

2015 全国勘察设计注册工程师执业资格考试用书

2015

一级注册结构工程师执业资格考试 基础考试真题及模拟题解析

(第一部分)

注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹伟浚 | 主编

- ◇ 知名应试专家曹伟浚组织编写，新增最新真题及解析，附6套完整历年真题。
- ◇ 首推“扫码学习”、注考网50元“学习卡”，享受针对性的视频辅导。
- ◇ 配套《2015一级注册结构工程师执业资格考试基础考试复习教程》（含二维码、注考网100元“学习卡”）。



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.



2015 全国勘察设计注册工程师执业资格考试用书



一级注册结构工程师执业资格考试 基础考试真题及模拟题解析

Yiji Zhuce Jiegou Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi
Jichu Kaoshi Zhenti ji Moniti Jiexi

(第一部分)



注册工程师考试复习用书编委会 | 编
曹纬浚 | 主编



人民交通出版社股份有限公司
China Communications Press Co., Ltd.

内 容 提 要

本书根据现行考试大纲及近几年考试真题修订再版。

本书基于考培人员多年辅导经验和各科目出题特点编写而成,共分为两部分。第一部分为复习指导及练习题(含部分真题),覆盖面广,切合考试实际,满足大纲要求。第二部分为2006~2011年上、下午的完整试题,可供考生进行仿真考试。所有习题均附有参考答案和解析,部分真题还提供二维码,考生可扫描免费观看视频解析。

相信本书能帮助考生复习好各门课程,巩固复习效果,提高解题准确率和解题速度,以顺利通过考试。

本书适合参加一级注册结构工程师执业资格考试基础考试的考生复习使用,还可作为相关专业培训班的辅导教材。

图书在版编目(CIP)数据

2015 一级注册结构工程师执业资格考试基础考试真题
及模拟题解析/ 注册工程师考试复习用书编委会编. —
北京:人民交通出版社股份有限公司,2015.4

ISBN 978-7-114-12004-6

I. ①2… II. ①注… III. ①建筑结构—工程师—资格
考试—题解 IV. ①TU3-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 016127 号

书 名:2015 一级注册结构工程师执业资格考试基础考试真题及模拟题解析

著 作 者:注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑:刘彩云 李 坤

出版发行:人民交通出版社股份有限公司

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销售电话:(010)59757973

总 经 销:人民交通出版社股份有限公司发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京市密东印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:63

字 数:1510 千

版 次:2015 年 4 月 第 1 版

印 次:2015 年 4 月 第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-12004-6

定 价:148.00 元(共两册)

(有印刷、装订质量问题的图书由本公司负责调换)

编写说明

本书编写人员自 1997 年起就开始参加北京市注册结构工程师考试的考前辅导培训工作,总结多年的教学经验,结合考试实践,正式出版本考试《教程》和《题集》,经过多年的使用和不断修订完善,本套考试辅导用书已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本《题集》依托现行考试大纲和历年真题,基于考试培训老师多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成,共有习题近 3400 道,相当于每年考试试题量(180 道题)的 18 倍多。

2015 年我们对《题集》做了较大调整。除新增最新考试真题及解析、答案外,我们还对部分真题以二维码的形式提供视频版解析,便于有效复习。

此外,注考网(www.zhukaowang.com.cn)有配套辅导视频,考生可刮开“学习卡”,登录“注考网”在线学习。

在内容设计上,本《题集》分为两部分。

在第一部分练习试题中,有老师们根据考试大纲、课程内容和知识点精选准备的大量练习题,其中包括 2005、2012~2014 年上午段的试题,并在题号后注明了试题年份。由于结构工程师、岩土工程师下午段专业基础考试大纲大部分相同(“结构试验”除外),为了让考生更多地接触试题,我们在第十一章至十七章中加入了岩土工程师专业基础考试的有关试题,在题号后加注了(年份,岩)。第十一章“法律法规”中既有上午段“法律法规”的试题,也有下午段“职业法规”的试题,在下午段的题号后加注了(下午),以兹区别。这些题按知识内容分节集中放置,以便读者在复习完某章某节后可以及时做题,以巩固学习成果和检验学习效果。根据读者意见,我们将题解、答案和习题分开,在每节中将所有题的题解、答案都集中放在习题的后面,以方便读者做题时更好地独立思考。

第二部分给考生提供了 2006~2011 年 6 年上、下午的完整试题,并附有题解及参考答案,可供考生进行仿真考试。

我们建议考生先认真复习与本书配套的《教程》,真正掌握考试大纲要求掌握的基本概念和标准、规范内容。在此基础上,再认真做这本《题集》,通过解答习题,参照书中提供的答案和提示,纠正错误概念,必将有利于巩固复习成果,进一步理解考试大纲的要求,更加熟悉各门课程中的基本概念及标准、规范。在复习基本完成之后,再做几套试题模拟考试以检验复习效果。相信这本《题集》能帮助考生提高解题的准确率和解题速度,以帮助考生顺利通过考试。

本《题集》由曹纬浚主编,各章习题和题解、参考答案的编写者分别是:第一章第一至第八节吴昌泽,第一章第九节范元玮,第二章节学平,第三章谢亚勃,第四章刘燕,第五章钱民刚,第六章李兆年,第七及第八章许怡生,第九章许小重,第十章陈向东,第十一章李魁元,第十二章侯云芬,第十三章杨松林,第十四章刘宝生,第十五章刘世奎,第十六章冯东,第十七章王

健,第十八章孙惠镐。参与编写本《题集》的老师还有:陈璐、贾玲华、毛怀珍、朋改非、吴景坤、吴扬、张翠兰、王彬、张超艳、张文娟、李平、邓华、冯嘉骝、钱程、李广秋、韩雪、陈启佳、翟平、郭虹、曹京、孙琳、李智民、赵思儒、吴越恺、许博超、张云龙、王坤、刘若禹、楼香林、莫培佳、段修谓、王蓓、宋方佳、杨守俊、王志刚、何承奎、葛宝金、李丹枫、王凯、王志伟、韩智铭、涂洪亮、孙玮、黄丽华、高璐、曹欣、阮文依、王金羽、康义荣、杨洪波、任东勇、曹铎、耿京、李铁柱、仲晓雯、冯存强、阮广青、赵欣然、霍新民、何玉章、颜志敏、曹一兰、周庄、张文革、张岩、周迎旭。

注册工程师考试复习用书编委会

2015年3月

一、注册结构工程师在专业考试之前进行基础考试是和国外接轨的做法。通过基础考试并达到职业实践年限后就可以申请参加专业考试。基础考试是考大学中的基础课程,按考试大纲的安排,上午考试段考 11 门课程,120 道题,4 个小时,每题 1 分,共 120 分;下午考试段考 8 门课程,60 道题,4 个小时,每题 2 分,共 120 分;上、下午共 240 分。试题均为 4 选 1 的单选题,平均每题时间上午 2 分钟,下午 4 分钟,因此不会有复杂的论证和计算,主要是检验考生的基本概念和基本知识。考生在复习时不要偏重难度大或过于复杂的知识,而应将复习的注意力主要放在弄清基本概念和基本知识方面。

二、建议考生在做本《题集》之前,先认真复习本书的配套《复习教程》,真正掌握“考试大纲”要求掌握的基本概念、基本理论、基本计算方法、计算公式和步骤,以及基本知识的应用等内容。本《题集》中每章前均有一节“复习指导”,具体说明了本章的复习重点、难点和复习中要注意的问题,建议考生认真阅读每章的“复习指导”,参考“复习指导”的意见做题。通过解答习题,参照书中提供的答案和提示,纠正错误概念,利于巩固复习成果。

三、注册结构工程师基础考试上下午试卷共计 240 分,上下午不分段计算成绩,这几年及格线都是 55%,也就是说,上下午试卷总分达到 132 分就可以通过。因此,考生在准备考试时应注意扬长避短。从道理上讲自己较弱的科目更应该努力复习,但毕竟时间和精力有限。如 2009 年新增加的“信号与信息技术”,据了解,土建非信息专业大多未学过,短时间内要掌握好比较困难,而“信号与信息技术”总共只有 6 道题,6 分,只占总分的 2.5%,也就是说,即使“信号与信息技术”一分未得,其他科目也还有 234 分,从 234 分中考 132 分是完全可以做到的。因此考生可以根据考试分科题量、分数分配和自己的具体情况,计划自己的复习重点和主要得分科目。当然一些主要得分科目是不能放松的,如“结构力学”15 题(下午段)30 分,“高等数学”24 题(上午段)24 分;“结构设计”12 题(下午段)24 分都是不能放松的;其他科目则可根据自己过去对课程的掌握情况有所侧重,争取在自己过去学得好的课程中多得分。

四、在考试拿到试卷时,建议考生不要顺着题序顺次往下做。因为有的题会比较难,有的题不很熟悉,耽误的时间会比较多,以致最后时间不够,题做不完,有些题会做但时间来不及,这就太得不偿失了。建议考生将做题过程分为四遍:

1. 首先用 15~20 分钟将题从头到尾看一遍,一是首先解答自己很熟悉很有把握的题;二是将那些需要稍加思考估计能在平均答题时间里做出

的题做个记号。这里说的平均答题时间,是指上午段4个小时考120道题,平均每题2分钟;下午段4个小时考60道题,平均每题4分钟,这个2分钟(上午)、4分钟(下午)就是平均答题时间。将估计在这个时间里能做出来的题做上记号。

2. 第二遍做这些做了记号的题,这些题应该在考试时间里能做完,做完了这些题可以说就考出了你的基本水平,不管你基础如何,复习得怎么样,考得如何,至少不会因为题没做完而遗憾了。

3. 这些会做或基本会做的题做完以后,如果还有时间,就做那些需要稍多花费时间的题,能做几个算几个,并适当抽时间检查一下已答题的答案。

4. 考试时间将近结束时,比如还剩5分钟要收卷了,这时你就应看看还有多少道题没有答,这些题确实不会了,建议你也不要放弃。既然是单选,那也不妨估个答案,答对了也是有分的。建议你回头看看已答题目的答案,A、B、C、D各有多少,虽然整个卷子四种答案的数量并不一定是平均的,但还是可以这样考虑,看看已答的题A、B、C、D中哪个答案最少,然后将不会做没有答的题按这个前边最少的答案通填,这样其中会有 $\frac{1}{4}$ 可能还会多于 $\frac{1}{4}$ 的题能得分,如果你前边答对的题离及格正好差几分,这样一补充就能及格了。

五、基础考试是不允许带书和资料的。2012年前,考试时会发给考生一本“考试手册”,载有公式和一些数据,供考生考试时翻找,考后收回。但从2012年起,取消了“考试手册”的配发。据说原因是考生使用不多,事实上也没有更多时间去翻手册。因此一些重要的公式、规定,考生一定要自己记住。

近年有读者给我们来信,除指出一些印刷差错(绝大多数意见是对的)外,还对《题集》中数十道习题的答案提出了质疑。经老师们仔细复查,个别题答案确实错误或印刷错误,而其余大多数的题都是读者自己判断错误(已答复来信读者)。在此提醒读者,做题后如自己的结果和参考答案不符,请慎下结论,可将疑问发至我的邮箱 caowj0818@126.com,我会尽快核查并回复,以免读者判断错误致考试时答错题影响成绩。

相信这本《题集》能帮助大家准备好考试。

最后,祝愿各位考生取得好成绩!

曹纬浚

2015年3月

目 录

第一部分 复习指导及练习题

一 高等数学	1
复习指导	1
练习题、题解及参考答案	4
(一)空间解析几何与向量代数	4
(二)一元函数微分学	9
(三)一元函数积分学	23
(四)多元函数微分学	34
(五)多元函数积分学	38
(六)级数	47
(七)常微分方程	53
(八)线性代数	59
(九)概率论与数理统计	70
二 普通物理	84
复习指导	84
练习题、题解及参考答案	84
(一)热学	84
(二)波动学	95
(三)光学	105
三 普通化学	119
复习指导	119
练习题、题解及参考答案	123
(一)物质结构与物质状态	123
(二)溶液	129
(三)化学反应速率与化学平衡	134
(四)氧化还原反应与电化学	138
(五)有机化合物	144
四 理论力学	149
复习指导	149
练习题、题解及参考答案	151
(一)静力学	151
(二)运动学	163
(三)动力学	173

五 材料力学	188
复习指导	188
练习题、题解及参考答案	189
(一)概论	189
(二)轴向拉伸与压缩	190
(三)剪切与挤压	196
(四)扭转	200
(五)截面图形的几何性质	205
(六)弯曲梁的内力、应力和变形	208
(七)应力状态与强度理论	217
(八)组合变形	223
(九)压杆稳定	230
六 流体力学	234
复习指导	234
练习题、题解及参考答案	235
(一)流体力学定义及连续介质假设	235
(二)流体的主要物理性质	236
(三)流体静力学	237
(四)流体动力学	241
(五)流动阻力和能量损失	252
(六)孔口、管嘴及有压管流	258
(七)明渠恒定流	263
(八)渗流定律、井和集水廊道	265
(九)量纲分析和相似原理	266
七 电工电子技术	269
复习指导	269
练习题、题解及参考答案	271
(一)电场与磁场	271
(二)电路的基本概念和基本定律	274
(三)直流电路的解题方法	277
(四)正弦交流电路的解题方法	281
(五)电路的暂态过程	288
(六)变压器、电动机及继电接触控制	292
(七)二极管及其应用	297
(八)三极管及其基本放大电路	301
(九)集成运算放大器	305
(十)数字电路	306
八 信号与信息技术	312
复习指导	312
练习题、题解及参考答案	313

(一)基本概念	313
(二)数字信号与信息	314
九 计算机应用基础	322
复习指导	322
练习题、题解及参考答案	322
(一)计算机基础知识	322
(二)计算机程序设计语言	326
(三)信息表示	328
(四)常用操作系统	331
(五)计算机网络	333
十 工程经济	345
复习指导	345
练习题、题解及参考答案	346
(一)资金的时间价值	346
(二)财务效益与费用估算	348
(三)资金来源与融资方案	351
(四)财务分析	352
(五)经济费用效益分析	358
(六)不确定性分析	360
(七)方案经济比选	363
(八)改扩建项目的经济评价特点	367
(九)价值工程	367
十一 法律法规	370
复习指导	370
练习题、题解及参考答案	370
(二)中华人民共和国建筑法	370
(三)中华人民共和国安全生产法	376
(四)中华人民共和国招标投标法	378
(五)中华人民共和国合同法	382
(六)中华人民共和国行政许可法	384
(七)中华人民共和国节约能源法	386
(八)中华人民共和国环境保护法	387
(十)建筑工程质量管理条例	388
(十一)建筑工程安全生产管理条例	391
(十二)设计文件编制的有关规定	393
(十四)房地产开发程序	394
(十五)工程监理的有关规定	395
十二 土木工程材料	397
复习指导	397
练习题、题解及参考答案	400

(一)材料科学与物质结构基础知识·····	400
(二)气硬性无机胶凝材料·····	404
(三)水泥·····	406
(四)混凝土·····	412
(五)沥青及改性沥青·····	421
(六)建筑钢材·····	423
(七)木材·····	427
(八)石材·····	428
(九)粘土·····	429
十三 工程测量 ·····	431
复习指导·····	431
练习题、题解及参考答案·····	433
(一)测量基本概念·····	433
(二)水准测量·····	435
(三)角度测量·····	437
(四)距离测量及直线定线·····	440
(五)测量误差的基本知识·····	443
(六)控制测量·····	445
(七)地形图绘制·····	448
(八)地形图应用·····	451
(九)建筑工程测量·····	451
十四 土木工程施工与管理 ·····	455
复习指导·····	455
练习题、题解及参考答案·····	457
(一)土石方工程与桩基础工程·····	457
(二)钢筋混凝土工程与预应力混凝土工程·····	460
(三)结构吊装工程与砌体工程·····	468
(四)施工组织设计·····	474
(五)流水施工原理·····	475
(六)网络计划技术·····	478
(七)施工管理·····	481
十五 结构力学 ·····	483
复习指导·····	483
练习题、题解及参考答案·····	484
(一)平面体系的几何组成分析·····	484
(二)静定结构的受力分析与特性·····	487
(三)结构的位移计算·····	496
(四)超静定结构的受力分析与特性·····	506
(五)影响线及应用·····	525
(六)结构的动力特性与动力反应·····	528

十六 结构设计	536
复习指导	537
练习题、题解及参考答案	537
(一)钢筋混凝土结构材料性能	537
(二)基本设计原则	538
(三)钢筋混凝土构件承载能力极限状态计算	540
(四)正常使用极限状态验算	545
(五)预应力混凝土	546
(七)钢筋混凝土梁板结构	547
(八)单层厂房	550
(九)钢筋混凝土多层及高层房屋	551
(十)抗震设计要点	553
(十一)钢结构钢材性能	555
(十二)钢结构基本构件	557
(十三)钢结构的连接设计计算	560
(十四)钢屋盖结构	564
(十五)砌体结构材料性能	566
(十六)砌体结构设计基本原则	568
(十七)砌体墙、柱的承载力计算	569
(十八)混合结构房屋设计	571
(十九)砌体结构房屋部件	575
(二十)砌体结构抗震设计要点	577
十七 土力学与地基基础	580
复习指导	580
练习题、题解及参考答案	582
(一)土的物理性质和工程分类	582
(二)地基中的应力	587
(三)地基变形	591
(四)土的抗剪强度和地基承载力	594
(五)土压力和边坡稳定	599
(六)地基勘察	604
(七)浅基础	605
(八)深基础	614
(九)地基处理	619
十八 结构试验	624
复习指导	624
练习题、题解及参考答案	624
(一)试件设计、荷载设计、观测设计与材料试验	624
(二)结构试验的加载设备和量测仪器	628
(三)结构静力(单调)加载试验	632

(四)结构低周反复加载试验.....	635
(五)结构动力试验.....	638
(六)模型试验.....	640
(七)结构试验的非破损检测技术.....	642

一 高等数学

复习指导

根据“考试大纲”的要求,数学试题内容覆盖了高等数学、线性代数、概率统计及矢量代数课的知识,内容全面、丰富。复习时,考生首先要熟悉大纲,按大纲的要求分类进行;分清哪些是考试要求的,哪些不属于考试范围内的,做到有的放矢。对于要求的内容,必须把相关的知识掌握好,如定义、定理、性质以及相关的计算题等。对于概念的理解不能只停留在表面上,要理解深、理解透。对于计算题要达到熟练掌握的程度,对于相关的计算题,一定要记住解题思路。

另外,试题的题型,均为单选题,给出4个选项,选出其中1个正确答案。这些选择题,包括基本概念、基本定理、基本性质、分析题、计算题及记忆判别类题目,有的试题还具有一定的深度。试卷中总共有120道题,答卷时间为4个小时,平均每道题2分钟。这一点也是我们在复习中应该注意到的。高等数学共有24道题,占总题数的1/5,其中微积分占18道题,线性代数和概率论占6道题。冗长的定理证明、复杂的计算题不可能在试卷中出现,但强调的是应用这些定义、定理,利用由它们推出的性质去解题。最好能记住过去曾做过的题目的结论,并把这些结论灵活地应用于各种类型的计算题目中。对各类计算题的解题思路必须要记清。另外,在做选择题时,应注意解题时的灵活性和技巧性。还要注意,由于题目都是单选题,在4个选项中,如能准确地选出某1个选项,其余选项可不再考虑,这样就能节省时间。有时,如果正确答案一时确定不下来,可用逐一排查的方法,去掉其中3个错误选项,得到所要求的答案。以上这些,仅供参考。

以下举例说明。

【例 1-1】 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导,且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1} = 2$, 则 $f'(1)$ 等于:

A. 2

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

解 利用函数在一点 x_0 可导的定义,即:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f[1+(3-3x)]-f(1)}{3(x-1)} \times 3 \\ &\stackrel{\text{设 } 3-3x=t}{=} 3 \lim_{\substack{x \rightarrow 1, t \rightarrow 0}} \frac{f(1+t)-f(1)}{-t} = -3f'(1) = 2\end{aligned}$$

得到 $f'(1) = -\frac{2}{3}$

选 D。

【例 1-2】 求 $\int x f(x^2) \cdot f'(x^2) dx$ 等于:

- A. $\frac{1}{2}f(x^2)$ B. $\frac{1}{4}f(x^2)+c$ C. $\frac{1}{8}f(x^2)$ D. $\frac{1}{4}[f(x^2)]^2+c$

解 本题为抽象函数的不定积分。考查不定积分凑微分方法的应用及是否会应用不定积分的性质 $\int f'(x)dx=f(x)+c$ 。

$$\begin{aligned}\int xf(x^2)f'(x^2)dx &= \int f'(x^2)f(x^2)d\left(\frac{1}{2}x^2\right) \\ &= \frac{1}{2} \int f'(x^2) \cdot f(x^2)dx^2 = \frac{1}{2} \int f(x^2)df(x^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}[f(x^2)]^2 = \frac{1}{4}[f(x^2)]^2 + c\end{aligned}$$

选 D。

【例 1-3】 设二重积分 $I = \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 f(x,y)dy$, 交换积分次序后, 则 I 等于:

- A. $\int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$ B. $\int_{-1}^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$
C. $\int_{-1}^0 dy \int_0^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$ D. $\int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

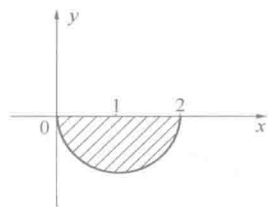
解 本题考查二重积分交换积分次序方面的知识。解这类题的基本步骤: 通过原积分次序画出积分区域的图形(见例 1-3 解图), 得到积分区域; 然后写出先 x 后 y 的积分表达式。

由 $y = -\sqrt{2x-x^2}$, 得 $y^2 = 2x-x^2$, $x^2-2x+y^2=0$, $(x-1)^2+y^2=1$

$$D_{xy}: \begin{cases} -1 \leq y \leq 0 \\ 1-\sqrt{1-y^2} \leq x \leq 1+\sqrt{1-y^2} \end{cases}$$

$$I = \int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$$

选 A。



例 1-3 解图

【例 1-4】 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n} x^n$ ($0 < a < b$), 则所得级数的收敛半径 R 等于:

- A. b B. $\frac{1}{a}$ C. $\frac{1}{b}$ D. R 值与 a, b 无关

解 本题考查幂级数收敛半径的求法。可通过连续两项系数比的极限得到 ρ 值, 由 $R = \frac{1}{\rho}$ 得到收敛半径。

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a^{n+1}}{a^n} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1}}}{\frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1}} \cdot \frac{a^n + b^n}{a^n - b^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} - 1 \right)}{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} + 1 \right)} \cdot \frac{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} + 1 \right)}{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} - 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^n + 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^n - 1}\end{aligned}$$

$$=(-1) \times (-1) = 1 = \rho$$

$$R = \frac{1}{\rho} = 1$$

选 D。

【例 1-5】若 n 阶矩阵 A 的任意一行中 n 个元素的和都是 a , 则 A 的一特征值为:

A. a

B. $-a$

C. 0

D. a^{-1}

解 本题主要考查两个知识点:特征值的求法及行列的运算。

设 n 阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$, 利用 $|\lambda E - A| = 0$ 求特征值, 即:

$$\begin{vmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda - a_{nn} \end{vmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} C_1 + C_2 \\ C_1 + C_3 \\ \cdots \\ C_1 + C_n \end{smallmatrix}]{C_1 + C_2} \begin{vmatrix} \lambda - (a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{1n}) & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ \lambda - (a_{21} + a_{22} + \cdots + a_{2n}) & \lambda - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda - (a_{n1} + a_{n2} + \cdots + a_{nn}) & -a_{n2} & \cdots & \lambda - a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \lambda - a & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ \lambda - a & \lambda - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda - a & -a_{n2} & \cdots & \lambda - a_{nn} \end{vmatrix} = (\lambda - a) \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ 1 & \lambda - a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & -a_{n2} & \cdots & \lambda - a_{nn} \end{vmatrix}}_{\text{为 } n-1 \text{ 次多项式}} = 0$$

$$\lambda - a = 0, \lambda = a.$$

A 的一特征值为 a 。

选 A。

【例 1-6】有 10 张奖券, 其中 2 张有奖, 每人抽取一张奖券, 问前 4 人中有一人中奖的概率是多少?

解: 设 A 为“前 4 人中有一人中奖”, B_i 为“第 i 人中奖”, $i=1, 2, 3, 4$ 。

$$\text{所以 } A = B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4 + \bar{B}_1 B_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4 + \bar{B}_1 \bar{B}_2 B_3 \bar{B}_4 + \bar{B}_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 B_4$$

$$P(B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4) = \frac{2 \times 8 \times 7 \times 6}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{2}{15}$$

$$\text{或 } P(B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4) = P(B_1) P(\bar{B}_2 | B_1) P(\bar{B}_3 | B_1 \bar{B}_2) P(\bar{B}_4 | B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3)$$

$$= \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{2}{15}$$

$$\text{同理 } P(\overline{B_1}B_2\overline{B_3}\overline{B_4})=P(\overline{B_1}\overline{B_2}B_3\overline{B_4})=P(\overline{B_1}\overline{B_2}\overline{B_3}B_4)=\frac{2}{15}$$

$$\text{所以 } P(A)=\frac{2}{15}\times 4=\frac{8}{15}.$$

练习题、题解及参考答案

(一)空间解析几何与向量代数

1-1-1 (2013)在空间直角坐标系中,方程 $x^2+y^2-z=0$ 所表示的图形是:

- A. 圆锥面 B. 圆柱面 C. 球面 D. 旋转抛物面

1-1-2 (2013)设有直线 $L_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+5}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x=3-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的夹角 θ 等于:

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

1-1-3 (2013)已知向量 $\vec{\alpha}=(-3, -2, 1)$, $\vec{\beta}=(1, -4, -5)$, 则 $|\vec{\alpha}\times\vec{\beta}|$ 等于:

- A. 0 B. 6
C. $14\sqrt{3}$ D. $14\vec{i}+16\vec{j}-10\vec{k}$

1-1-4 (2013)已知直线 $L: \frac{x}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{2}$, 平面 $\pi: -2x+2y+z-1=0$, 则:

- A. L 与 π 垂直相关
B. L 平行于 π , 但 L 不在 π 上
C. L 与 π 非垂直相关
D. L 在 π 上

1-1-5 (2005)设 $\vec{a}, \vec{b}$ 均为向量, 下列等式中正确的是:

- A. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$
B. $\vec{a}(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}|^2\vec{b}$
C. $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$
D. $(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\times\vec{a}-\vec{b}\times\vec{b}$

1-1-6 (2005)过点 $M(3, -2, 1)$ 且与直线 $L: \begin{cases} x-y-z+1=0 \\ 2x+y-3z+4=0 \end{cases}$ 平行的直线方程是:

- A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{-1}$ B. $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$