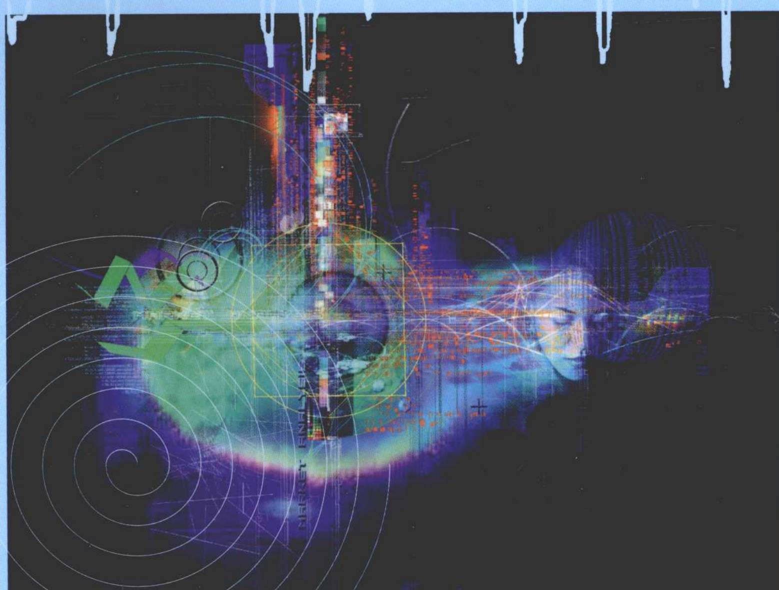
应用型本科“十三五”规划教材 / 电子信息类系列课程

信号与线性系统分析

主 编 谭 静
副主编 卞晓晓 张小琴 徐 超



南京大学出版社

应用型本科“[redacted]类系列课程

信号与线性系统分析

主　编　谭　静
副主编　卞晓晓　张小琴　徐　超

南京大学出版社

内容简介

本书是南京航空航天大学金城学院“信号与系统”精品课程项目的建设内容之一。主要内容为“确定性信号通过线性时不变系统的传输和处理”，按照“先时域再频域”、“先连续再离散”的顺序介绍卷积、傅里叶变换、拉普拉斯变换、z 变换等理论基础知识。通过较多的实例分析帮助理解和接受理论概念，强化信号与线性系统理论和性质的应用，并增加 MATLAB 程序仿真内容。

本书注重知识点的前后联系与逻辑关系，充分考虑体现本书知识点与后续专业课程的逻辑关系。可作为电子信息工程、通信工程、信息与通信工程、电气工程及其自动化、自动化、计算机科学与技术、软件工程等专业的“信号与系统”课程教材。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析 / 谭静主编. -- 南京 ：南京大学出版社，2016.8
应用型本科“十三五”规划教材. 电子信息类系列课程
ISBN 978-7-305-17493-3

Ⅰ. ①信… Ⅱ. ①谭… Ⅲ. ①信号系统—系统分析—高等学校—教材②线性系统—系统分析—高等学校—教材
Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 202774 号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路 22 号　　邮　编 210093
出 版 人 金鑫荣

丛 书 名 应用型本科“十三五”规划教材·电子信息类系列课程
书　　名 信号与线性系统分析
主　　编 谭　静
责任编辑 周　琛　王南雁　　编辑热线 025-83597482

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 南京鸿图印务有限公司
开　　本 787×960 1/16 印张 15.5 字数 368 千
版　　次 2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-17493-3
定　　价 33.80 元

网址：http://www.njupco.com
官方微博：http://weibo.com/njupco
微信服务号：njuyuexue
销售咨询热线：(025) 83594756

前　言

本书是南京航空航天大学金城学院“信号与系统”精品课程项目建设内容之一，根据高等学校理工科科学指导委员会制定的“信号与系统”课程教学基本要求，结合参编本教材的教师的多年教学经验、科研教改成果编写而成。

本书立足于适应技术应用型本科院校，尤其是适应独立学院的教学现状需要，既把握信号与线性系统课程为重要的电类专业基础课程的特点，又充分考虑技术应用型本科院校学生自身理论基础相对薄弱的特点。

本书主要内容为“确定性信号通过线性时不变系统的传输和处理”，按照“先时域再频域”、“先连续再离散”的顺序介绍卷积、傅里叶变换、拉普拉斯变换、z 变换等理论基础知识。与已出版的同类教材相比，本教材致力于简化繁杂的公式推导过程，强化信号与线性系统理论和性质的应用，通过较多的实例分析帮助理解和接受理论概念，以较多的形象化图形来进行解析。做到以实例教学和形象化教学，教材内容针对性强、通俗易懂。

本书注重知识点的前后联系与逻辑关系，也充分考虑体现本书知识点与后续专业课程的逻辑关系，为学生学习本课程和学习后续专业课程打下良好的基础。教程中的知识点：拉普拉斯变换与傅里叶变换、z 变换与拉普拉斯变换、离散系统分析与连续系统分析等都有着密切的逻辑关系；“信号与系统”课程在整个专业教学中起着承前启后的重要作用，它是继高等数学、电路理论基础课程之后向数字信号处理、通信原理或自动控制原理等专业课程过渡的桥梁。对于与前面知识点联系密切的新知识点，通过“温故而知新”引出；对在后续课程中起重要作用的知识点，突出其重要性，提出待解决问题，使学生保持学习兴趣。

本书充分考虑增强理论的实际应用性和提高使用者的实践能力，增加 MATLAB 程序实现，通过软件仿真图形结果让使用者更客观地学习并掌握信号与系统的理论概念和应用。开发了“基于 MATLAB GUI 可视化信号与系统辅助教学仿真平台”，配套本教材使用。教师利用该平台能在课堂上以交互的方式对课程中的抽象概念进行实时仿真，并以图形和动画的方式显示仿真结果，这种形式有助于教师的讲解和学生的理解。

本书由谭静、卞晓晓、张小琴、徐超编写。由于作者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。作者邮箱：nuaatans@nuaa. edu. cn。

编者

2016 年 7 月

目 录

第一章　信号与系统的基本概念

本章配套

信号与系统的基本特性及分析方法是研究通信、自控、电气及计算机技术等学科必备的知识。本章介绍信号与系统的概念以及它们的分类方法，并讨论基本信号的定义和性质。深入研究阶跃信号、冲激信号及其特性，介绍连续信号的简单处理方法，以方便读者对后面各章节的理解。

【学习要求】

初步掌握信号的定义及分类方法，要求掌握直流信号、余弦信号、单位阶跃信号、门信号、单位冲激信号、单位斜坡信号、单边衰减指数信号、复指数信号、抽样信号等的定义和性质。掌握连续信号的基本运算和时域变换，明确系统的概念及分类方法。

1.1　引言

信息，即音讯、消息、通信系统传输和处理的对象，泛指人类社会传播的一切内容。传递信息，首先需要用某种物理方式将信息表达出来，例如语言、文字、图像等，还可用事先约定的编码来表达。用约定方式组成的含有信息的符号统称为消息。消息依附于某一个物理量的变化就构成信号，在无线电技术中一般是指电信号。电信号常常是随时间变化的电压或电流。

信号的传输与处理要用由许多具有不同功能的单元组织起来的一个复杂的系统来完成。广义上讲，一切信息的传输过程都可以看成通信，一切完成信息传输任务的系统都是通信系统。一个通信系统的主要任务是消息和信号的互相转换及信号的处理、信号的转换。通信系统的组成如图 1.1.1 所示。

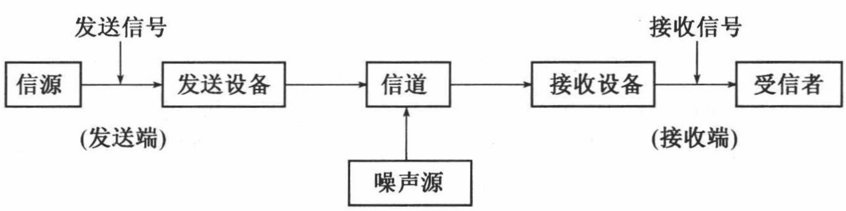


图 1.1.1　通信系统的组成

图 1.1.1 中，信息源把各种消息转换成原始电信号，如麦克风。信源可分为模拟信源和数字信源。发送设备产生适合于在信道中传输的信号。信道是将来自发送设备的信号传送到接收端的物理媒质，分为有线信道和无线信道两大类。接收设备从受到减损的接收信号中正确恢复出原始电信号。受信者把原始电信号还原成相应的消息，如扬声器等。

通信技术研究的任务是保证通过信道传输后的输出信号能够尽量和信息源的输入信号相同或达到某种需要的变换。由此需要考虑一系列问题，如:信号通过通信系统的各个部分以后会产生怎样的变化;什么样的系统适合信号传输;在同一信道中如何传输多个信号而不导致相互干扰等。为了解决这些问题，必须建立系统性的分析方法，以满足工程应用中的需求。

除了通信系统外，其他电子系统也担负着信号的传输和处理工作，如自动控制系统等。控制系统的组成部分与通信系统不同，工作目标有差异，但是它们设计的基本理论和方法同样是信号的处理、系统对信号的传输等。这些对信号处理的方法同样适用于许多非电系统。所以，信号与系统分析理论的应用非常广泛，成为诸多学科的重要基础。

1.2 信号的基本概念

信号是带有信息的随时间和空间变化的物理量或物理现象，是信息的载体与表现形式，电信号是一种最便于传输、控制与处理的信号。在数学上，信号可以被描述为一个或多个变量的函数，除了可以用解析式描述外，还可以用图形、测量或统计数据表格来描述。

1.2.1 信号的定义及分类

在信息传输系统中传输的主体是信号。广义上说，信号是随时间变化的某种物理量。本书中信号表示为时间的函数，所以信号和函数可以通用。

按照信号的不同性质与数学特征，信号有多种不同的分类方式。

1. 确定信号和随机信号

确定信号是指在定义域内的任意时刻都有确定的函数值，能够表示为确定的时间函数的信号，如正弦信号 $f(t)=\sin t$。对随机信号，给定时间 t 时信号值不确定，而只知道取某一数值的概率，如表 1.2.1 所示的随机信号。

表 1.2.1　随机信号举例

随机信号 $s(t)$	$\sin t$	$\cos t$	1
出现的概率	1/4	1/4	1/2

实际信号与确定信号有相近的特性，确定信号是一种近似的、理想化的信号。也可以利用确定信号经过特定系统所发生的变化去分析系统的特性，利用各种确定信号去调试(测试)系统。故本书主要对确定信号进行研究。

2. 连续信号和离散信号

确定信号如果在某一时间段内的所有时间点上(除了有限个断点之外)都有定义，这种信号就称为连续时间信号，简称为连续信号。在连续信号中可有不连续点，连续是指时间变量 t 的连续。图 1.2.1 所示的函数为在时间间隔 $-\infty<t<+\infty$ 内的连续信号。

如果信号仅在离散时刻上有定义，称为离散时间信号，简称为离散信号。间隔相等的离散信号也称为序列，如图 1.2.2 所示的函数。图中函数 $f(k)$ 只在 k 取整数的时候有定义。

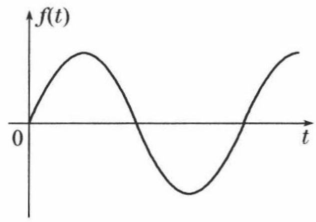


图 1.2.1　连续信号的图形表示

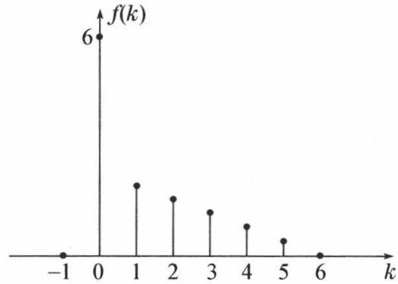


图 1.2.2　离散信号的图形表示

3. 周期信号与非周期信号

按信号值随时间变化的规律，可以将信号分为周期信号和非周期信号。在工程上周期信号常常只是指在较长的时间内周期重复的信号，并非严格的数学意义上的周期信号。连续时间周期性信号满足：

$$f(t-nT)=f(t) \quad (n=0,\pm1,\pm2,\cdots) \tag{1.2.1}$$

离散时间周期性信号满足：

$$f(k\pm N)=f(k) \tag{1.2.2}$$

式中，N 为大于零的整数。

非周期性信号是不满足上述关系的信号。注意：非周期信号可以认为是周期 T 趋向于无穷大的周期信号。

4. 能量信号与功率信号

按信号的能量特性可以将信号分为能量信号和功率信号。连续信号 $f(t)$ 的能量定义为

$$E \overset{\triangle}{=\!=} \lim\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1.2.3}$$

连续信号 $f(t)$ 的平均功率定义为

$$P \overset{\triangle}{=\!=} \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1.2.4}$$

如果信号的总能量是非零的有限值，则称其为能量信号。如果信号的总能量为无穷大但平均功率为有限值，则称其为功率信号。

按信号的特点，还可以将信号分类为正弦信号与非正弦信号、一维信号与二维或多维信号等。本书研究的信号是确定的一维连续和离散的信号。若 $t<0$ 时 $f(t)=0$，则称 $f(t)$ 为有始信号，或因果信号；$t=0$ 为一时间参考点。本书主要研究因果信号通过系统后的响应。

1.2.2　常用连续信号

波形及其时间函数的表达式较为简洁，并且是在工程实际中与理论研究中常用的信号，称为基本信号。复杂信号可以由一系列基本信号组合而成。本节介绍基本的常用连续信号。

1. 直流信号

直流信号函数定义：

$$f(t)=A \quad (-\infty<t<+\infty) \tag{1.2.5}$$

式中，A 为常数。

直流信号波形如图 1.2.3 所示。直流信号的取值范围是整个时间轴，也称直流信号为常量信号。当 A 为 1 时称之为单位直流信号。

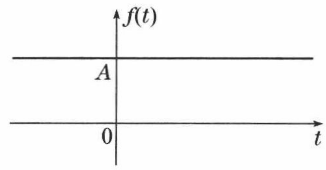


图 1.2.3 直流信号

2. 正弦信号

本书中正弦信号用 cos 的形式表示。正弦信号的函数定义式：

$$f(t)=A\cos(\Omega t+\psi) \quad (-\infty<t<+\infty) \tag{1.2.6}$$

式中，A、Ω、ψ 分别称为正弦信号的振幅、角频率和初相角，三者均为实常数。

正弦信号波形如图 1.2.4 所示。

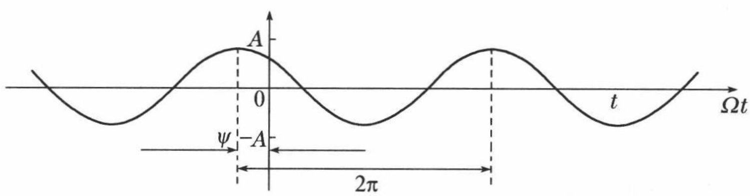


图 1.2.4 正弦信号

正弦信号性质：

(1) 正弦信号是周期 $T=2\pi/\Omega$ 时的无时限周期信号，当 $T\to\infty$ 时就变为非周期的直流信号。

(2) 其导函数仍然是同频率的正弦信号，振幅变为 ΩA，相位增加了 $\pi/2$。如式(1.2.7)所示：

$$f'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[A\cos(\Omega t+\psi)]=\Omega A\cos\left(\Omega t+\psi+\frac{\pi}{2}\right) \tag{1.2.7}$$

(3) 满足如下形式的二阶微分方程：

$$f''(t)+\Omega^2 f(t)=0 \tag{1.2.8}$$

3. 单位阶跃信号

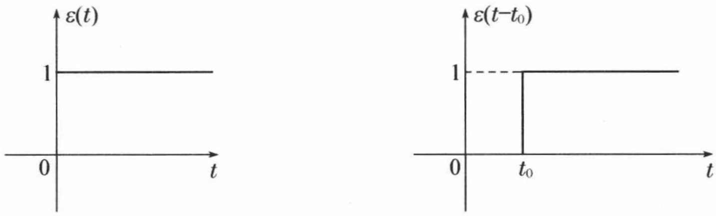
单位阶跃信号的函数定义式如式(1.2.9)所示：

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases} \tag{1.2.9}$$

单位阶跃信号波形如图 1.2.5(a)所示。由图可见，$\varepsilon(t)$ 在 $t=0$ 时从 $\varepsilon(0_-)=0$ 跃变到 $\varepsilon(0_+)=1$，跃变了一个单位。

单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 延迟 t_0 单位后得到函数 $\varepsilon(t-t_0)$，发生阶跃的时刻为 $t=t_0$，图形见图 1.2.5(b)。

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & (t<t_0)\\ 1 & (t>t_0)\end{cases} \tag{1.2.10}$$



(a) 阶跃信号　　(b) 延迟 t_0 的单位阶跃信号

图 1.2.5　单位阶跃信号

非因果信号 $f(t)$ 乘以 $\varepsilon(t)$ 后，得到因果信号 $f(t)\varepsilon(t)$，如式(1.2.11)所示：

$$f(t)\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ f(t) & (t>0)\end{cases} \tag{1.2.11}$$

利用阶跃信号，可以将分段定义的信号表示为定义在$(-\infty,\infty)$上的闭形表达式：

【例 1.2.1】　利用阶跃信号，将如下分段函数表示为定义在$(-\infty,\infty)$上的闭形表达式：

$$f(t)=\begin{cases}-2 & (t<0)\\ 5t & (0<t<2)\\ 10 & (t>2)\end{cases}$$

【解】　上式的闭形表达式为

$$f(t)=-2\varepsilon(-t)+5t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+10\varepsilon(t-2)$$

4. 单位门信号

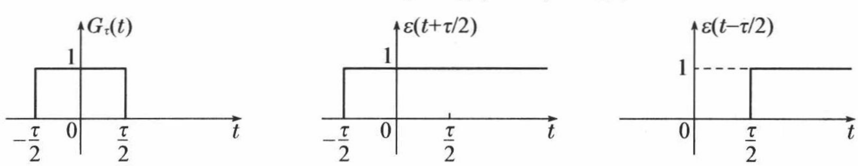
单位门信号常用 $G_\tau(t)$ 表示，函数定义式为

$$G_\tau(t)=\begin{cases}1 & \left(-\dfrac{\tau}{2}<t<\dfrac{\tau}{2}\right)\\ 0 & \left(t<-\dfrac{\tau}{2},t>\dfrac{\tau}{2}\right)\end{cases} \tag{1.2.12}$$

单位门信号的门宽为 τ、门高为 1，信号波形如图 1.2.6(a)所示。

单位门信号可由图 1.2.6(b)、(c)所示的两个阶跃信号之差表示，即

$$G_\tau(t)=\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right) \tag{1.2.13}$$



(a) 单位门信号　(b) 单位门信号分解信号波形　(c) 单位门信号分解信号波形

图 1.2.6　单位门信号分解信号波形

5. 单位冲激信号

冲激信号是对于强度甚大而作用时间甚短的物理量的理想模型。单位冲激信号(或函数)通常用$\delta(t)$表示。下面给出两种定义方式。

定义一:由狄拉克(Dirac)给出

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & (t\neq 0)\\ \infty & (t=0)\end{cases} \tag{1.2.14}$$

其面积为

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \tag{1.2.15}$$

由定义可知,单位冲激信号$\delta(t)$除原点以外处处为零,且具有单位面积,此面积称为冲激强度。其波形如图 1.2.7 所示。

定义二:由门信号近似得到

单位冲激信号$\delta(t)$可理解为由如图 1.2.8 所示的门宽为τ、门高为$\frac{1}{\tau}$,即无论τ取何值面积都保持为 1 的门信号在$\tau\rightarrow 0$时的极限值。这个定义表明单位冲激信号$\delta(t)$为偶函数。

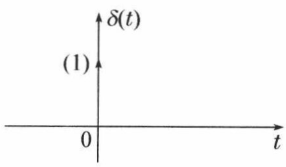


图 1.2.7 单位冲激信号

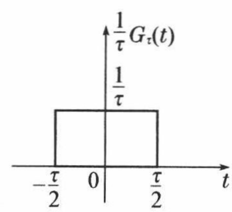


图 1.2.8 门信号

单位冲激信号$\delta(t)$和单位阶跃信号$\varepsilon(t)$互为微分与积分的关系:

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}1 & (t>0)\\ 0 & (t<0)\end{cases} \tag{1.2.16}$$

即

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.2.17}$$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.2.18}$$

同理,

$$\varepsilon(t-t_0)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau \tag{1.2.19}$$

$$\delta(t-t_0)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t-t_0)}{\mathrm{d}t} \tag{1.2.20}$$

单位阶跃信号$\varepsilon(t)$和单位冲激信号$\delta(t)$的引入,给出了信号在有跃变的地方如何求导的解决方法。下面通过例题来说明。

【例 1.2.2】 函数$f(t)$的图像如图 1.2.9 所示,求$f(t)$的导数。

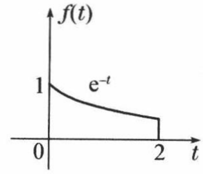


图 1.2.9 $f(t)$原函数图像

【解】 利用阶跃函数写出$f(t)$的闭形表达式:

$$f(t)=\mathrm{e}^{-t}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$$

$$f'(t)=\mathrm{e}^{-t}\delta(t)-\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)-\mathrm{e}^{-t}\delta(t-2)+\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t-2)$$

单位冲激信号 $\delta(t)$ 仅在 $t=0$ 处有值，所以 $\mathrm{e}^{-t}\delta(t)=\mathrm{e}^{-0}\delta(t)=\delta(t)$；同理，$\delta(t-2)$ 仅在 $t=2$ 处有值，所以 $\mathrm{e}^{-t}\delta(t-2)=\mathrm{e}^{-2}\delta(t-2)$。上式可化简为

$$f'(t)=\delta(t)-\mathrm{e}^{-2}\delta(t-2)-\mathrm{e}^{-t}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$$

$f'(t)$ 的函数图像如图 1.2.10 所示。

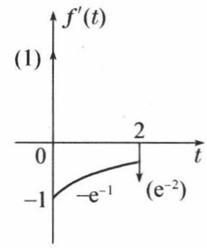


图 1.2.10　$f(t)$ 的导函数图像

函数求导基本方法可总结如下：函数连续的部分用常规求导方法求解；函数有跃变的地方则有一个冲激函数存在，冲激方向取决于原函数值向上还是向下跃变，冲激的强度则取决于原函数的跃变量。

单位冲激信号 $\delta(t)$ 性质：

（1）与有界函数 $f(t)$ 相乘，设 $f(t)$ 在 $t=0$ 及 $t=t_0$ 处连续，则有

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t) \tag{1.2.21}$$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1.2.22}$$

（2）$\delta(t)$ 的抽样性（筛分性）：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0) \tag{1.2.23}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0) \tag{1.2.24}$$

（3）$\delta(t)$ 为偶函数，即有

$$\delta(-t)=\delta(t) \tag{1.2.25}$$

（4）尺度变换。

对实常数 $a\neq 0$，由偶函数性

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1.2.26}$$

$a\neq 0$ 时推广：

$$\delta(at-t_0)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t-\frac{t_0}{a}\right) \tag{1.2.27}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(at-t_0)\mathrm{d}t = \frac{1}{|a|}f\left(\frac{t_0}{a}\right) \tag{1.2.28}$$

【例 1.2.3】 试简化下列各信号的表达式：

（1）$f_1(t)=\sin\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}\right)\delta(t-2)$

（2）$f_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\sin t\cdot\delta(t-t_0)\mathrm{d}t$

（3）$f_3(t)=(t+1)^2\delta(-2t)$

（4）$f_4(t)=\int_{-\infty}^{\infty}t^2\delta(2-5t)\mathrm{d}t$

【解】 根据单位冲激信号 $\delta(t)$ 的性质有

(1) $f_1(t)=\sin\frac{2\pi}{3}\delta(t-2)=\frac{\sqrt{3}}{2}\delta(t-2)$

(2) $f_2(t)=\sin t_0$

(3) $f_3(t)=(t+1)^2\cdot\frac{1}{2}\delta(t)=\frac{1}{2}\delta(t)$

(4) $f_4(t)=\int_{-\infty}^{\infty}t^2\cdot\frac{1}{5}\delta\left(t-\frac{2}{5}\right)\mathrm{d}t=\frac{4}{125}$

6. 单位冲激偶信号

单位冲激偶信号 $\delta'(t)$的定义为单位冲激信号 $\delta(t)$的一阶导数，定义式为

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)] \tag{1.2.29}$$

$\delta'(t)$在 $t=0$ 的位置上有一正一负两个冲激，如图 1.2.11 所示。

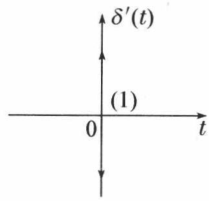


图 1.2.11 单位冲激偶信号图像

带括号的“1”标在中间，它不表示冲激的强度，而是表示单位冲激函数的导数。

单位冲激信号 $\delta(t)$可以表示为图 1.2.8 所示的$\frac{1}{\tau}G_\tau(t)$门信号在 $\tau\to 0$ 时的极限值。对$\frac{1}{\tau}G_\tau(t)$求微分，结果为在 $t=-\frac{\tau}{2}$时刻冲激方向向上、$t=+\frac{\tau}{2}$时刻冲激方向向下的冲激强度均为$\frac{1}{\tau}$的两个冲激信号。因此冲激偶信号 $\delta'(t)$可表示为对$\frac{1}{\tau}G_\tau(t)$求导结果在 $\tau\to 0$ 时的极限值。分析过程如图 1.2.12 所示。

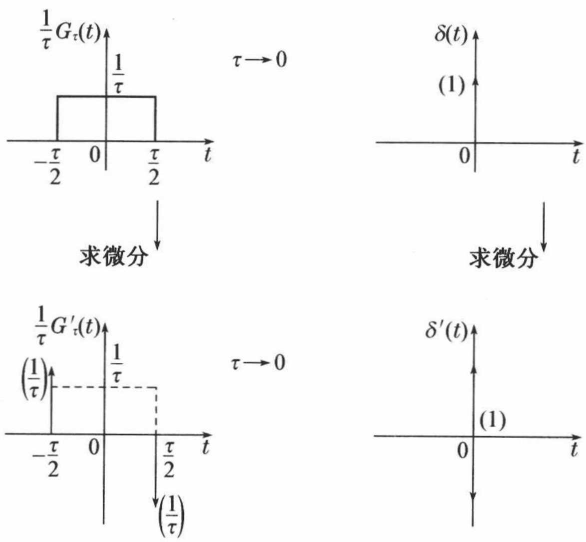


图 1.2.12 冲激偶信号的解释图

冲激偶函数的性质：

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1.2.30}$$

7. 单位斜坡信号

单位斜坡信号的定义为

$$r(t)=t\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ t & (t>0)\end{cases} \tag{1.2.31}$$

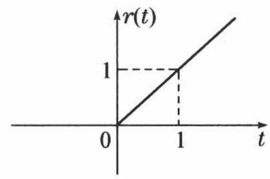


图 1.2.13　单位斜坡信号

其波形如图 1.2.13 所示。

单位斜坡函数 $r(t)$ 的一次积分是单边抛物线，它与 $r(t)$、$\varepsilon(t)$、$\delta(t)$、$\delta'(t)$ 的关系如下：

$$\delta'(t)\underset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\overset{\int_{-\infty}^{\infty}}{\rightleftharpoons}}\delta(t)\underset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\overset{\int_{-\infty}^{\infty}}{\rightleftharpoons}}\varepsilon(t)\underset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\overset{\int_{-\infty}^{\infty}}{\rightleftharpoons}}r(t)\underset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\overset{\int_{-\infty}^{\infty}}{\rightleftharpoons}}\frac{1}{2}t^2\varepsilon(t)$$

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$、单位冲激函数 $\delta(t)$、单位斜变函数 $r(t)$ 和单位冲激偶函数 $\delta'(t)$ 在实际中并不存在，是数学上对某些信号的一种抽象和理想化。称阶跃函数和冲激函数及它们的若干次积分和若干次导数为奇异函数。

8. 单边衰减指数信号

单边衰减指数信号的定义为

$$f(t)=A\mathrm{e}^{-\alpha t}\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ A\mathrm{e}^{-\alpha t} & (t>0)\end{cases} \tag{1.2.32}$$

式(1.2.32)中衰减系数 α 为正的实常数。经过 $1/\alpha$ 这一时间常数(量纲为 s)，信号会衰减为原先大小的 $\mathrm{e}^{-1}\approx 0.368$ 倍。注意：信号是单边的，且信号值从 $t=0_-$ 时的 0 跃变为 $t=0_+$ 时的 A，其波形如图 1.2.14 所示。

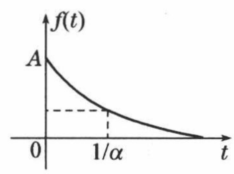


图 1.2.14　单边衰减指数信号波形

9. 复指数信号

复指数信号定义为

$$f(t)=A\mathrm{e}^{st}\quad(-\infty<t<\infty) \tag{1.2.33}$$

式中，$s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 称为复频率；A、σ、ω 均为实常数，σ 的单位为 1/s，ω 的单位为 rad/s。

由于

$$f(t)=A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=A\mathrm{e}^{\sigma t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=A\mathrm{e}^{\sigma t}[\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)] \tag{1.2.34}$$

可见该信号的模 $|A|\mathrm{e}^{\sigma t}$ 为实指数信号，辐角为 ωt，实部与虚部均为按指数规律 $A\mathrm{e}^{\sigma t}$ 变化且角频率为 ω 的正弦信号。

复指数信号的几种特殊情况如下：

(1) 当 $s=0$ 时，$f(t)=A$，为直流信号；

(2) 当 $s=\sigma$ 时，$f(t)=A\mathrm{e}^{\sigma t}$，为实指数信号；

(3) 当 $s=\mathrm{j}\omega$ 时，$f(t)=A\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=A[\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)]$，其实部与虚部均为角频率为 ω 的等幅正弦信号，也是一个以 $T=2\pi/\omega$ 为周期的周期性信号。

其中欧拉公式

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t) \tag{1.2.35}$$