

# 数 学 史 讲 义

卢 何 业 宏 广 儒 编

六 安 师 专 数 学 系 印

一 九 八 八 年 九 月

# 目 录

第一章	概述	1
§1	数学的起源和发展	1
§2	数学的特点与分支	3
§3	数学史的地位和作用	5
第二章	中国数学发展史	2-1
§1	中国古代数学成就	2-1
§2	中国古代数学的特点和分期	2-2
第三章	世界数学发展史	3-1
§1	数学萌芽时期	3-1
§2	初等数学时期	3-1
§3	变量数学时期	3-2
§4	近代数学时期	3-4
§5	现代数学时期	3-6
第四章	算术、数论和计算发展史	4-1
§1	数的起源和计数法	4-1
§2	算术运算产生	4-8
§3	数论的形成	4-16
§4	计算的发展	4-36
第五章	几何学史	5-1
§1	概述	5-1
§2	几何学起源	5-3
§3	柏拉图学派	5-6

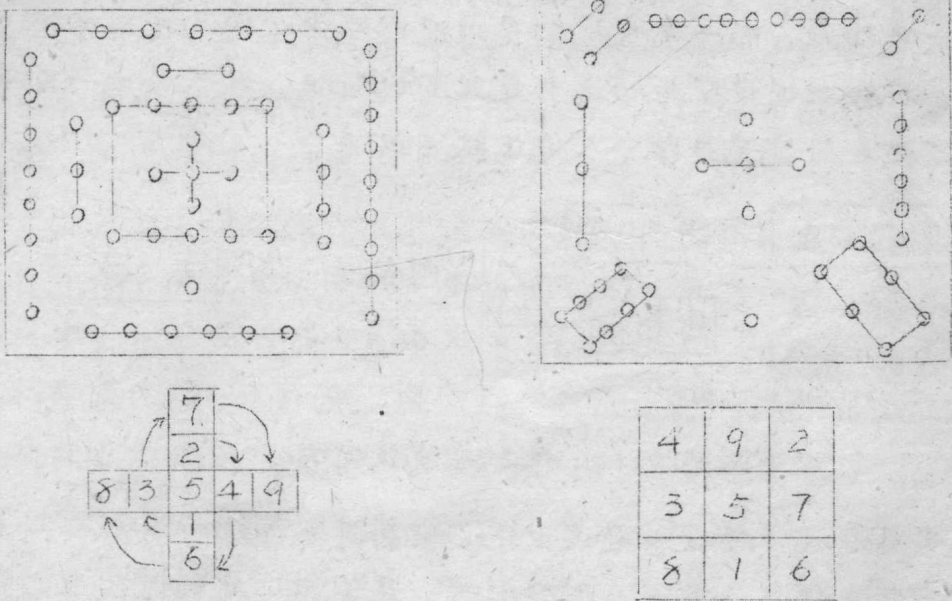
§4	欧几里得与几何《原本》	5-9
§5	芝诺的悖论	5-13
§6	阿基米德——“数学之神”	5-15
第六章	代数学的形成	6-1
§1	埃及、巴比伦的代数	6-1
§2	希腊的代数学	6-3
§3	印度与阿拉伯代数	6-8
§4	欧洲的代数	6-15
§5	对数的产生	6-21
§6	虚数	6-30
第七章	三角学的创立	7-1
§1	最早的三角术	7-1
§2	第一张弦表的问世	7-2
§3	从正弦到余割	7-7
§4	三角学的独立	7-9
§5	三角函数的引进	7-11
第八章	解析几何和微积分的诞生	8-1
§1	概况	8-1
§2	解析几何的诞生	8-2
§3	变量和函数概念的产生	8-6
§4	微积分的创立	8-8
§5	数论的重大进展	8-15
§6	射影几何的出现	8-17
§7	概率论的产生	8-18
第九章	分析学的进一步发展	9-1
§1	概况	9-1
§2	数学的第二次危机	9-2

§3	贝努利兄弟和欧拉	9-2
§4	无穷级数	9-5
§5	微分方程	9-7
§6	微分几何	9-8
第十章	近代数学的发展	10-1
§1	概况	10-1
§2	复变函数	10-1
§3	群论的创立	10-2
§4	四元数	10-6
§5	高斯和数论	10-8
§6	行列式与矩阵	10-10
§7	射影几何和“爱尔兰纲领”	10-11
§8	非欧几何的发现	10-12
§9	近代公理方法的诞生	10-18
§10	分析概念的严格化	10-21
第十一章	二十世纪的数学点滴	11-1
§1	希尔伯特的23个数学问题	11-1
§2	教学的第三次危机和数学基础问题	11-6
§3	布尔巴基学派和新数学运动	11-11
§4	计算机科学与数学机械化	11-14
§5	运筹学和控制论	11-17
§6	别具一格的新理论	11-19
§7	国际数学组织和一些活动	11-21
附录	数学史年表	附录一

# 第一章 概 述

## §1. 数学的起源和发展

关于数学的起源，在中国流传着这样一种神话：在夏禹治水时，有一天，从黄河的波涛中忽然跃出一头“龙马”，马背上驮着一幅“河图”，图上画着许多神秘的数学符号；后来，从波涛不惊洛水（黄河的一个支流）里浮出一只“神龟”，龟背上驮着一卷“洛书”，书中阐述了数的排列方法。这些都献给了夏禹，从此就产生了数学，“河图”、“洛书”中的“天地生成数”就是神灵赐给我们的数学。诚然，这是一种唯心主义的说教，但它们却是现代组合数学的最古老的例子（“河图”是九个正整数的排列，其各行、各列及对角线上数字的和皆等于15，而“洛书”是另一种形式的十个数的排列，见图1）。



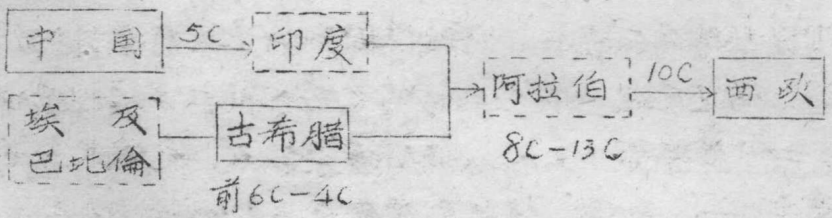
图一 河图和洛书

另外，也有人认为数学起源于人的头脑，数学公理是天赋的真理，它存在于数学家的头脑之中。无疑，这是曲解了数学起源

的本质。

几千年的数学发展史雄辩地证明了，数学起源于人们的生产实践，起源于人们的生活需要，起源于人类创造性的劳动之中。在五、六千年以前，亚非欧的一些大河流域成了人类文明的发源地，数学（还有天文学）最早的幼芽，也就萌发在这些地区。

数学的最早发源地是：中国、印度、埃及、巴比伦。后来还有古希腊、阿拉伯。这里，中国数学和古希腊数学是世界数学史上的两大支柱。世界数学的发展，一支是中国数学（主要是代数和算术），它在公元五世纪以后传入印度，另一支是由埃及巴比伦引进并加以创新的古希腊数学（主要是几何学），这两支合流传入阿拉伯，后经北非、西班牙、西西里于十世纪传入西欧。在欧洲，十四世纪始于意大利的文艺复兴运动促进了数学的繁荣，十七世纪始于英国的工业革命促进了微积分的诞生，从此数学进入了变量数学时期。十八世纪的数学发展主要是归功于以法国为中心的大陆学派，而十九世纪则是以德国为中心的哥廷根学派。廿世纪现代数学的发展中心主要是美国和苏联，未来二十一世纪的数学发展中心究竟是谁，人们正拭目以待。



图二 世界数学发展史图

数学的发展，经过了漫长世纪，它与其它事物的发展一样，由于历史条件和社会原因，时起时伏，呈现出一定的阶段性。翻开历史史册，多少献身于科学的数学家们呕心沥血，辛勤耕耘，在数学园林里取得了杰出的成就，为我们留下了丰富的数学遗产。我们应该学习先辈们的勇于继承、大胆创新、密切联系实际

# 努力推进我国数学事业的发展。

的精神、努力推进我国数学事业的发展。

## §2. 数学的特点与分支

数学研究的对象大致分为两类，一类是现实世界的数量关系，一类是现实世界的空间形式。因此，数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学。它以数和形的性质、变化、变换及其关系作为研究对象、探索它们的有关规律，给出对象性质的系统分析和描述，在此基础上分析各种实际问题，给出具体的解法。

数学与其他学和相比，它具有三个显著的特点：一是高度的抽象性，二是严密的逻辑性，三是应用的广泛性。

数学的高度抽象性表现性：它所研究的对象数与形（如2和三角形）是撇开事物具体内容的抽象，其抽象程度大大超过了其他自然科学的抽象度；此外，不仅数学的概念是抽象的，而且各种数学方法本身也都是抽象的。这种科学的抽象，“更深刻、更正确、更全面地反映着自然”（列宁语），使得数学有着极为广泛的应用，而这正是数学生命力的源泉。

数学的严密逻辑性表现在：它的推理和结论具有逻辑的严密性和无可争辩、确定无疑。欧几里得的《几何原本》堪称逻辑严密性的范本，二千多年来一直为人们所推崇学习，无愧为人类历史上的科学杰作之一。诚然，任何科学真理是相对性，数学的严密性也是在不断地变化发展，而并非绝对的僵化不变。

数学应用的广泛性表现在：几乎所有的科学技术都离开数学；随着古代科学科技的飞跃发展，数学愈来愈广泛地渗透到社会生产实践的各个领域，成为人类认识自然、改造自然的必不可少的重要武器，华罗庚在《大哉数学之为用》中称“宇宙之大，核子之微，火箭之速，日用之繁，无处不用数学矣！”正是由于量的

关系普遍存在于各种物质形态和运动形式之中，正因为数学是来自现实世界，正确地反映了客观世界的联系形式的一部分，所以数学才能应用，才能指导实践和预见未来，数学的高度抽象性注定了它应用的广泛性，事实证明了马克思的天才预言：“任何一门科学，只有当它充分应用数学时，才能说很好地发展了。”

经过五千年世界各民族的努力，数学到今天已发展成内容丰富，分支众多，应用广泛的庞大系统。数学这株苍劲粗壮大树的成长过程说明了，数学发展有其固有的规律性：第一，数学的发展是以数和形两个基本概念作为其主干，恩格斯的“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”的论断不仅是对数学过去的很好总结，也是对数学未来发展的指导准则。第二，数学的发展存在着学科不断分化和不断综合这两种矛盾的趋势，现代数学的高度分化和高度综合导致了各分支的紧密联系、相互渗透和边缘学科的蓬勃兴起。第三，数学的发展依赖于生产的发展和社会的进步。社会实践向数学不断提出新的问题，刺激数学向不同的方向发展，并提供检验数学结论真理性的唯一标准。几何在古希腊繁盛时期的辉煌进步，代数在意大利文艺复兴时期的成就，数学分析在英国工业革命后的诞生发展，我国解放后数学面貌的焕然一新，而中世纪黑暗的欧洲，明清直至解放前中国数学的长期衰退，这些都充分说明了社会生产实践是数学发展的原动力。

现代数学可以分为两大支系：

1. 纯粹数学
- 分析数学：函数论（实、复）、微分方程、积分方程、变分法、泛函分析、大范围分析、概率论、解析数论。
  - 代数学：高等代数、近世代数、代数数论、群、环、域、格、模论、交换代数、同调代数、李代数。
  - 几何学：解析几何、仿射几何、射影几何、微分几何。



代数几何, 拓扑学。

数理逻辑: (符号逻辑) 模型论, 递归函数论。

2. 应用数学

- 运筹学
- 数理统计
- 组合数学、图论
- 系统理论
- 控制理论
- 计算机科学

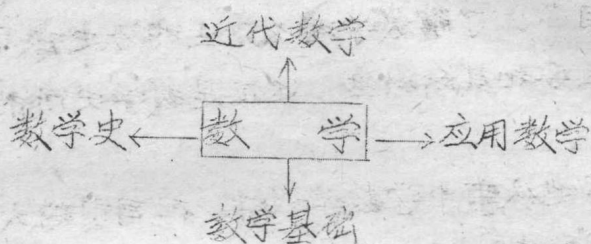
难怪美国代数学家 P. 哈尔莫斯把数学比之于音乐、文学、特别是绘画: “绘画来自物质现实, 数学也是如此——但画家不是照相机, 数学不是工程师……在绘画与教学中, 美在客观的标准——画家讲究结构、线条、造型、肌理, 而数学家则讲究真实、正确、新奇、普遍——不过比较起来这些都是最容易满足的。”正是这样, 数学家像一个万花筒一样, 五彩缤纷, 绚丽灿烂。

### §3. 数学史的地位和作用

历史是一面镜子。追寻科学发展的历史足迹, 有助于日后的攻关和攀登。数学史是研究数学的产生和发展规律的一门学科。数学各个分支的诞生有其历史渊源和来龙去脉, 纵观全程, 数学的这棵大树的成长有其固有的发展规律和内部推动力; 横剖断面, 数学在不同国家、地区的发展既有其民族的特色, 也有其共同的特点和相互影响。

数学史作为数学这门学科的一个分支, 它事实上是对自己本身成长与发展综述, 以及数学家对他们自己的成就的理解。它帮助人们从数学的过去成就、传统和目标得到有益知识, 提供历史背景, 使得我们把新的研究工作引入有成果的渠道上。再者数学

史是当今数学的四大发展方向之一。整个数学的发展方向，一是向高深的理论方面发展；二是以公理系统化作为统一数学的基础，向简单抽象化方面发展；三是向应用方面发展；四是回头总结自身的发展规律，向数学史料方面发展研究。即



数学史作为一门数学课，它应包括：

- 1、古今数学思想和方法的介绍。
- 2、数学各分支发展规律的探讨。
- 3、各个历史时期，各个国家、地区数学发展历史的回顾。
- 4、数学家成才规律的评述。

同时，数学史又是一门历史课，中国数学史是进行爱国主义教育的生动教材。中华民族是具有数学禀赋和数学素养的民族，中国古代的数学足以使每一位炎黄子孙引以自豪。了解研究中国数学的特点和发展规律，用以指导我们今天的学习和研究，有利于形成具有中华民族特色的数学传统和风格。

我们学习中外数学史的目的，主要是：

1、使学生受到启示和激励，学习数学史，认识数学的发展规律，了解前人研究数学的经验教训，可以指导今天，获得鼓舞力量。祖国数学的光辉成就激发我们的爱国热忱和献身四化的决心，年青的 Abel, Galois 的杰出成就，“双目失明的 Euler 的孜孜以求，启迪我们应热爱自己所学的数学专业，激励我们为振兴祖国的数学事业而奋斗！

2、有利于更好地学习和研究数学。数学的一些主要概念（负数，无理数等）都是经过了长期缓慢的演变发展，教科书上

的定理公式是经过无数次的探索、挫折和失败才浓缩形成的，它隐藏了最生动的成长、发展过程中的失败和不成功的一面，这就妨碍了我们对这些内容的全面的理解和清晰的认识。为了恢复数学发展的“庐山真面目”，了解数学理论产生的历史背景，熟悉其来龙去脉，知其然且要知其所以然，这正是数学史所能发挥作用的。

3. 有利于更好地从事中学数学教学。在目前的大中小学教科书中，很少介绍数学史知识，“数学史盲”普遍存在，这种现象应引起我们的严重关注。作为一个数学教师，学习了数学史，可以将有关的数学史实、生动事例，穿插充实到平时的教学中去。这样可以丰富教学内容，增加学习兴趣，提高教学效果，培养学生的爱国主义和辩证唯物主义观点。

八、

Faint, illegible text covering the majority of the page, appearing as ghosting or bleed-through from the reverse side.

## 第二章 中国数学史发展

### §1. 中国古代数学成就

中国古代数学，和中国古代其他门类的科学技术一样源远流长，成就辉煌的。在一些重要的领域内取得过遥遥领先的地位，创造过许多“世界纪录”。

早在六、七千年前的石器时代，在陶器上已有几何图案，即所谓“仰韶文化”和“龙山文化”。两千多年前中国的测量数学已有较高水平（长沙马王堆西汉墓中发现的珍贵的古地图说明这一点）；春秋战国时代，战国已有了完备的十进地位制记数法和包括分数在内的四则运算，这在世界上是最早的。《九章算术》（不迟于公元一世纪）中记载的正负数概念和联立一次方程组解法，都是世界上最早的记载。祖冲之（429—500）算得小数点后七位准确的圆周率，这记录曾保持了近千年之久。高次方程数值解法，一次同余式理论和高次差的差法等为我国十三、十四世纪宋元时期所取得的成就，都早于西方同类成果五百年以上。

这些成就的取得，自然应归于我国各族人民的聪明才智，也同我国古代一大批当时世界第一流数学家们，他们深湛之智慧，刻苦求是、锲而不舍的努力又作分不开。他们是：

赵爽（号君卿，约公元三世纪，东汉末年三国时人）

刘徽（约公元三—四世纪，魏晋时人）

祖冲之（429—500，南北朝时人）

祖日恒（祖冲之之子，约公元六世纪）

甄鸾（约公元570年前后，南北朝时人）

刘焯（544—610 隋朝人）

王恽通（公元七世纪，唐朝人）

李淳风（公元七世纪，唐朝人）

一行（683—727 唐朝人）

刘 括 (1031~1095, 北宋时人)

贾 宪 (约公元十一世纪中叶, 北宋时人)

李 冶 (即李冶, 1192~1279, 南宋时人)

秦 九韶 (约1202~1261, 南宋时人)

杨光军 (公元十三世纪, 南宋时人)

朱世杰 (公元十四世纪, 元朝人)

郭守敬 (1231~1316, 元朝人)

徐光启 (1562~1633, 明末时人)

梅文鼎 (1633~1721, 明末清初时人)

梅穀成 (1681~1763, 清朝人, 梅文鼎之孙)

真 煦 (1805~1860, 清朝人)

李善兰 (1811~1882, 清朝人)

但是到了近代, 西方由于资本主义的兴起, 促进科学技术的进步, 数学也由常量数学时期发展进入到变量数学时期。而中国数学, 则和中国整个社会长期停滞于封建社会一样, 发展得比西方缓慢得多, 以至逐渐地落后了。

## §2. 中国古代数学的特点和分期

1. 世界上没有一个国家能象中国这样不受外来影响, 中国的传统数学曾经以自己的特色创造出许多杰出的成就, 为世界数学的发展作出过伟大贡献。

中国古代数学的特点, 受到中国古文特点的影响, 它的表达方式与中国古代哲学家的一些表述方式相似。如:《易经》、老庄、墨家乃至孔孟都常常是通过一些具体故事、对话以及神话方式来表达其思想和哲学观点、政治观点, 我国的古代数学著作也具有这种特色, 所以, 我国古代数学特点是:

1) 多数是通过具体问题的计算或讨论来表现的并且符号比

较特殊或是通过比较难理解的古代文字叙述的，这对形成发展抽象的逻辑的数学理论是一个不足和障碍。

2) 古代数学中，虽不象希腊式的抽象的逻辑，但在，算术、代数、几何方面有相当完整的论证和相应的理论。中有一些抽象的理论。（这一点世界上不少科学史家曾持这种观点，如日本数学史家三上文夫说过“在古代中国的数学思想中，最大的缺点是缺少严格求证的思想”。苏联数学史家尤什凯维奇认为“在从实践到纯知识领域飞跃中，中国数学是亦曾参与过的。”等句，这些我们觉得不完全正确。）如从公元一世纪刘徽对《九章算术》所作之注中看到。

2. 我国古代数学发展大体可分以下几个时期。

### A. 先秦萌芽时期

古代文化的一个特点是哲学和自然科学尚没有明显的分化。这固然是科学文化没成熟的特征，也表明自然科学、数学和哲学本质的联系。从发掘的甲骨文、竹简等古代文物中证明，我国很早就积累了丰富的数学知识，在这个时期就形成了十进位值制数记法，设计了运用算筹进行四则运算等算法程序，掌握了勾股定理，和一些测量方法等。在《易经》、《墨经》、《庄子》等著作中也包含了深奥的数学思想。

#### 1. 算筹和十进位值制：

我国古代称数学为“算术”，是指用算筹进行计算的技术和学问。

算筹是竹制的小棍（也有特殊用骨或玉制的）没有标记，是世界上独特的计算工具。筹起源于何时尚不清楚，但是在《老子·道德经》中已有“善数不用筹策”的说法，可见至少在公元前四—三世纪的战国时代就已形成了筹算，直到公元十五

世纪左右珠算取代筹为止，在这近两千年的时间里，筹算满足了我国天文历法、商业贸易、赋税工程等方面的复杂计算的需要并在教学上为祖冲之等精密地计算圆周率，为宋元时代数学家发展天元术、四元术以及高次方程数值解法等提供了工具，它的作用确实不小的。

算筹的首要贡献是创造了一整套筹算数码，完成了我国的十进位值制记数法。

我国的数字是什么时候形成的？古代传说是黄帝命隶首作数当然这只是传说。

1899年在河南安阳小屯村出土的商代（公元前1766—前1122）甲骨上，可以看到迄今所知我国最早的文字，其中包括十三个记数的单字。

—	二	三	≡	⋈	∧(∧)	十	×	九
1	2	3	4	5	6	7	8	9
丨	⊖	𠄎	⊗					
10	100	1000	10000					

在这个时期对十、百、千、万的倍数，在甲骨文中通常用两个字合在一起表示，有了明显的十进位值制记数的特点，不过不便于运算，出现筹算符号，这种符号是用算筹摆出来的。以此作为工具来进行计算，逐渐创造了筹算数码，并且分纵横两式：

纵式 丨 𠄎 𠄎 𠄎 𠄎 丁 𠄎 𠄎 𠄎

横式 一 二 三 三 三 上 上 上 上

1 2 3 4 5 6 7 8 9

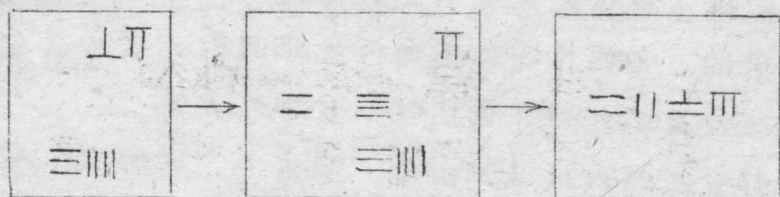
记数时纵横相同，一目了然，当某位数为零时，就空着不摆筹（我国数零要到公元十三世纪初才出现，记为0）这样就可以用上述九个数码自左至右表示出任何数目。例如：𠄎上 三 丨 就是 2-4。



87032,在公元三世纪的《孙子算经》里,曾专门说明这种记数的方法:“凡算之法,先识其位,一纵十横,百立千僵,千十相望,万百相当。”这种记数法,就是十进位值制记数法,我国是最早采用十进位值制记数法的国家。

十进位值制的筹算数码使得算术运算简便易行,数码是从左到右横摆,计算是从高位到低位依次进行,加减运算只需在被加减数的各位上添加或去掉一定数目的算筹就行了,满十进位,不够减向高位借算,都十分简便。现在的珠算加减法就是我用筹算的,不过筹算的乘(除)法运算比较复杂,需要将被乘数、积和乘数(商、被除数和除数)摆成三行进行。例如:

$$67 \times 34$$



又如:  $4391 \div 78$



## 2. 《易经》、八卦和排列组合

《易经》相传是文王到孔丘时代间成本(即大约公元前1000~500年间)“易”即变化之意,“易经”中有“穷则变,变则通,通则久”有物极必反,对立统一之意,八卦是世界公认的最早的有关排列组合的书。

所谓八卦是指阳爻“—”(肯定,一元)阴爻“--”(否定,二元)的不同排列。取三个排列则为