

ZHONGXUE SHUXUE XUEYE PINGJIA
NEIRONG TIXI DE YANJIU

中学数学学业评价 内容体系的研究

吴有昌◎著

ZHONGXUE SHUXUE XUEYE PINGJIA

NEIRONG TIXI DE YANJIU

中学数学学业评价 内容体系的研究

吴有昌◎著



广东高等教育出版社

Guangdong Higher Education Press

广州

图书在版编目 (CIP) 数据

中学数学学业评价内容体系的研究/吴有昌著. —广州：广东高等
等教育出版社，2013. 5

ISBN 978 - 7 - 5361 - 4686 - 0

I. ①中… II. ①吴… III. ①中学数学课 - 学业评定 - 研究
IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 095539 号

广东高等教育出版社出版发行
地址：广州市天河区林和西横路
邮政编码：510500 电话：020 - 87553735
网址：www.gdgjs.com.cn
广州市穗彩彩印厂印刷

787 毫米×1 092 毫米 1/16 11.25 印张 178 千字

2013 年 5 月第 1 版 2013 年 5 月第 1 次印刷

定价：28.00 元

如发现印装质量问题，请与承印厂联系调换。

(版权所有 · 翻印必究)

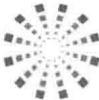


序一

考试评价既是教育教学过程的重要一环，又是检查、鉴定教育教学效果和质量的必要手段。评价工作搞得好，可以对整个教育教学过程起到很好的促进作用，而如果搞得不好，又将极大地限制了教育的发展和教学质量的提高，需要认真深入地开展考试评价的研究。

考试评价的研究不仅需要在宏观的、理论的层面进行，还需要在中观以至微观的、实践的层面上进行；不仅需要从人的发展的总体上加以探讨，也需要从人的认知和能力的角度上加以探讨；不仅要从知识和能力的总体上加以把握，还需要从局部的和分科的层面上加以把握。这样做了，才能把研究落到实处，对考试和评价的实践起到良好的指导作用。本书正是在全面环顾教育评价理论和数学教育理论的基础上，认真分析数学评价的内容，不仅有理论的探讨，也有实践的分析，既拓展了评价的理论，对实践也有很大的指导作用。

考试和评价是一项复杂的系统工程，包含了方方面面的要素，其中最主要方面包括：为什么要进行考试和评价？以什么样的思想理念来指导考试和评价？考什么、评什么？怎样考、怎样评？以什么为标准、用什么方法来进行考试和评价？如何解释和利用考试和评价的结果？怎样处理好考试评价和教育教学的关系？本书把视野落在数学考试与评价的内容上，这里“内容”一词的涵盖相当广，知识内容、能力要求、评价标准和方法等都属于“内容”的范畴，可以说是考试评价这一领域的重点和关键。更重要的是，本书没有停留在抽象概念的讨论上，而是具体地研究了在数学教学领域中考试和评价所涉及的数学知识、解决数学问题的能力、数学教学

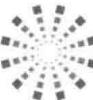


目标，以及考试评价所应采用的方法，等等。这样一来，本书内容完全落到了实处，而不仅是笼统、模糊、抽象的概括。

本书的创见还在于对布卢姆的教育目标分类框架的分析和批判，既肯定了布卢姆分类学的巨大成功和值得继承发扬的地方，又大胆而中肯地指出其不足：学理上的不足、逻辑上的缺陷和应用上产生的矛盾，介绍和引进了马扎诺的新分类体系。马扎诺用知识与认知操作之间的相互作用模型取代布卢姆的从简单到复杂台阶式递进的假设，把人的心智系统分解为自我系统、元认知系统和认知系统，把所有的心智行为看成是这三个系统与知识储存之间互动的结果，显得更加合理，更加接近人的心理运作规律。在此基础上，马扎诺进一步确定了六种不同的思维加工水平：信息提取、理解、分析、知识应用、元认知和自我检查；又将知识分解为信息、心智程序和心理动作程序等三个方面，从而构搭起一个既脱胎于布卢姆的分类体系，但又摆脱了布卢姆体系的束缚的新的分类体系。马扎诺是教育实践家，他的分类法更倾向于实用，本书对数学教学领域中如何应用马扎诺的分类体系做了初步的尝试。相信本书的出版将会引起读者对马扎诺的分类体系的兴趣，进一步推动对教育目标分类理论和应用实践的研究。

本书作者吴有昌和我有师生的缘分，我们曾一起研究和探讨教育教学评价中的许多问题，他对旧事物的大胆批判精神以及对新事物的敏锐感觉，常常使我感动，从中学到不少的东西。他的博士论文将出版，无论是对他自己事业的进一步发展，还是对数学教育研究和实践都是一件值得庆贺的事。

高凌飚
2013年3月2日



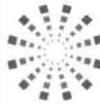
序二

我国中小学师生正在积极学习义务教育数学课程标准，领悟新课程的内容和精神，投入到新课程的实施中。如何领悟新课程的精神？如何正确把握课标规定的教学内容，恰当地且有创造性地运用课标提出的评价建议，对于新课程的实施，对于学生和教师自身的发展，有重要意义。学业评价是实施新课程的重要环节，各国教育工作者设法通过学业评价，鼓励学生提高学习效率，指导教师提高教育教学质量。

一、选题好：应国家之所急，用专业之所长

《中学数学学业评价内容体系的研究》一书（以下简称《评价》）即将出版，该书的出版正好适应我国中小学数学课程发展的需要，适应中小学教师学习新课标的需要，以及教师自身职业发展的需要。评价是课程与教学不可分割的部分，它对于正确理解课程的目标与范围，指导学生学好数学，把教与学的过程结合起来，有积极的参考作用。当前我国的学业评价存在一些误区，有些人误把学业评定与成绩评定等同起来，从而削弱了评价的积极意义，误导师生过分关注学习成绩，而忽视了学习的过程性与实践性，使得学习的效果有所降低。

本书作者吴有昌博士是数学教学和课程评价的青年专家，具有数学教育和数学课程评价的深厚功底。作者多年来在华南师范大学数科院任教，在广雅中学等校指导中学生数学实践活动，曾担任我校数学教育教研室主任、副教授、副系主任等职务，又担任过我校《中学数学研究》杂志副主编。作者在数学教育、课程评价等领域的科研中起步早，成果丰硕（本书的参考文献，列举了吴有昌博士



的部分成果）。在华南师大工作期间，吴有昌博士已经应邀参加广东省教育厅所组织的许多教学研究活动，这些活动让作者在实践中增长了见识，在指导中学数学的教学与评价活动中得到锻炼，开阔了作者有关数学课程评价的视野，使得本书的写作具备良好的理论准备与实践基础。这也是本书初稿得到各方专家好评的原因。

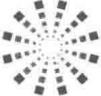
二、视野宽：纳四海之高见，解评价之要领

知彼知己，才能百战百胜。在 21 世纪以来的数学课程改革中，我国教育研究的专家学者，非常重视对外国理论与经验的研究，注意把国外行之有效的理论与经验，适当地吸收到我国数学新课程中。这是我国数学课程建设的一个重要方面。《评价》一书，是为适应我国数学课程的需要而写的。它有利于在课程建设中，批判地继承国内外课程研究的先进理论与优秀经验。

要正确地评价学生的学业，就要研究他们的学业达标水平，因而要先对各国数学课程的目标进行比较研究，从而又要研究课程目标分类的基础——教育目标分类理论。本书第二章“国内外数学学业评价内容发展的回顾”采用了历史回顾的纵向线索，比较研究法是本书所使用的主要方法。例如我国数学课程发展历史回顾，主要通过课程内容发展的历史，进行简单的纵向比较；各国数学课程的目标比较，就采用了在同一历史时期（例如，在 2000 年左右），通过数学课程目标的横向比较，容易看到各国课程目标的异同，发现课程发展的有关趋势，也可以看到各国数学课程观的相互影响。

为了更深入地说明教育目标分类理论，《评价》一书对有代表性的分类理论进行了重点评述。包括：布卢姆教育目标分类学，辊田叢一教育目标分类理论，加涅教育目标分类理论，比格斯的 SO-LO 分类学，马扎诺分类学，等等。

对上述分类学理论，《评价》一书分别介绍评述每一种分类学的基本原理，说明每一种分类学思想的发展，说明每一种分类理论与前一种理论相比，有何优越性，有何不足，从而又推动了下一种



新理论的产生。理论发展脉络分明，观点清晰，通过恰当运用图表，让人看清各种教育目标分类理论的异同，容易把握课程分类理论发展的基本轨迹。

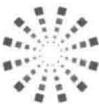
《评价》一书，通过展示各国数学课程目标，向读者评介各国数学课程的新发展，例如表 4-4《部分国家或地区的数学课程标准（教学大纲）关于数学能力培养的描述》展示了在 1990 年到 2000 年间，澳大利亚、中国香港、美国、新加坡四个国家或地区对中学生的数学能力的要求。既看到各国或地区的大量共同点，也看到一些例外。如各国或地区课程都重视逻辑推理能力的培养，唯独在澳大利亚的课程文件中未见提及。又如在中国香港的文件中，特别提出鉴别结构和规律的能力，显示出香港对数学规律与结构的充分重视。

本书所使用的比较研究材料，有的直接引用了国际权威专家的论著，有的转用了国际测试比较研究结果。前者有利于读者了解目标分类学说的来龙去脉，后者可以看到某个时期数学教学目标的发展趋势。从测试比较的结果数据，则可以发现我国内地学生学习的成效与境外相比的优势与不足，为完善我国学生数学学业评价提供更有说服力的依据。

三、结构紧：层次分明观点清，步步深入切主题

结构紧密，说理清楚，前后呼应，层次分明，是本书的一个亮点。作者首先指出本书的目的意义，说明本书的理论框架，介绍本书研究的理论基础，说明本书使用的基本方法（《评价》一书基本上是理论研究法，为了说明有关观点，又部分地使用了实证研究方法）。参考文献的引用脉络清晰，实事求是。

在第一章，简要介绍了全书各章的基本内容，说明全书六章内容的逻辑联系，使读者从一开始就对全书的逻辑结构有初步印象，按照最初介绍的结构，逐步展开学习与思考，在每一章都注意概括内容要点，明确各章分别解决什么问题，因而有利于带着问题学习



与思考。

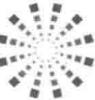
层层深入，步步展现有关原理，是本书写作的一大特点。从一般到特殊，是本书写作的常用顺序与手法。例如，就写作目的而言，前面先说明全书的写作目的，又在第四章第二节，详细说明数学学业评价的目的。

第四章是全书的核心内容，作者首先提出学业评价的三个原则，即价值选择原则、学科性原则和一致性原则。根据学科性原则，说明数学学业评价必须根据数学的性质特点，选择与之匹配的数学学业的评价内容。为了说明数学学业评价的内容，作者从数学概念、数学语言、数学思想方法和数学问题解决出发，把它们作为数学知识的要素。为了分析数学学习过程，作者又从一般学习过程的分析开始，进而深入到数学学习过程的分析，这样先抓学习的一般共性，再抓数学学习的个性，进一步深入到对数学学习的过程分析，数学原理的学习过程分析，数学问题解决的学习过程的分析，数学证明的学习过程的分析，从而让读者逐步抓住数学学业评价的要领。

随着数学视野的扩展，人们对数学学业评价的要求也逐步提高，对数学学习与数学教学的认识也不断更新，从重视数学知识的教学开始，进而关注技能与能力的培养。数学能力的内涵也越来越丰富，包括了数学的元认知能力的研究，数学观的形成，数学信念的形成，等等。它们分别进入数学学业评价的关注范围。《评价》一书引导读者从数学学业的外显领域的评价到内在领域的评价，从短时效学习结果的评价到长时效学习结果的评价。从显到隐，从低级的认知过程到高级观念的形成，成为《评价》一书的有效展开方法。

四、创新多：运用名师理论，提出独立见解

当前一些学科教育研究论著，注意运用教育心理学的理论，解决有关学科教育学的问题，有利于学科教育研究，从经验水平上升



到理论水平，使学科教育的问题得到教育心理学的解释。然而，不同学科的教学论，还应该紧密联系本学科的特征与性质。这样才能使本学科教学论在学科内部得到深入发展。一些教学论的研究，讨论学科教学论的共性多，针对学科教学的特性不足，往往走向研究误区：学科教学 = 一般教学论 + 学科举例。

这种模式容易给学科教学带来误导：某学科的教学论 = 一般教学论 + 本学科举例解释。

这样的研究忽略了学科自身的特性，因而降低了对学科教育评价的指导作用，也削弱了学科教学论的说服力。

《评价》一书在联系数学学业的特点方面做了有益的探索。

1. 提出了在中学数学学业评价中的三个原则

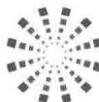
①价值选择原则。②学科性原则。强调了数学学科性质，知识内容，认知特点，存在价值与其他学科相比的特殊性。③内容与体系一致性的原则。该原则包括系统内部的一致性与系统外部的一致性，与相关学科最新成果的一致性和协调性。

2. 提出了在学业评价中应该正确处理的两个关系

①正确区分“希望学生获得的学习结果”与“学生可能获得的学习结果”。由①可知，教学目标与学生的学习结果往往存在差异，努力缩小两者的差异是教与学取得成功的关键。②正确区分“必须评价的学习结果”与“无须评价但须关注的学习结果”。由②可知，教师在学业评价方面，应该抓住重点，化解难点，分清缓急。例如情感、态度、数学价值观、数学信念等，不易也不必给予量化评估。但教师应该在教学过程中拓展学生对数学的正确态度和健康的信念，从而使学生的科学世界观得到健康发展。

3. 试图建构中学数学学业评价的理论体系

在对现代教育目标分类学进行分析比较研究的基础上，吴有昌博士选定了马扎诺分类学作为现代中学数学学业评价的理论依据。通过逻辑分析，把数学学习的结果分为四类，即：①知识系统类；



②认知系统类；③元认知系统类；④自我系统类。从而将其作为数学学业评价的分类基础。

4. 对数学学业评价提出新主张

经过对中学数学学业评价内容的分析和整合，删除了重复部分，突出了学科能力，强调了一般能力可以在数学学习中得到培养，作者提出了中学数学学业评价内容的新主张。事实上，发展学生的“一般能力”是中学数学、科学和其他各学科的共同任务，是中小学各科共同努力才能完成的。经过对四个系统的评价内容的整合和补充，中学数学学业评价内容更加明确，更加充实与完善。

5. 使数学学业评价更有数学味

中学数学学业评价内容应该面向中学师生，应该紧密联系中学数学教与学的目标要求，应该有利于教，有助于学。如果缺乏具体的数学问题，就会变成空中楼阁了。因此，设计恰如其分的数学问题，使之与评价的目标要求相配合，才能准确地实现评价的目标。

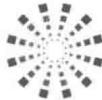
为了说明数学学业评价的具体要求，《评价》一书以高中数学1为例，列举42个具体问题，说明如何结合集合与函数的目标与内容，对学生的学业进行具体的评价。其中包含认知系统的学业评价问题28个，元认知系统的学业评价问题10个，自我系统的学业评价问题4个。这些举例具有针对性，有助于掌握学业评价的深度以及问题设计的要求。

以上问题中，有一些属于简单的识别、记忆等认知任务，如例5、例6；有一些是试验与探究任务，是较高层次的科学素质，如例24、例28；有一些是元认知任务，如例41。

你在学习函数概念时有什么情绪感受？为什么会有那样的情绪感受呢？有什么逻辑根据吗？这说明设计学业评价问题对数学教师也是一种数学教学的基本要求。

五、重调研：留下发展空间，展示任重道远

为对《评价》所示评价体系的实用性和可行性做出预估，作者



与部分第一线有经验的中学教师进行了交流与座谈。中学教师的意见对本书有良好的参考价值。有关数学观、情感、态度、价值观等方面不容易进行量化评价，因而按照文中的框架进行评价有一定困难。如何处理长效评价与短时评价的关系，如何保证对“数学观”的关注产生实效，这是一件有意义、有挑战性的工作。

作者对《评价》一书的研究工作有自我批评精神，能察觉《评价》一书的某些不足。例如对书中某些内容的梳理还不够完善，存在一些重叠；调研面较窄，如能适当扩大，则更有说服力。实践检验尚需进行，如有较长的实验时间，则能收集更多实证等。

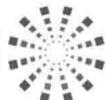
建设先进的、有中国特色的、经得起时间考验的、在实践中行之有效的中学数学学业评价体系，是一项十分有意义的工作，我们相信它将会在师生的共同努力下实现。

王林全
2013年3月2日

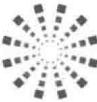


目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 研究的背景和缘起	(1)
第二节 研究的目的和意义	(7)
第三节 相关概念的界定	(10)
第四节 研究的问题、方法和结构	(14)
第二章 国内外数学学业评价内容发展的回顾	(20)
第一节 国内外数学学业评价内容研究的综述	(20)
第二节 国内外数学课程标准中数学教育目标分析	(26)
第三节 本章小结	(32)
第三章 教育目标分类理论发展的回顾	(33)
第一节 教育目标分类理论发展述评	(33)
第二节 马扎诺的最新教育目标分类理论	(43)
第三节 教育目标分类理论的比较分析	(47)
第四节 本章小结	(55)
第四章 中学数学学业评价内容的理论分析	(56)
第一节 数学学业评价内容的选择原则	(56)
第二节 数学学业评价的目的	(66)
第三节 数学知识的来源与本质	(68)
第四节 数学学习过程分析	(79)



第五节	数学学习结果分类	(89)
第六节	本章小结	(108)
第五章	马扎诺分类学视域中的数学学业评价内容	(111)
第一节	认知系统视域中的数学学业评价内容	(111)
第二节	元认知系统视域中的数学学业评价内容	(131)
第三节	自我系统视域中的数学学业评价内容	(136)
第四节	本章小结	(141)
第六章	中学数学学业评价内容体系的构建	(143)
第一节	中学数学学业评价内容体系的初步构建	(143)
第二节	中学数学学业评价内容体系的完善及意义	(146)
第三节	中学数学学业评价内容体系的应用	(151)
结语		(157)
参考文献		(160)
后记		(166)



第一章 绪 论

第一节 研究的背景和缘起

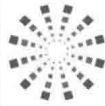
进入 21 世纪以来，随着科学技术的进步和整个社会的快速发展，以人的全面发展为终极目的、以课程改革为核心的教育变革在世界范围内迅速展开。2001 年 6 月，我国颁布了《基础教育课程改革纲要（试行）》，标志着我国新世纪课程改革的全面启动。当前，我国的数学课程改革实验正在开展，学生的学业评价已成为课程改革的一大焦点。如何更好地、全面地评价学生的数学学习，成为课程改革成功与否的关键，首要、核心的任务则是确定数学学业评价内容。深入地研究数学学业评价内容相关问题，对我国顺利开展数学课程改革有着积极的参考意义。

一、新一轮的数学课程改革

近十几年来，世界各国纷纷加大了数学课程改革的力度，这些改革首先体现在数学课程标准的制定上。1989 年，伴随着《学校数学课程与评价标准》的出版，美国开始了一场课程标准化的运动。同年，英国也第一次有了它的国家课程标准。澳大利亚在 1990 年颁布了《澳大利亚学校数学国家声明书》。新西兰在 1992 年颁布了一种新的数学课程标准。法国、德国、日本、韩国、新加坡等国在世纪之交时也进行了课程改革。在 21 世纪来临之际，我国也诞生了《全日制义务教育阶段数学课程标准（实验稿）》和《普通高中数学课程标准（实验）》。与 1988 年和 1996 年的两次改革相比，这次改革无论在课程理念还是教学导向上都有很大的变化。相应地，数学课程改革对数学学业评价提出了更高的要求。

二、数学学业评价改革的诉求

《基础教育课程改革纲要（试行）》要求“建立促进学生素质全面发展



的评价体系”，“建立促进课程不断发展的评价体系”^①，“学业评价的内容是教育目标的具体体现，反映了具有时代特点的教育观、质量观和人才观”，“因此，在新的课程标准中，每一门学科都强调培养目标和评价内容的多元化，不仅包括基础知识和基本技能，还包括情感态度与价值观、学习过程和方法”。^②

《普通高中数学课程标准（实验）》提出：“现代社会对人的发展的要求引起评价体系的深刻变化，高中数学课程应建立合理、科学的评价体系，包括评价理念、评价内容、评价形式和评价体制等方面。”“数学学习评价，既要重视学生知识、技能的掌握和能力的提高，又要重视其情感、态度和价值观的变化；既要重视学生学习水平的甄别，又要重视学习过程中主观能动性的发挥；既要重视定理的认识，又要重视定性的分析；既要重视教育者对学生的评价，又要重视学生的自评、互评。”^③

由上可见，国家数学新课程改革对数学学业评价改革提出了迫切的要求，亟须在评价内容、方式等方面取得突破性进展。

目前，在我国新课程改革实验实施后学业评价的状况不容乐观。在课程改革实施后，对课程改革实验区的相关调查表明，学业评价的形式与内容方面仍然存在不同程度的问题。“透过这些资料，可以感受到评价对教师参与改革的制约作用，可以感受到课程改革中的每一个不同的个体对孩子未来的担忧，对目前的评价方式的不满与无奈，对新的评价方式的热切与渴望。”^④“在当前的教育实践中，仍然不同程度地存在着教育教学围着考试转的现象，反映在学生评价的内容上，出现了将评价内容进行主次分配，对考试涉及的内容优先考虑，重点保证；对考试不涉及的内容则较少关注。”^⑤

课程改革的远大理想与课程改革实验中的评价现状之间的反差让每一个教育研究者都深深地感到了肩上的重任，学业评价的改革需要更多的研究与探索。

① 中华人民共和国教育部. 基础教育课程改革纲要（试行）[G]. 2001-06-07.

②⑤《走进新课程》编写组. 走进高中新课程 [M]. 武汉：华中师范大学出版社，2005：140.

③ 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准（实验）[S]. 北京：人民教育出版社，2003.

④ 马云鹏，唐丽芳. 新课程实施的现状与对策——部分实验区评估结果的分析与思考 [J]. 东北师范大学学报：哲学社会科学版，2002（5）：124-129.



三、数学学业评价内容体系构建的诉求

要了解我国数学学业评价内容的发展，必须先对我国数学课程的发展做一个简单的回顾。

我国古代数学课程表现出明显的技术实用性，强调实用，注重结果。直至宋、元时期，我国数学课程仍然表现出以程序化算法为核心的数学体系。鸦片战争至新中国成立期间，数学课程在内容、目的和方法上都发生了很大的变化。从1949年中华人民共和国成立起，为我国中小学数学课程发展的现代时期。^① 50多年来，我国数学课程经历过几次重大变革，中国现代数学课程发展可划分为四个阶段。

第一个阶段是1949—1957年。这一阶段主要是学习苏联课程，典型代表是1956年公布的《中学数学教学大纲（修订草案）》。^②这一阶段的教学大纲的指导思想是“学习苏联先进经验，适应中国国情”，强调注意吸收苏联的教育教学成果，以当时苏联最新出版的教科书为蓝本，结合中国实际情况，对苏联教材予以改编。在此指导思想下，1956年大纲的教学目的是：教给学生有关算术、代数、几何和三角的基础知识，培养他们应用这些知识解决各种实际问题的技能和技巧，发展他们的逻辑思维和空间想象力。^③ 1956年大纲还没有对考查内容做专门介绍，笔者只能尝试从字里行间归纳出此大纲的考查内容：考查学生有关算术、代数、几何和三角的基础知识；考查他们的逻辑思维能力、空间想象力、解决实际问题的能力和技巧；考查他们克服困难的精神和毅力以及合理地独立完成作业的习惯，让学生认识到数学的文化价值和实际应用价值。^④

第二个阶段是1958—1965年。我国在1963年制定了《全日制数学教学

^① 王林全，吴有昌. 数学教学与学业评价 [M]. 广州：广东教育出版社，2005：2.

^{②③} 课程教材研究所. 20世纪中国中小学课程标准·教学大纲汇编：数学卷 [S]. 北京：人民教育出版社，2001：397.

^④ 该大纲的考查内容是笔者根据大纲归纳所得，“考查他们克服困难的精神和毅力以及合理地独立完成作业的习惯，让学生认识到数学的文化价值和实际应用价值”这一句话可能不应该出现，因为在1988年《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（初审稿）》的成绩考查和评定以及1996年《全日制普通高级中学数学教学大纲（初审稿）》上专门写的教学测试和评估上都没有涉及这方面的内容。但由于这些字句在原文中确实出现了，笔者经考虑后觉得应该写上这一句。