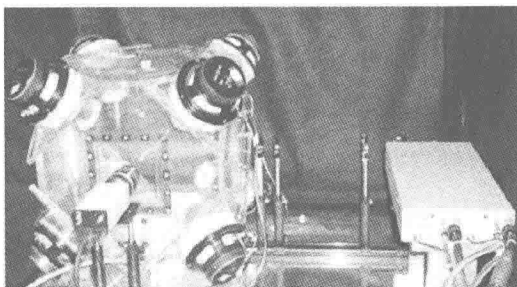
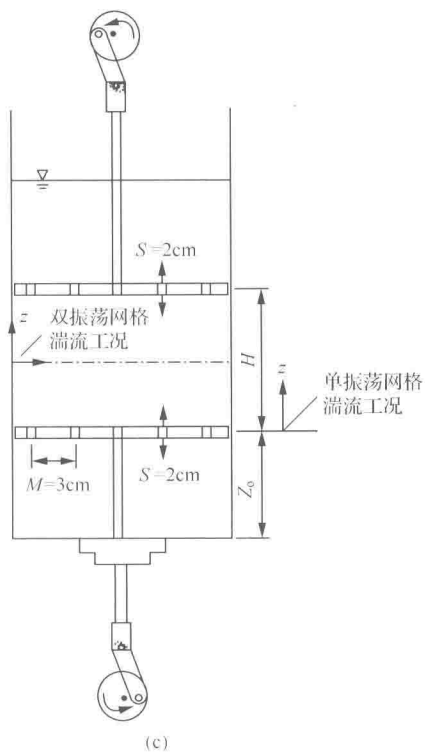




(a)



(b)



(d)

图 1-2 产生各向同性湍流的典型试验装置<sup>[4~6]</sup>  
 (a) 风洞; (b) 单振荡网格; (c) 双振荡网格; (d) 球形容器

各向同性湍流,这种看似简单的湍流流动同样也存在流动不规则性,仍无法用通常描述流体层流流动方法(直接求解 N-S 方程)来说明它的流动特性,而必须采用统计理论方法来处理。在湍流的研究与探索中,湍流统计理论方法仍发挥着重要作用。因此,下面将介绍湍流统计理论中的一些基本概念,为后续章节中的相关研究奠定基础。