

Analysis and Design of
Reinforced Concrete under
Combined Torsion

钢筋混凝土复合受扭

分析与设计

刘继明 □ 著



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

钢筋混凝土复合受扭 分析与设计

刘继明 著



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

图书在版编目 (CIP) 数据

钢筋混凝土复合受扭分析与设计/刘继明著. —北京: 知识产权出版社, 2017.1
ISBN 978-7-5130-4636-7

I. ①钢… II. ①刘… III. ①钢筋混凝土结构—结构构件—分析（力学）②钢筋混凝土结构—结构构件—设计 IV. ①TU37

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 301543 号

内容简介

本书共 8 章, 主要内容包括绪论, 普通钢筋混凝土在反复扭矩作用下的试验研究及抗震性能分析, 高强钢筋混凝土在单调与反复扭矩作用下的试验研究, 钢筋混凝土复合受扭行为非线性有限元分析, 基于薄膜元理论的复合受扭全过程分析, 复合受扭构件的统一分析及承载能力设计方法等。

本书可作为高等院校土木、交通、水利及海洋工程等专业研究生和本科生的教学参考书, 也可供从事钢筋混凝土结构工程设计及相关科研工作的人员参考使用。

责任编辑: 张雪梅

责任校对: 谷 洋

封面设计: 睿思视界

责任出版: 刘译文

钢筋混凝土复合受扭分析与设计

刘继明 著

出版发行: 知识产权出版社有限责任公司

网 址: <http://www.ipph.cn>

社 址: 北京市海淀区西外太平庄 55 号

邮 编: 100081

责编电话: 010-82000860 转 8171

责编邮箱: 410746564@qq.com

发行电话: 010-82000860 转 8101/8102

发行传真: 010-82000893/82005070/82000270

印 刷: 北京科信印刷有限公司

经 销: 各大网上书店、新华书店及相关专业书店

开 本: 720mm×1000mm 1/16

印 张: 12

版 次: 2017 年 1 月第 1 版

印 次: 2017 年 1 月第 1 次印刷

字 数: 230 千字

定 价: 65.00 元

ISBN 978-7-5130-4636-7

出版权专有 侵权必究

如有印装质量问题, 本社负责调换。

前　　言

普通混凝土及高强混凝土随着高层建筑的发展得到广泛的应用，因此有必要对普通混凝土和高强混凝土弯压剪扭复合受力的结构性能做进一步研究。本书通过 35 根试件的试验研究和理论分析，对复合受力的混凝土框架柱的受扭行为和抗震性能进行了研究，具体包括以下几个方面的内容。

通过 9 根承受双向偏压、弯、剪的钢筋混凝土构件在反复扭矩作用下的试验研究，以轴压比和相对偏心距为主要研究参数，揭示构件在双向偏压剪、反复扭矩作用下的破坏特征、开裂扭矩、刚度、强度、延性等特性和耗能性能，从而确定其开裂承载能力、极限承载能力及变形性能。

通过 14 根承受单向压、弯、剪及单调扭矩复合作用的高强钢筋混凝土构件和 9 根高强混凝土、3 根高性能混凝土框架柱在双向压弯剪及反复扭矩复合作用下的模型试验研究，首次研究了高强混凝土框架柱在翘曲截面上的受力行为，探讨了高强混凝土框架柱抗扭性能的受力机理。以轴压比和相对偏心距为主要研究参数，揭示高强钢筋混凝土构件在单向、双向偏压剪和单调、反复扭矩作用下的破坏特征、开裂扭矩、刚度、强度、延性等特性，分析了影响高强混凝土框架柱抗扭承载力的因素。

研究了承受双向压弯剪扭复合受力的普通和高强混凝土框架柱的抗震性能。在 9 根普通混凝土、12 根高强钢筋混凝土框架柱在双向压弯剪和反复扭矩复合作用的模型试验研究的基础上，对普通和高强混凝土框架柱的抗震特性和滞回特性进行了分析，研究了各影响因素对钢筋混凝土复合受扭构件抗震性能的影响。

对钢筋混凝土构件的抗震性能进行了评论，对钢筋混凝土双向压弯剪构件在反复扭矩作用下的滞回特性及滞回模型存在的问题进行了分析，同时分析了抗震性能中较为关键的两部分——延性和耗能，讨论了各种影响因素对延性和耗能的影响，给出了双向压弯剪及反复扭矩作用下恢复力模型中各种滞回环的建立方法，建立了钢筋混凝土复合受扭构件的恢复力模型。

采用有限元非线性分析方法对弯压剪扭复合受力下的钢筋混凝土结构的非线性性能进行了分析研究。在建立钢筋混凝土的有限元模型时，混凝土采用的单元为八节点六面体等参单元，钢筢单元分为两种情况，纵向钢筋采用分离式钢筢单元，箍筋采用埋藏式钢筢单元，即箍筋作为附着在混凝土等参数单元内或单元上的“膜单元”。混凝土本构关系和破坏准则采用混凝土边界面模型。该模型是一种功能较强的模型，可以用于混凝土三向受力的情况，采用损伤概念来反映混凝土连续性刚度退化现象和非线性性能，把材料参数与混凝土的一些

物理现象组合在一起，使得这种模型应用于混凝土三向受力时与试验结果的一致性和计算上的困难得以解决；可以模拟混凝土受力后的各种特性，如混凝土的非线性应力-应变关系，循环荷载作用下的刚度退化现象，剪力引起的混凝土的压缩和膨胀现象和超过强度极限的应变软化现象等，且这种模型最大的优点是表达形式简单，模型参数比较容易确定，便于应用。基于混凝土压、弯、剪、扭复合受力的情况，需要对这种结构在各种荷载情况下的内力变形状况和破坏性状进行较为精确的分析。本书采用边界面模型对混凝土复合受力性能进行非线性分析，能有效、精确地分析复合受力构件在各种荷载作用下全过程的受力行为，为理论分析提供各方面的验证。

将斜压场理论中的斜压杆表达成在平面内承受剪应力和正应力的钢筋混凝土薄膜元，借助桁架模型，满足二维应力平衡条件、莫尔应变协调条件和混凝土的双轴软化本构关系，揭示钢筋混凝土复合受力构件在受力-变形全过程中的受力行为和工作性能，为研究复合受扭构件的变形行为打下了坚实的基础。应用这种方法，本书首次对高强钢筋混凝土压弯剪扭复合受力构件进行了非线性全过程分析，对考虑软化的混凝土本构关系进行了修正，对混凝土斜压场进行了简化，分析计算结果与试验结果符合较好，说明薄膜元理论对钢筋混凝土复合受扭构件受力行为的全过程分析是一种有效的方法。

将单向加载、反复加载、单向受扭、反复受扭的普通混凝土和高强混凝土构件用基于空间桁架模型的统一理论来描述，得出了反映复合受扭受力行为的强度相关关系。该统一理论能较好地描述复合受扭构件各方面的受力性能，包容性较强。在该理论的基础上，得出了复合受扭构件承载能力的计算公式，概念清楚，公式简单，并在此基础上得出符合设计人员习惯的类同于现行规范的设计公式，更加真实地反映了此类构件的受力行为和承载能力。

在本书写作过程中，西安交通大学俞茂宏教授提出了很多宝贵的意见，西安建筑科技大学白国良教授、牛荻涛教授、史庆轩教授及华侨大学董毓利教授给予了很多关心，并提出了许多具体的建议；孙黄胜博士及阎肖武、吴成龙等参与了书中部分试验研究工作和书稿的修改；书中涉及的研究工作得到了青岛理工大学结构实验室所有技术人员的无私帮助；本书引证的资料，为了体现原作者的研究贡献，在参考文献中均尽力给予客观叙述和说明，在此对以上各位的支持和帮助表示衷心的感谢。

由于作者的学识水平所限，书中不足之处在所难免，恳请读者提出宝贵意见。

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 钢筋混凝土复合受扭研究现状	2
1.2.1 国外研究状况	2
1.2.2 国内研究状况	7
1.3 本书的研究背景和研究目的	10
1.3.1 复合受力构件的受扭行为	10
1.3.2 抗震设计理论中复合受力构件的抗扭性能	11
1.3.3 高强混凝土复合受力构件受扭行为的试验研究	12
1.4 主要研究工作	13
1.5 本书研究内容的来源	15
参考文献	15
第2章 普通钢筋混凝土在反复扭矩作用下的试验研究	17
2.1 概述	17
2.2 试验设计	18
2.2.1 构件模型设计及相似关系	18
2.2.2 试件制作	19
2.2.3 试验方案	20
2.2.4 测试内容与方法	21
2.2.5 试验步骤	22
2.3 试验过程及结果	23
2.3.1 裂缝开展规律及破坏过程	23
2.3.2 典型试件的钢筋应变和破坏形态	25
2.3.3 试验结果一览	29
2.4 试验结果分析	30
2.4.1 扭矩-扭角滞回曲线	30
2.4.2 开裂扭矩分析	32
2.4.3 初始刚度分析	32
2.4.4 极限荷载分析	33
2.5 小结	33
参考文献	34
第3章 普通钢筋混凝土在反复扭矩作用下的抗震性能	35
3.1 概述	35

3.2 滞回模型及其特性	35
3.2.1 滞回模型的评论和本次试验的滞回特性	35
3.2.2 复合受力状态下滞回模型存在的问题	37
3.3 双向压弯剪及反复扭矩作用下恢复力特性分析	38
3.3.1 双向压弯剪及反复扭矩作用下的扭矩-扭角滞回曲线	38
3.3.2 扭矩-扭角骨架曲线	39
3.3.3 延性性能分析	40
3.3.4 耗能性能分析	41
3.4 双向压弯剪及反复扭矩作用下的恢复力模型	43
3.4.1 骨架曲线的建立	44
3.4.2 屈服荷载滞回环的建立	44
3.4.3 极限荷载滞回环的建立	45
3.4.4 破坏荷载滞回环的建立	47
3.4.5 恢复力模型的建立	48
3.5 小结	49
参考文献	49
第4章 高强钢筋混凝土在单调扭矩作用下的试验研究	51
4.1 概述	51
4.2 国内外对高强混凝土的研究现状及发展趋势	52
4.3 试件设计与制作	54
4.3.1 试件模型设计原则	54
4.3.2 试验试件的参数控制与数量分配	54
4.3.3 试件的制作	55
4.3.4 高强混凝土的配制	56
4.4 试验方案	57
4.4.1 试件的安装与加载设备	57
4.4.2 测试内容及方法	57
4.4.3 加载方案	57
4.5 试验过程及结果分析	58
4.5.1 试验及裂缝发展过程	58
4.5.2 裂缝发展规律及试件破坏形态	62
4.5.3 钢筋应变分析	63
4.5.4 试验结果一览	70
4.6 单调扭矩作用下受扭行为分析	71
4.6.1 相对偏心距对开裂扭矩的影响	71
4.6.2 轴压比对开裂扭矩的影响	72
4.6.3 初始刚度	73

4.6.4 延性分析	74
4.6.5 最大扭矩	75
4.6.6 扭矩-扭角关系曲线	76
4.7 小结	78
参考文献	79
第5章 高强钢筋混凝土在反复扭矩作用下的试验研究	81
5.1 概述	81
5.2 高强、高性能混凝土复合受扭构件试验研究概况	82
5.2.1 试件的设计与制作	82
5.2.2 加载设备与加载制度	83
5.3 试验结果	85
5.3.1 裂缝发展规律及破坏特征	85
5.3.2 典型试件的钢筋应变	88
5.3.3 扭矩-扭角滞回曲线	89
5.3.4 主要试验结果一览	92
5.4 试验结果分析	93
5.4.1 开裂扭矩	93
5.4.2 初始刚度分析	93
5.4.3 滞回性能分析	93
5.4.4 极限荷载分析	95
5.4.5 耗能能力	96
5.5 恢复力模型的建立	98
5.5.1 骨架曲线	98
5.5.2 屈服荷载滞回环	101
5.5.3 极限荷载滞回环	102
5.5.4 恢复力模型	103
5.6 小结	104
参考文献	104
第6章 钢筋混凝土复合受扭行为非线性有限元分析	106
6.1 概述	106
6.2 有限元模型的建立	109
6.2.1 结构的离散化	110
6.2.2 特定单元的分析和单元刚度矩阵的形成	110
6.2.3 数值积分的方法——高斯求积公式	117
6.3 钢筋与混凝土的本构关系	117
6.3.1 混凝土的破坏准则	118
6.3.2 混凝土的本构关系	123

6.4 非线性问题的求解	138
6.4.1 非线性方程组的解法	138
6.4.2 收敛标准	141
6.4.3 计算步骤及程序编制	141
6.5 有限元非线性分析结果	142
6.6 小结	144
参考文献	145
第 7 章 基于薄膜元理论的复合受扭全过程分析	147
7.1 概述	147
7.2 钢筋混凝土薄膜元理论	148
7.3 薄膜元理论在复合受扭构件非线性分析中的应用	152
7.3.1 薄膜元的内力和变形的计算	152
7.3.2 构件的内力和变形的计算	155
7.3.3 计算结果与试验结果的对比	158
7.3.4 有效壁厚 t_e 的讨论	159
7.3.5 薄膜元理论的适用范围	159
7.4 压、弯、剪、扭复合作用下的扭转刚度实用计算公式	160
7.4.1 复合受力状况下的刚度变化规律	160
7.4.2 在压、弯、剪、扭复合作用下的扭转刚度	161
7.4.3 抗扭刚度试验值与理论值的比较	163
7.5 小结	163
参考文献	164
第 8 章 复合受扭构件的统一分析及承载能力设计方法	166
8.1 概述	166
8.2 开裂承载能力	167
8.3 统一理论模型的复合受扭强度相关关系	170
8.3.1 基本假设	170
8.3.2 统一理论	170
8.3.3 统一理论的强度相关关系讨论	177
8.4 统一理论下的复合受扭承载能力设计方法	178
8.4.1 实用承载能力设计方法	179
8.4.2 理论结果与试验结果的比较	180
8.5 小结	182
参考文献	183

第1章 绪 论

1.1 引 言

我国目前处于地震重现的活跃期，由于经济发展水平的关系，在地震区建设钢筋混凝土结构的房屋还相当普遍。在常用的钢筋混凝土框架结构和框架-剪力墙结构中，结构处于受扭的情况不少，但是处于扭矩单独作用下的情况则不多，大多都是复合受扭，例如桥梁、吊车梁、框架边梁、筒壳边梁、托梁、各种环梁、支承悬臂板或阳台的梁、螺旋楼梯、槽形堵板、侧转放置的马鞍形壳板、电杆……都是处于弯矩、剪力和扭矩共同作用的复合受扭。对于托架结构，上弦在轴压力、弯矩和扭矩的共同作用下工作，下弦则在轴拉力、弯矩和扭矩的共同作用下工作。过去，在结构设计中，由于采用现浇钢筋混凝土结构或截面尺寸较大的预制构件，相对于弯矩、轴向力和剪力而言，扭转属于次要因素，往往可忽略其影响或者采用保守的计算和构造措施来处理。随着高强材料的发展，在各种工程结构中广泛采用钢筋混凝土和预应力混凝土薄壁构件，结构跨度不断扩大，以及抗震要求的提高，都使扭转的作用突出起来。20世纪70年代以来，我国对钢筋混凝土和预应力混凝土结构扭转问题给予重视。为了修订我国的钢筋混凝土结构设计规范，成立了钢筋混凝土受扭科研专题组，开展了纯扭、压扭、弯扭、弯剪扭以及低周反复荷载下抗扭性能的试验研究，并对纯扭、压扭和剪扭构件进行了全过程分析。有关设计研究院、科研单位以及高等院校等结合工程实践进行了许多吊车梁、托梁、托架、箱形桥梁、雨篷梁、槽形墙板、马鞍形壳板、电杆以及拉扭构件性能的试验研究。上述研究取得的大量科研成果，为修订具有我国特色的规范条文以及改进工程设计提供了科学依据。近几年来，国际上对扭转问题的研究，不仅考虑强度问题，而且注意到变形和刚度的分析，从研究个别的受扭发展到复合受扭、研究整个结构体系的扭转内力重分布以及周期荷载作用下的受扭性能。

1.2 钢筋混凝土复合受扭研究现状

1.2.1 国外研究状况

自 20 世纪初，国外对钢筋混凝土构件的受扭性能进行了大量的研究，尤其是六七十年代，受力情况从简单到复杂分别进行了探索，对钢筋混凝土构件在纯扭、弯扭、压扭、弯剪扭作用下的破坏形态、受力机理、刚度、抗扭强度以及相关方程、延性等性能进行了深入的探讨，并取得了相当的研究成果。^[1-5]

在受扭构件开裂前，用弹性理论来描述纯扭构件的性能，有薄膜比拟的弹性理论和沙堆比拟的塑性理论描述开裂扭矩。在受扭初期，最初考虑的影响因素是扭剪应力的大小和位置，钢筋对开裂前的抗扭性能的影响是很小的。构件开裂，截面的应力分布与弹性理论分析结果比较接近。随着扭矩的增加，截面的应力分布逐渐进入弹塑性阶段，用弹性理论和塑性理论来描述复合受扭构件在开裂之前和开裂初期的受力性能有可靠的精确程度。

E. Rausch, Bach 和 Graf 的古典空间桁架理论将配有纵筋和箍筋的混凝土受扭构件设想成一个中空的管形构件^[6]，构件开裂后，管壁混凝土沿 45° 裂缝倾角形成一个螺旋形构件，与纵筋、箍筋组成一个空间桁架，通过管壁上的环向剪力流抵抗外扭矩。

斜弯破坏理论^[7]认为受扭构件三面受拉，一面受压，形成空间弯曲破坏截面，对破坏面中和轴取矩，根据平衡条件推导出抗扭强度计算公式。Hsu^[8]和 Lessig 将斜弯理论发展成一个可信的理论基础，它能可靠地描述受纯扭作用的钢筋混凝土梁的强度，在开裂后的性能中，配置的钢筋有明显的影响。首次基于扭转三种破坏形态的抗扭极限强度的理论分析是由 Lessig 所做，后来被 Hsu 和 Yudin 补充，三种基本类型用斜弯机理解释为顶面受压、侧面受压和底面受压破坏。Thürlimann 和 Lampert 对变角空间桁架理论作了进一步的阐述^[9,10]，并将抗扭、抗剪的机理统一到一个计算模型上来。Collins 基于薄壁箱形空间桁架计算模型，不仅考虑静力平衡条件，而且注意到几何变形关系，建立斜压场理论。1985 年，Hsu^[11-13]连续发表了三篇关于混凝土“软化”的论文，认为如考虑梁混凝土的软化效应，就能够较为准确地估算抗扭强度和整个加载过程中的变形，为此，他将混凝土软化的特性引入斜压场计算模型中。

研究结果表明，在构件开裂以前，斜弯理论能够较好地估计构件的抗扭反应，而在构件开裂以后，变角空间桁架理论能够为钢筋混凝土构件的抗剪及抗扭计算提供清晰的概念。为适用于任意形状的截面，且由于对混凝土“软化”的深入研究，目前对混凝土抗扭机理的分析有统一采用变角空间桁架理论的趋

势。现将各种计算理论和计算公式简要归纳如下。

(1) Rausch 空间桁架计算模型

用桁架比拟钢筋混凝土构件开裂后的工作机理，最早是由 Ritter 和 Morsch 提出，应用于受剪切的钢筋混凝土梁。1929 年 E. Rausch 以 Bach 和 Graf 的试验为基础，将 45° 斜杆的桁架模型推广应用于已开裂的受扭构件。他将配有纵筋和箍筋的混凝土受扭构件设想为一个中空的管形构件，构件开裂后，管壁混凝土沿 45° 裂缝倾角形成一个螺旋形构件，与纵筋、箍筋组成一个空间桁架，通过管壁的是环向剪力流，抵抗外扭矩。

Rausch 建立的空间桁架模型有四个假定：

- 1) 空间桁架由 45° 的混凝土斜杆、纵向钢筋和横向箍筋在结点处铰接组成。
- 2) 混凝土斜杆只承受轴向压力，忽略其抗剪作用。
- 3) 纵筋和箍筋只承受轴向压力，忽略其销栓作用。
- 4) 实心截面的核心混凝土对极限抗扭强度不起作用。

剪力流路线取封闭箍筋的中心线计算。利用结点平衡和对整个截面取扭矩，即可求得极限扭矩。

Rausch 提出的空间桁架计算模型，将 Bredt 的薄壁管理论与平面桁架模型巧妙结合，对钢筋混凝土构件抗扭机理赋予比较清晰的解释，概念清楚，公式简单。这种计算方法，在低配筋时由于忽略混凝土抗扭作用，偏于保守；而在高配筋时，由于过高估计钢筋的抗扭能力，偏于不安全。

(2) 变角空间桁架模型

Rausch 的空间桁架模型假定混凝土斜杆的倾角为 45° ，也就是说在纵筋与箍筋为同一材料时，要求纵筋与箍筋的体积配筋率相等。但试验表明，纵筋与箍筋体积配筋比不等于 1 时，在构件达到极限强度之前，纵筋和箍筋同样可都达到屈服，Lampert 和 Thürlmann 认为这个现象可用混凝土斜杆的倾角 θ 是变化的来解释。为此，他们于 1968 年提出变角空间桁架模型，并指出混凝土压杆倾角 θ 可以通过给定的纵筋屈服力和箍筋屈服力的相对大小确定，在设计中通过选用最经济的纵筋与箍筋配筋量的体积比来确定。1973 年 Thürlmann 对变角空间桁架作了进一步阐述，并将抗剪、抗扭机理分析统一到一个计算模型上。

试验表明，实心矩形截面构件临近破坏时，与同样外廓尺寸、同样材料和同样配筋的空心截面构件的抗扭性能是等效的。因此，变角空间桁架模型取用矩形箱形截面，忽略核心混凝土作用，即假定扭矩主要由外壳混凝土及其钢筋骨架承担。

受纯扭作用的矩形截面构件的变角空间桁架模型如图 1.1 所示，取不同的隔离体，利用平衡条件，即可求得极限扭矩。Rausch 的空间桁架模型计算公式是变角空间桁架模型中纵筋与箍筋配筋体积相等的特殊情况。压力场的倾角实

际上为 $\theta=45^\circ$ ，当纵筋与箍筋配筋体积不相等时，在纵筋（或箍筋）屈服后会产生内力重分布，压力场的倾角也会随之改变，纵筋和箍筋都达到屈服，此时裂缝宽度最小； θ 角过小，箍筋首先屈服，只有引起的裂缝宽度不断增大才能使纵筋也屈服；而 θ 角过大，纵筋首先屈服，也只有裂缝宽度不断增大才能使箍筋也达到屈服。因此，为控制裂缝的开展，并保证两种钢筋都能达到屈服， θ 角仅能限制在一定的范围内。一般取 θ 角的限制范围为 $\frac{3}{5} \leq \tan\theta \leq \frac{5}{3}$ ，相应的纵筋与箍筋的配筋强度比为 $0.36 \leq \zeta \leq 2.778$ ($\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{\zeta}}$)。

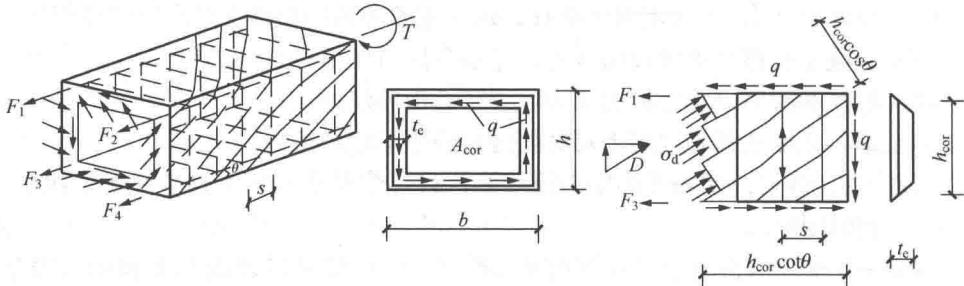


图 1.1 变角空间桁架模型

(3) Лессиг 斜弯破坏模型

苏联的 Н. Н. Лессиг 基于受扭试验于 1959 年提出构件斜弯破坏模型，如图 1.2 所示。构件在扭矩作用下沿着形成螺旋裂缝的空间截面发生破坏，这种裂缝由与构件纵轴成一定角度的受压区闭合，构成一个空间拗曲的破坏面。破坏面的受压区视弯扭比、截面形状和配筋方法的不同可位于构件的侧面、顶面和底面。

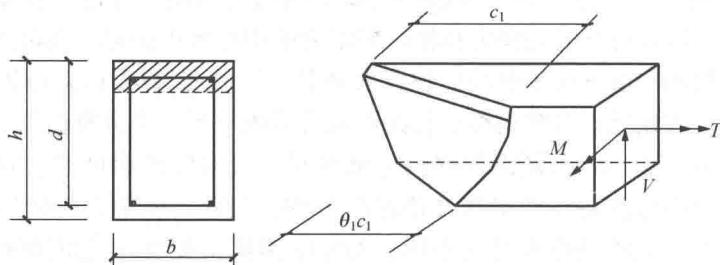


图 1.2 Лессиг 斜弯理论的计算模型

该计算模型对破坏面中和轴（受压区分界线）取内外力矩平衡进行计算，推导极限抗扭强度计算公式时，考虑的内力有与空间截面受拉区相交的纵筋和

箍筋的内力及受压区混凝土压力，并假定混凝土压应力达到极限抗压强度，钢筋拉应力达到屈服强度。1962年，Югин将破坏面理想化为由三个 45° 斜边所围成的破坏面。

(4) Hsu 斜弯破坏模型

美国的 T. T. C. Hsu 通过试验，认为 Лессиг 理论过高地估计了抗扭强度，而且从试验中观察到一些现象，用 Лессиг 理论不能解释，如：

1) 低配筋构件的纵筋和箍筋长肢应力到达流限时将引起破坏，按 Лессиг 理论此时箍筋短肢也已受拉屈服，但试验表明此时箍筋短肢拉应力很小，甚至有时出现压应力。

2) Лессиг 假定三面斜拉破坏裂缝与梁纵轴夹角都相同，均为 45° ，但试验中发现宽边斜裂缝有的在梁边角部转向并垂直于窄边，因此窄边的裂缝倾角常大于 45° 。

3) Лессиг 理论不考虑纵筋销栓作用，然而试验中发现矩形截面角部两个面上的两边裂缝不在同一平面，说明角部纵筋存在着销栓作用。由测定的角部纵筋径向的弯曲应力也可以证实这一点。

4) 在极限扭矩下，角部及窄边的裂缝比宽边中部裂缝要宽，说明自由体的旋转轴不一定是 Лессиг 所假定的中和轴。

为此，Hsu 于 1968 年提出一个新的计算模型，如图 1.3 所示，将破坏面理想化，假定它与梁的宽面垂直，并与梁纵轴成 45° 倾斜，破坏面不与箍筋短肢相交，将短肢承担的抗扭强度予以忽略，以适应所观察到的箍筋短肢应力较小这一现象。此外，该模型还考虑了混凝土受压区的抗剪强度和纵筋的销栓作用。

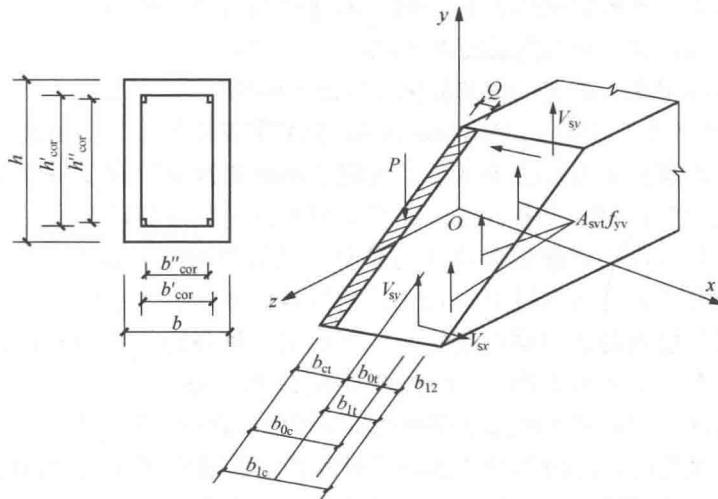


图 1.3 Hsu 斜弯计算模型

按图 1.3 的计算模型, 取位于截面中间高度平行于纵轴的一个轴为扭转轴, 可由自由体平衡条件, 利用内外扭矩的平衡和 y 轴方向力的平衡推出极限扭矩。本计算模型考虑了剪压区混凝土抗剪强度所提供的抗扭强度 T_c , Hsu 通过试验给出了 T_c 值和钢筋的销栓力 V_{sx} 、 V_{sy} 。

(5) Collins 斜压力场计算模型

1973 年加拿大的 D. Mitchell 和 M. P. Collins 进一步发展了空间桁架计算理论^[14,15], 还将其应用到预应力混凝土结构中^[16]。他们基于薄壁箱形空间桁架计算模型, 不仅考虑静力平衡条件, 而且注意到几何变形协调关系, 将 1929 年 Wagner 研究金属梁压屈后的剪力计算的斜拉力场理论运用到钢筋混凝土构件受扭计算, 给出确定压力场角度的协调方程, 并假定构件受扭开裂后混凝土不再承受拉力, 扭转由一个斜压力场承担。因此, Collins 称其计算方法为斜压力场理论。Collins 首次提出受扭钢筋混凝土构件的协调条件, 其推导的协调条件可以用来确定混凝土斜杆的倾角, 平均应变条件满足莫尔协调条件。应用莫尔圆的几何条件, 可以建立三个协调方程, 其模型又称为“莫尔协调桁架模型”。

Collins^[17]试图从混凝土保护层剥落、不起作用的假定出发, 调整剪力流路线位置, 减小混凝土核心面积, 以改进古典空间桁架理论过高估计抗扭强度的缺陷。

Collins 斜压力场模型对有效壁厚的取法为, 临近极限扭矩时, 混凝土抗拉强度降低, 箍筋外侧混凝土保护层剥落, 因此假设混凝土有效壁厚的外侧在箍筋中心线处; 矩形截面梁受扭后截面发生翘曲, 在构件表面处压应变最大, 且沿壁厚向内呈线性逐渐减小, 离构件表面一定距离 t_e 后 ϵ_d 由压应变变为拉应变, 因此受斜压作用的有效壁厚 t_e 位于剥落的外侧混凝土(外侧混凝土的剥落从箍筋中心线算起)和受拉内侧混凝土之间。

(6) Hsu 考虑混凝土软化的斜压力场计算模型

自从 1972 年 Robinson-Demorieux 和 1981 年 Vecchio-Collins 研究了受剪作用开裂后的混凝土应力应变关系后, 混凝土的软化性质引起了工程界极大的兴趣和重视, 对剪切和扭转问题的认识有了根本性的突破。Hsu 认为如果考虑到混凝土的软化效应, 就能够较准确地估算抗扭强度和整个加载过程中的变形, 为此他将混凝土软化的特性引入斜压力场计算模式中, 并给出防止超筋、少筋和混凝土保护层剥落的一系列规定, 从而形成一种新的计算模式, 又称“软化桁架模型^[18]”。美国 ACI 318-95 规范和加拿大 CSA A23. 3-94 规范中对抗扭构件计算的有关规定均是建立在薄壁管理论和空间桁架理论的基础上^[19,20]。

研究结果表明, 在构件开裂以前, 斜弯理论能够较好地估计构件的抗扭性能, 而在构件开裂以后, 变角空间桁架理论能够为钢筋混凝土构件的抗剪及抗扭计算提供清晰的概念, 并且变角空间桁架理论用于计算扭矩影响较大、含钢

量较多的构件较为稳妥；而斜弯破坏计算模型用于扭矩影响较小的构件较为合适。由于对混凝土软化的深入研究，目前对混凝土抗扭机理的分析有统一采用变角空间桁架理论的趋势。

(7) 薄膜元桁架模型

以上三种桁架模型（平衡桁架模型、莫尔协调桁架模型和软化桁架模型）都涉及开裂角的基本假定，它不是由试验精确确定的。这些理论假定薄膜元中裂缝的方向与开裂后混凝土主应力或主应变的方向相重合。实际上，第一条裂缝的方向由开裂前主应力的方向确定。一般说来，这两个方向是不同的。随着荷载的增加，裂缝沿越来越发散的方向逐渐开展，而这一系列裂缝的方向可以看作是“旋转”的。因此，这三种桁架模型被归类为转角理论，考虑了转角的软化桁架模型则被称为“转角软化桁架模型”。

转角理论的三种模型有一个共同的弱点，即它们不能描述所谓“混凝土的贡献”。试验已表明，薄膜元的抗剪强度由两部分组成，即属于钢筋的主要部分和属于混凝土的次要部分。由于剪应力中属于混凝土的贡献是显然的^[21-23]，于是，为了考虑“混凝土的贡献”，Pang 和 Hsu^[24]在1996年建立了一种“定角软化桁架模型”，这一桁架模型对于转角 $33^\circ < \alpha < 57^\circ$ 和超出这一范围的受扭破坏也是适用的。

这种模型满足二维应力平衡条件、莫尔应变协调条件和混凝土的双轴软化本构关系，它不仅能预估薄膜元的强度，而且能表达荷载-变形关系的全过程。

1.2.2 国内研究状况

我国自20世纪70年代起，加强了对结构受扭的重视，并成立了钢筋混凝土受扭科研专题组，对构件受扭性能进行了系统的研究，对钢筋混凝土构件在纯扭、弯扭、弯剪扭、压扭、预应力扭等情况下的裂缝发展、破坏特性和极限强度等进行了探索，并取得了丰硕的成果。

空间桁架理论在我国得到广泛的应用，同济大学张誉等^[25]以变角桁架模型为基础，考虑混凝土的软化，对钢筋陶粒混凝土纯扭性能的全过程分析做了尝试。文献[26]则以斜弯破坏理论为基础，考虑混凝土的软化，对剪扭构件做了全过程分析，得出和试验结果较一致的结论。天津大学康谷贻等^[27]对轴压扭、弯扭、剪扭等构件做了大量的试验研究，西安建筑科技大学和青岛建筑工程学院卫云亭、张连德等^[28-31]对偏压剪扭等构件进行了大量的试验研究，并以空间桁架理论为基础，考虑混凝土的受压软化，对受扭构件进行了全过程分析，指出当构件破坏时，纵筋和箍筋必须屈服或接近屈服，对于具有裂缝且裂缝基本形成的纯扭和压扭构件以及发生扭型破坏的弯扭和弯剪扭构件，空间桁架理论能给出较准确的计算结果。其中，纯扭、轴压扭、弯扭、弯剪扭研究成果主要

反映在《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)^[32] (以下简称《规范》) 和《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)^[33] 中, 对相关的设计有了一些明确的规定。

(1) 纯扭构件

考虑到混凝土既非弹性材料又非理想塑性材料, 而是介于二者之间的弹塑性材料, 利用塑性力学理论, 可求得开裂扭矩 T_{cr} 的公式为

$$T_{cr} = 0.7 f_t W_t \quad (1.1)$$

钢筋混凝土纯扭构件强度可分为混凝土抗扭作用和钢筋抗扭作用两部分, 一般的计算公式为

$$T = 0.35 f_t W_t + 1.2 \sqrt{\zeta} f_{yv} \frac{A_{st1} A_{cor}}{s} \quad (1.2)$$

(2) 压扭构件

试验研究表明, 轴向压力对纵筋应变的影响十分显著; 由于轴向压力建能使混凝土较好地参加工作, 同时又能改善混凝土的咬合作用和纵向钢筋的销栓作用, 因而提高了构件的受扭承载力。《规范》中考虑了这一有利因素, 它对受扭承载力的提高值偏安全地取为 $0.07 \frac{N W_t}{A}$ 。

$$T = 0.35 f_t W_t + 1.2 \sqrt{\zeta} f_{yv} \frac{A_{st1} A_{cor}}{s} + 0.07 \frac{N}{A} W_t \quad (1.3)$$

当轴压比 $n = \frac{N}{f_c A} > 0.3$ 时, 取 $N = 0.3 f_c A$ 。

(3) 剪扭构件

无腹筋剪扭构件试验表明, 无量纲剪扭承载力的相关关系可取四分之一圆的规律。对有腹筋剪扭构件, 假设混凝土部分对剪扭承载力的贡献与无腹筋剪扭构件一样, 也可取四分之一圆的规律, 并以此相关曲线作为校准线, 采用混凝土部分相关、钢筋部分不相关的近似规律, 推出剪扭构件混凝土受扭承载力降低系数 β_t , 采用此值后与无腹筋构件的四分之一圆相关曲线较为接近。《规范》中的公式为

$$T = 0.35 \beta_t f_t W_t + 1.2 \sqrt{\zeta} f_{yv} \frac{A_{st1} A_{cor}}{s} \quad (1.4)$$

(4) 弯扭构件、弯剪扭构件

处于弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土构件, 其受力状态是十分复杂的, 构件的破坏特征及其承载力与所作用的外部荷载条件和构件的内在因素有关。试验表明^[34], 在配筋适当的条件下, 随着扭弯比和扭剪比的不同, 弯剪扭共同作用下的钢筋混凝土构件受压塑性铰线可能发生于顶壁、底壁及侧壁 (在这个侧面上, 剪力和扭矩产生的主应力方向是相反的), 相应的空间截面破