

信号与系统

孙国霞 编著

高等教育出版社

Xinhao yu Xitong

信号与系统

孙国霞 编著

高等教育出版社·北京

内容简介

本书以先连续后离散的顺序为主格调,采用连续、离散描述的并行体系结构,全面而系统地论述了确定性信号和线性时不变系统的基本概念和基本理论,包括信号的时域与变换域分析,以及确定性信号经过线性时不变系统传输与处理的基本概念和基本分析方法。本书融入了MOOC名校名师的教学内容,实施了课程内容与体系的整体优化。

全书共分六章,分别为信号与系统的基本概念、线性时不变系统的时域分析、连续时间信号与系统的频域分析、连续时间信号与系统的复频域分析、离散时间信号与系统的变换域分析、线性系统的状态变量分析。每章配有多例题,以启发式、探究式、案例式描述方式引导学生沿着设定的问题逐步建立对信号和系统的完整认知。每章末给出了知识点学习要求和适量习题。书后配有考试大纲、部分习题详细解题过程的数字资源。

本书可作为高等学校电子信息类以及其他相关专业“信号与系统”课程教材,也可供教师、广大科技工作者以及其他相关专业的研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/孙国霞编著. --北京:高等教育出版社, 2016. 9

ISBN 978 - 7 - 04 - 045953 - 1

I . ①信… II . ①孙… III . ①信号系统—高等学校教材 IV . ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第168923号

策划编辑 王楠

插图绘制 杜晓丹

责任编辑 王楠

责任校对 李大鹏

封面设计 于文燕

责任印制 耿轩

版式设计 杜微言

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 廊坊市科通印业有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 23.5
字 数 530千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.com>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
版 次 2016年9月第1版
印 次 2016年9月第1次印刷
定 价 34.20元



本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 45953-00

编者的话

信号与系统是一门理论性、应用性极强的基础性自然科学，其相应课程则是引导学生从电路基础等硬件知识过渡到信号、图像处理、通信原理等专业信息处理领域的核心课程。课程内容涉及大量的数学和物理知识，为客观世界的研究提供了强大的数学分析工具、基本思维方法及技术手段，其基本原理和分析方法广泛应用于计算机信息处理的各个领域。学好该课程对于提高自身专业素质及后期深造具有重要的意义。

对质量的关注是高等教育向纵深发展的必然，而教材是教学内容和教学方法的知识载体，是教学实施的基本工具，也是深化教学改革、推进素质教育、培养创新人才的重要保证。本教材借鉴了国内外同期同类课程的教材与其他优质教材，分析、探究 MOOC 名校名师的相关授课内容，力求突出科学、实用、高效的特点。本书全面而系统地论述了确定性信号和线性时不变系统的基本概念和基本理论，包括信号的时域与变换域分析，以及确定性信号经过线性时不变系统传输与处理的基本概念和基本分析方法。

教材编著是一个创造性劳动的过程，本教材在建设过程中体现了以下几点理念：

(1) 众所周知，学习函数几乎都是从连续变量函数开始，而电路理论和模拟电路理论中涉及的信号也大多是连续时间信号，因此从连续时间信号与系统内容入手更容易使读者尽快进入课程学习。所以本教材在内容上以先连续后离散的顺序为主格调。

为了解决基本理论课时偏紧，又要确保教学基本要求实施所存在的矛盾，在易于接受的第1、2章基本内容方面，鉴于连续和离散时间信号与系统在概念、变换和处理方面相近，故采用连续、离散描述的并行体系结构。引入并行学习，可以对定义、概念等知识进行横向对比，相互渗透，相互启发，加强理解，同时节省时间。

(2) 以培养实用型、创新型人才为宗旨，结合专业特点和教学实际情况，采用启发式、探究式、案例式描述方法引导读者沿着设定的问题建立起完整的认知体系，并提高其学习能力、独立思考能力和解决问题的探究能力。

(3) 以规范严谨、精炼优化为建设目标，注重教材经典内容与现代应用的有机结合，追踪 MOOC 的发展，融入国际国内名校名师的教学内容，实施课程内容与体系的整体优化。

(4) 教材尽量用清晰易懂的方式，由浅入深、循序渐进地展开叙述，配合理论列举了大量的例题与习题，并在教材每章之末给出本章的知识点学习要求，以帮助学生更加清晰、全面地领悟学习内容，掌握重点、突破难点。

本书撰写执笔工作全部由孙国霞完成。

对于为本教材的编写和内容提出意见和建议的同仁、本教材的审稿人江南大学燕庆明教授以及在文字录入、实验验证等方面做了大量辅助工作的研究生，作者在此一并表示衷心的感谢。

Ⅱ 编者的话

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏和不当之处,恳请读者批评指正。作者邮箱:sun_guo
xia@sdu.edu.cn。

孙国霞

2016年2月

目录

| | |
|----------------------------|----|
| 第 1 章 信号与系统的基本概念 | 1 |
| 1.1 信号 | 1 |
| 1.1.1 信号的概念 | 1 |
| 1.1.2 信号的分类和描述 | 2 |
| 1.1.3 信号的基本运算 | 7 |
| 1.2 系统 | 15 |
| 1.2.1 系统的概念 | 15 |
| 1.2.2 系统的分类 | 16 |
| 1.2.3 系统的连接 | 23 |
| 1.3 典型信号 | 24 |
| 1.3.1 典型连续时间信号 | 24 |
| 1.3.2 典型离散时间信号 | 34 |
| 习题一 | 38 |
| 第 2 章 线性时不变系统的时域分析 | 47 |
| 2.1 信号的时域分解 | 47 |
| 2.2 卷积 | 49 |
| 2.2.1 卷积积分 | 50 |
| 2.2.2 卷积和 | 58 |
| 2.3 连续线性时不变系统的时域分析法 | 67 |
| 2.3.1 连续线性系统的数学模型 | 67 |
| 2.3.2 连续线性时不变系统的经典解法 | 70 |
| 2.3.3 零输入响应与零状态响应 | 74 |
| 2.4 离散线性时不变系统的时域分析法 | 82 |
| 2.4.1 离散线性系统的数学模型 | 82 |
| 2.4.2 迭代法 | 83 |
| 2.4.3 离散线性时不变系统的经典解法 | 83 |
| 2.4.4 零输入响应和零状态响应 | 86 |
| 2.5 线性时不变系统的模拟与特性 | 92 |

II 目录

| | |
|----------------------------------|------------|
| 2.5.1 模拟框图 | 92 |
| 2.5.2 本征函数 | 96 |
| 2.5.3 系统特性 | 99 |
| 习题二 | 103 |
| 第3章 连续时间信号与系统的频域分析 | 111 |
| 3.1 周期信号的傅里叶级数 | 112 |
| 3.1.1 信号的正交分解 | 113 |
| 3.1.2 常用的完备正交函数集 | 115 |
| 3.1.3 周期信号的傅里叶级数 | 116 |
| 3.1.4 信号的对称性与傅里叶系数间的关系 | 121 |
| 3.1.5 傅里叶级数的性质 | 123 |
| 3.1.6 周期信号的频谱 | 125 |
| 3.2 傅里叶变换 | 133 |
| 3.2.1 傅里叶变换的定义 | 133 |
| 3.2.2 典型非周期信号的频谱 | 135 |
| 3.2.3 傅里叶变换的性质 | 140 |
| 3.3 连续系统的傅里叶分析方法 | 156 |
| 3.3.1 周期信号激励下的系统响应 | 159 |
| 3.3.2 非周期信号激励下的系统响应 | 161 |
| 3.4 无失真传输与理想滤波器 | 164 |
| 3.4.1 无失真传输 | 164 |
| 3.4.2 理想滤波器 | 166 |
| 3.5 系统的物理可实现性 | 175 |
| 3.6 信号的抽样与重建 | 178 |
| 3.7 调制与解调 | 184 |
| 习题三 | 190 |
| 第4章 连续时间信号与系统的复频域分析 | 203 |
| 4.1 拉普拉斯变换及其收敛域 | 203 |
| 4.2 常用函数的拉普拉斯变换 | 207 |
| 4.3 拉普拉斯变换的基本性质 | 209 |
| 4.4 拉普拉斯反变换 | 219 |
| 4.5 线性系统的复频域分析法 | 224 |
| 4.5.1 微分方程的变换解 | 225 |

| | |
|--------------------------------------|------------|
| 4.5.2 线性动态电路的 s 域模型 | 226 |
| 4.5.3 系统函数 | 230 |
| 4.5.4 双边拉普拉斯变换 | 237 |
| 4.5.5 线性时不变系统的性质 | 238 |
| 4.6 系统函数的零极点分布与频率响应 | 241 |
| 4.6.1 $H(\omega)$ 与 $H(s)$ 的关系 | 241 |
| 4.6.2 $H(s)$ 的零极点与频率响应 | 243 |
| 习题四 | 246 |
| 第 5 章 离散时间信号与系统的变换域分析 | 255 |
| 5.1 z 变换 | 255 |
| 5.2 z 变换的性质 | 260 |
| 5.3 z 反变换 | 268 |
| 5.4 离散时间系统的 z 域分析法 | 271 |
| 5.4.1 差分方程的变换解 | 272 |
| 5.4.2 系统函数与冲激响应 $h(n)$ | 273 |
| 5.4.3 线性时不变系统的性质 | 274 |
| 5.5 离散时间傅里叶变换 | 277 |
| 5.5.1 序列傅里叶变换的定义 | 277 |
| 5.5.2 序列傅里叶变换的性质 | 280 |
| 5.5.3 频率响应的几何确定方法 | 282 |
| 5.6 系统的模拟框图实现 | 285 |
| 习题五 | 291 |
| 第 6 章 线性系统的状态变量分析 | 298 |
| 6.1 引言 | 298 |
| 6.2 连续时间系统状态变量分析的数学模型 | 300 |
| 6.3 连续时间系统状态方程的求解 | 308 |
| 6.3.1 时域求解 | 309 |
| 6.3.2 复频域求解 | 311 |
| 6.3.3 状态转移矩阵的求法 | 314 |
| 6.3.4 状态转移矩阵的性质 | 318 |
| 6.3.5 系统状态分析举例 | 319 |
| 6.4 离散时间系统状态方程的建立 | 324 |
| 6.5 离散时间系统状态方程的求解 | 329 |

IV 目录

| | |
|----------------------------|-----|
| 6.5.1 时域求解 | 329 |
| 6.5.2 复频域求解 | 331 |
| 6.5.3 系统状态分析举例 | 333 |
| 6.6 状态矢量的线性变换 | 336 |
| 6.7 系统的稳定性、可控制性和可观测性 | 340 |
| 6.7.1 系统的稳定性 | 340 |
| 6.7.2 系统的可控制性和可观测性 | 342 |
| 习题六 | 347 |
| 考试大纲及部分习题答案 | 352 |
| 参考文献 | 367 |

【一句话】

人之气质，由于天生，本难改变，惟读书，则可变化气质。——《曾国藩家书》
知之者不如好之者，好之者不如乐之者。——《论语》

第1章 信号与系统的基本概念

这是一部研究工程方面信号与系统问题的教材。运用数学函数对实用信号建模，运用数学方程对工程系统建模，并运用逻辑思维和常规数学方法分析、求解信号通过系统传输与处理过程中的基本概念和基本分析方法。本书重点是信号处理和系统分析。本书编写时采用了复杂问题简单化、分析问题全面化的方法，有助于读者理清脉络并深刻理解教材内容。

本章将基于应用于各领域的信号与系统，建立信号、系统的基本概念及其分类，论述典型确定性信号的表述、运算及其性质，以进一步揭示信号自身的特性。

1.1 信号

1.1.1 信号的概念

自然界中信号无处不在。信号是消息的表现形式与运送载体。

所谓消息是指主观感受到的语言、文字、数据、图像等的总称。现代生活中更常用的“等效”名词是信息。信息是人们对客观世界认识的反映。物质的形态、特性在时间和空间上的变化，以及人类社会的各种活动都会产生信息。可以说，我们生活在信息的海洋中，获取信息是人类最基本的活动之一。

但是，通常情况下消息或信息不便于直接传输与共享，所以要利用合适的设备将各种不同的信息转变成便于携带或传输的信号。例如，人们通过声音信号来表达自己的意图；交通灯通过光信号传递“红灯停、绿灯行”的交通信息；现代军事通信中的旗语通信是通过悬挂或挥动不同样式和颜色的旗帜传递信息的；而遨游太空的无线电波、四通八达的电话网中的电流等，则是以电信号的形式传递各种消息。所以，信号是用来传递信息的声音、光波、动作、电波等，即消息或信息的表现形式与运送载体，而消息或信息则是信号的实际内容。

信号的形式各异，但本身都是随时间或空间按照某种规律变化的物理量，分别称之为时域信号和空域信号。声音信号、电信号等属于时域信号。气象学中，大气压、温度、湿度等随海拔高度

变化的信号则属于空域信号。时域信号与空域信号的研究机理相同,本书仅研究时域信号。

信号所含信息总是寄于某种变化的形式中,信号随着自变量变化的曲线称作信号的波形图。工程分析时,可借助于波形图对信号进行描述。鉴于电信号具有易于测量、变换、处理、传输,且与非电量的转换比较容易的特性,所以本书主要讨论电信号。

在数学上,维数系指独立变量的数目。因此信号可以视作是一个或多个独立变量的函数。例如,语音信号可以表示成声音强度随时间 t 变化的一维函数,也称作一维信号,如图 1-1(a) 所示;在图像处理系统中,黑白图像可以表示为像素灰度随平面坐标位置 (x, y) 变化的二维函数;称作二维信号,如图 1-1(b) 所示。在信号分析中,信号与函数两个词汇可以相互通用。本书着重讨论一维信号,描述一维时域信号的数学表达式就是时间的函数。

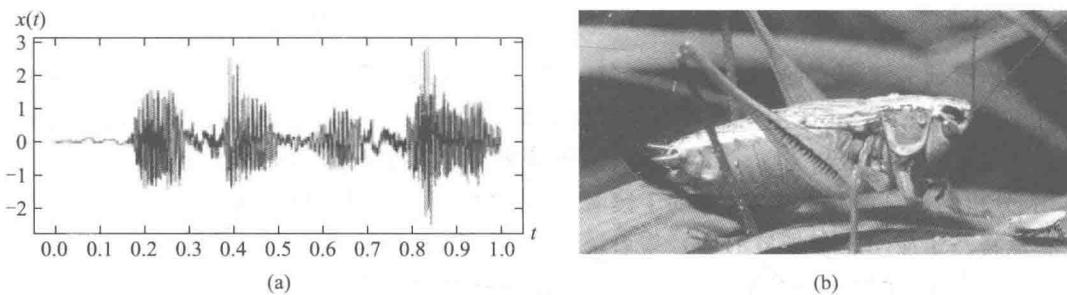


图 1-1
(a) 语音信号 (b) 图像信号

1.1.2 信号的分类和描述

1. 信号的分类

信号以不同的表现形式广泛应用于各个领域,对各种信号可以从不同的角度进行分类。

(1) 确定信号与随机信号

按照信号参量的确知性,可将信号分为确定信号和随机信号两大类。

可以用明确的数学关系或者图表描述的信号称为确定信号。对这类信号重复观测时,结果相同,如图 1-2 所示的脉冲信号和指数信号。

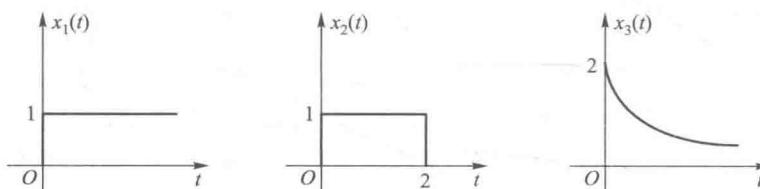


图 1-2 确定信号

若对信号重复观测时,结果不同,即信号在某时刻的取值是随机的,没有一个确定的时间函

数与信号相对应,这类信号称为随机信号。例如图 1-3(a)所示的电路系统中的不规则干扰、图 1-3(b)所示的上证指数分时走势图等均属于随机信号。又如大家所熟悉的列车时刻表是确定信号,而每趟列车上的乘车人数则为随机信号。

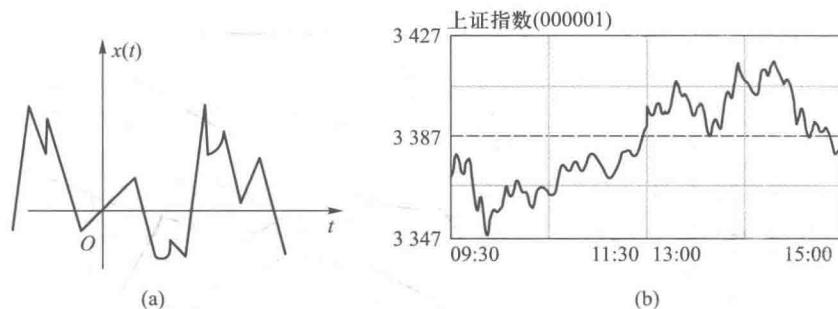


图 1-3 随机信号
(a) 电路系统中的不规则干扰 (b) 上证指数分时走势图

确定信号是一种近似的、理想化的信号。用拥有相近特性的确定信号取代实际信号,能够简化问题的分析,便于工程上的实际应用,所以确定信号的理论研究具有重要的实际意义,本书将只对确定信号进行分析。

(2) 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量时间取值是否连续,可将信号分为连续时间信号和离散时间信号。

连续时间信号是指在自变量的整个连续区间内都有定义的信号,可以简称为连续信号或 CT 信号。例如温度、湿度、压力以及声音等信号均为连续信号。连续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的(只取某些规定值)。对于时间和幅值都连续的信号称为模拟信号;对于时间连续、幅值离散的信号称为脉冲信号。图 1-4 所示为连续时间信号,用 $x(t)$ 表示。

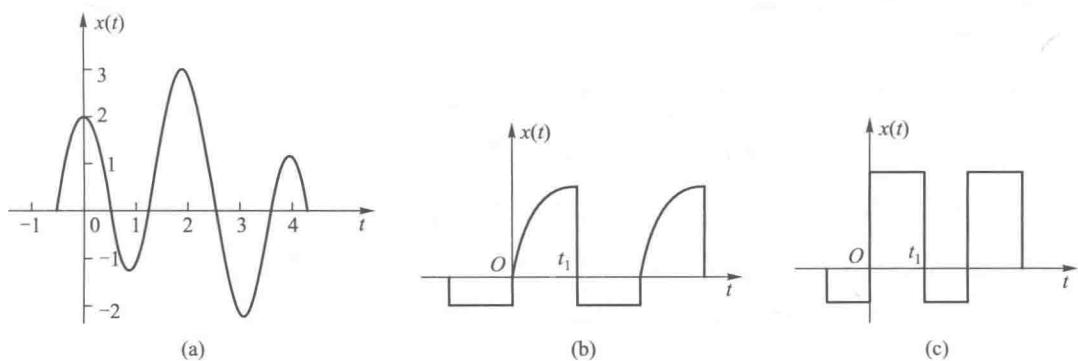


图 1-4 连续时间信号
(a) 模拟信号 (b) 含间断点的连续时间信号 (c) 脉冲信号

仅在一些离散的瞬间具有定义的信号称为离散时间信号,如图1-5所示,离散时间信号可简称为离散信号或DT信号。例如DNA序列、人口统计数据、股票日收盘指数、股票日成交量等均为离散信号。离散信号的自变量必须是整数。



图 1-5 离散时间信号

(a) 任一离散时间信号 (b) 上证指数日K线图

在控制、通信、遥感设备、生物信号处理等应用系统中,常常需要将实际物理信号输入计算机进行分析处理,实际信号多为模拟信号,如图1-6(a)所示。离散信号可以由连续信号 $x(t)$ 抽样获取,抽样间隔可以是均匀的,也可以是不均匀的。但在实际工作中为了方便,一般都采用均匀间隔进行抽样,抽样时间分别为 $0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0$,由于抽样间隔都为 T_0 ,为了方便,可以只记抽样序号 $0, 1, 2, \dots, n$ 。抽样后得到时间离散而幅值连续的信号,即离散(或抽样)信号,如图1-6(b)所示。离散信号是一组序列值的集合,所以又称之为序列。简单起见,记为 $x(n)=x(nT_0)$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。离散信号自变量的定义域是整数域。由于计算机位数有限,需对信号幅值进一步量化处理,并按照某种方式进行编码,得到时间和幅值均离散的信号,称为数字信号,即幅值具有有限精度的离散时间信号,如图1-6(c)所示。

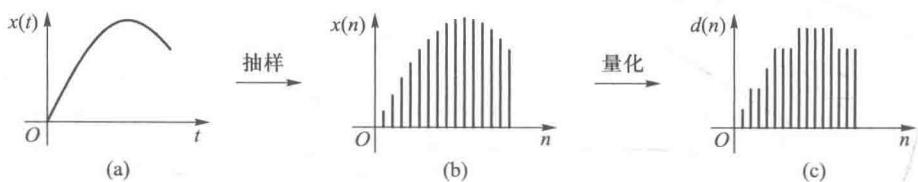


图 1-6 模拟信号数字化处理过程

(a) 模拟信号 (b) 抽样信号 (c) 数字信号

(3) 时限信号与非时限信号

存在于有限时间内的信号称之为时限信号,否则为非时限信号,如图1-7所示。

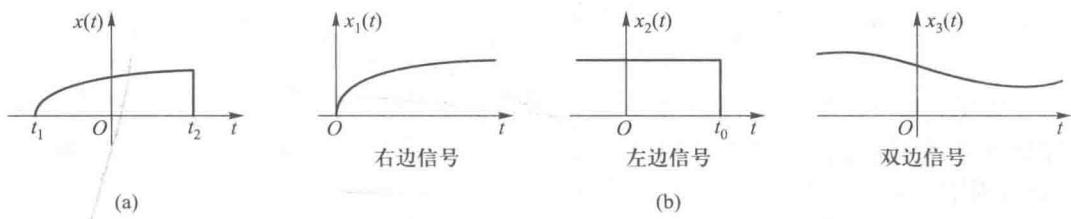


图 1-7 时限信号与非时限信号

(a) 时限信号 (b) 非时限信号

非时限信号根据信号的起始和终止情况可以分为右边信号(或有始无终信号)、左边信号(或无始有终信号)和双边信号(或无始无终信号)。一般,右边信号是指当 $t \geq t_0$ 时信号有值,其余时间信号为零。当 $t_0 = 0$ 时,右边信号又称作因果信号。

(4) 周期信号与非周期信号

按照信号是否在一定时间间隔内具有周而复始的变化规律,可将信号分为周期信号和非周期信号。如果一个信号满足

$$x(t) = x(t + mT_0) \quad (m \text{ 为整数}, T_0 \text{ 为正常数}) \quad (1-1)$$

或

$$x(n) = x(n + mN_0) \quad (m \text{ 为整数}, N_0 \text{ 为正整数}) \quad (1-2)$$

则称该信号为周期信号,如图 1-8 所示。

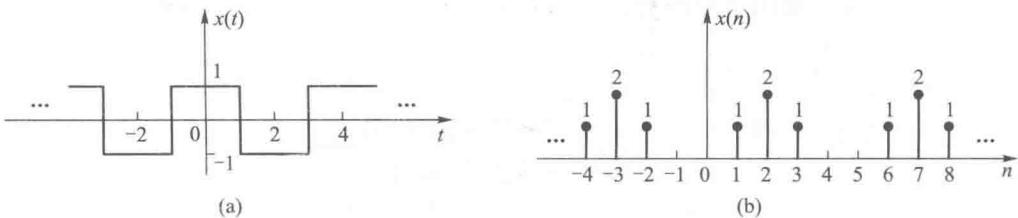


图 1-8 周期信号

(a) 连续周期信号 (b) 离散周期信号

满足式(1-1)、式(1-2)的最小 T_0 或 N_0 称作信号的基本周期,简称周期。周期是指信号完成一个循环所需要的最短时间。对于连续信号,称周期的倒数为信号的基本频率,记作 $f_0 = \frac{1}{T_0}$, 单位是 Hz(赫兹)。频率描述了周期信号重复的快慢。由于一个循环对应于 2π 弧度,故信号的基本角频率定义为

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (1-3)$$

单位是 rad/s(弧度/秒)。

如果不能找出满足式(1-1)或式(1-2)的最小 T_0 或 N_0 , 则该信号为非周期信号。非周期信

号可以视作周期 T_0 或 N_0 为无穷大的周期信号。

需要说明的是,严格数学意义上的周期信号,是无始无终地重复着某一变化规律的信号。这样的信号实际上是不存在的,实际周期信号只是指在较长时间内按照某一规律重复变化的信号,例如钟摆运动、交流电信号均为周期信号。地球的运转也是周期的,其周期有两个,自转周期为一天,公转周期近似为一年。

例 1-1 判断下列信号是否为周期信号。若是,确定其周期。

$$\textcircled{1} \quad x(t) = \sin 2t + \cos 5t; \quad \textcircled{2} \quad x(t) = \cos 3t + \cos \pi t.$$

解:正(余)弦信号本身都是周期信号。

\textcircled{1} 设 $\sin 2t$ 的周期为 $T_{11} = \frac{2\pi}{\omega_{11}} = \frac{2\pi}{2} = \pi$, $\cos 5t$ 的周期为 $T_{12} = \frac{2\pi}{\omega_{12}} = \frac{2\pi}{5}$, 因为周期之比 $\frac{T_{11}}{T_{12}} = \frac{\pi}{2\pi/5} = \frac{5}{2}$ 为有理数,所以和信号 $x(t)$ 仍然是周期信号,且周期为 T_{11}, T_{12} 的最小公倍数,即 $T_0 = 2\pi$ 。

\textcircled{2} 设 $\cos 3t$ 的周期为 $T_{21} = \frac{2\pi}{\omega_{21}} = \frac{2\pi}{3}$, $\cos \pi t$ 的周期为 $T_{22} = \frac{2\pi}{\omega_{22}} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$, 因为周期之比 $\frac{T_{11}}{T_{12}} = \frac{2\pi/3}{2} = \frac{\pi}{3}$ 为无理数,所以和信号 $x(t)$ 是非周期信号。

当且仅当各个连续周期信号的周期比值是有理数时,则这些连续周期信号之和仍是周期信号。

(5) 能量信号与功率信号

若将信号看做是随时间变化的电流或电压信号,则信号 $x(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率为 $|x(t)|^2$, 定义信号在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 内所消耗的能量为

$$E = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau}^{\tau} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

信号的平均功率定义为

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} |x(t)|^2 dt \quad (1-5)$$

上面两式中,被积函数均是 $x(t)$ 模量的平方,所以信号能量与信号功率都是非负实数。

对于离散时间信号 $x(n)$, 定义信号在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 内所消耗的能量为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1-6)$$

信号的平均功率定义为

$$P = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^{M} |x(n)|^2 \quad (1-7)$$

能量有限,即 $0 < E < \infty$, 而功率 $P=0$ 的信号称作能量信号。功率有限,即 $0 < P < \infty$, 而能

量 $E = \infty$ 的信号称作功率信号。能量和功率都不是有限的信号,则称为非能量非功率信号,例如 $x(t) = t$ 。

根据式(1-5)和式(1-7)可得,周期为 T 或 N 的周期信号的平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad (1-8)$$

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 \quad (1-9)$$

通常,周期信号和随机信号都是功率信号,确定时限信号为能量信号。

2. 信号的描述

常用的信号描述方式有解析式、波形图和测量数据的统计集合等。

(1) 解析式表示。例如 $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$, $x(n) = n$ ($0 \leq n \leq 6$)。

鉴于序列的特点,上述离散时间信号的统计集合表示形式为

$$x(n) = \left\{ \underset{n=0}{\overset{\uparrow}{0}}, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \right\}$$

(2) 波形图表示。这种方式的优点是简洁、直观,如图 1-9 所示。

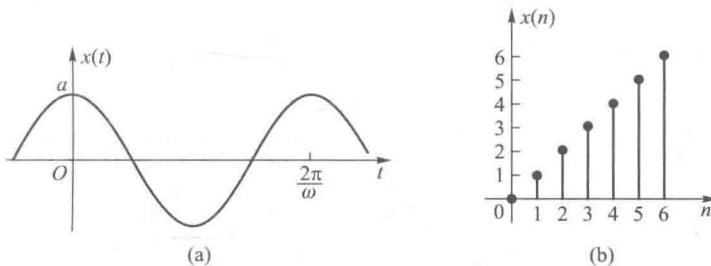


图 1-9 波形图描述

(a) $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$ 的波形图 (b) $x(n) = n$ ($0 \leq n \leq 6$) 的波形图

解析式和波形图是工程中常用的信号描述方式,因此要熟悉这些信号的表述方式及其相互转换。

1.1.3 信号的基本运算

在本课程的学习中,经常遇到与信号运算有关的问题,通过信号运算,可以由基本信号生成各种复杂信号,因此要熟练掌握信号的基本运算。

1. 信号的相加与相乘

两个信号相加,是指同一瞬间两信号的函数值对应相加,得到该瞬间“和信号”的函数值,即

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad \text{或} \quad x(n) = x_1(n) + x_2(n)$$

例如卡拉OK中演唱者的歌声与背景音乐的混合、影视动画中添加背景都是信号叠加的例子。在通信系统中,干扰信号常与有用信号叠加在一起传输过来,影响对正常信号的接收。

两个信号相乘,其乘积信号在任意时刻的信号值等于两信号在该时刻的信号值之积,即

$$x(t) = x_1(t)x_2(t) \quad \text{或} \quad x(n) = x_1(n)x_2(n)$$

例如无线电广播通信系统中的调制,就是将两个信号经一个乘法器做乘法运算的例子。

例 1-2 ① 设连续信号 $x_1(t) = \sin \omega t$, $x_2(t) = \sin 6\omega t$;

② 设离散序列 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 的波形如图 1-10 所示。

试分别画出 $x_1(t) + x_2(t)$ 、 $x_1(t)x_2(t)$ 和 $x_1(n) + x_2(n)$ 、 $x_1(n)x_2(n)$ 的波形图。

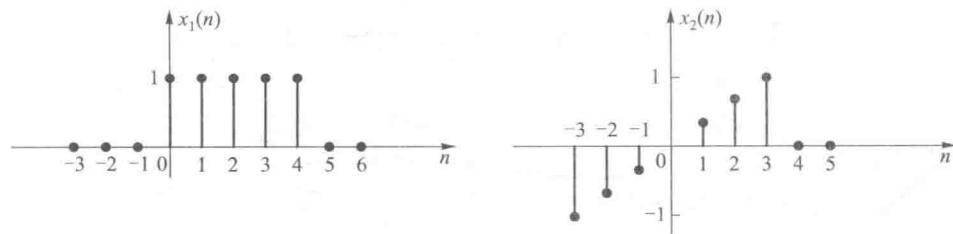


图 1-10 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的波形图

解: ① 画出原信号 $x_1(t) = \sin \omega t$ 、 $x_2(t) = \sin 6\omega t$ 的波形, 如图 1-11(a)、(b) 所示, 依据信号加法与乘法的运算规则, 得到信号相加运算 $x_1(t) + x_2(t) = \sin \omega t + \sin 6\omega t$ 的波形, 如图 1-11(c) 所示; 信号相乘运算 $x_1(t)x_2(t) = \sin \omega t \sin 6\omega t$ 的波形, 如图 1-11(d) 所示。

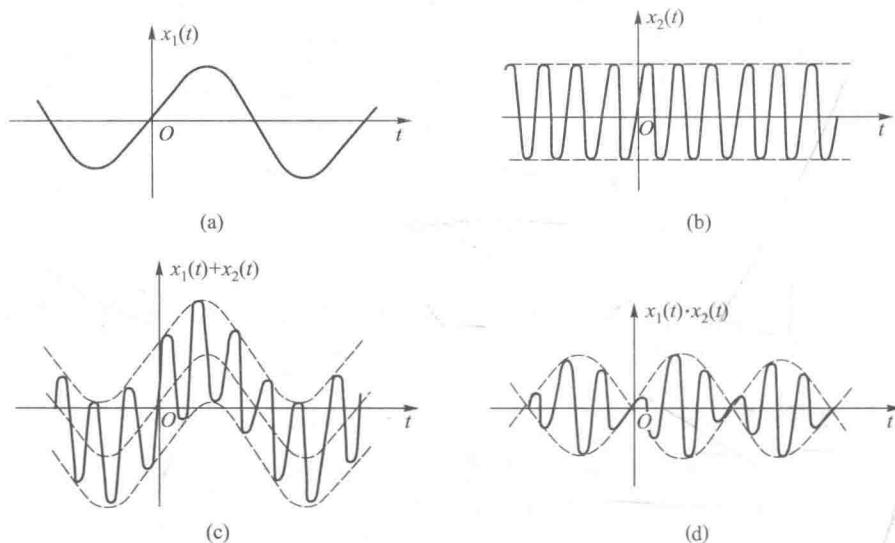


图 1-11 连续时间信号的相加与相乘

$$(a) x_1(t) = \sin \omega t \quad (b) x_2(t) = \sin 6\omega t \quad (c) x_1(t) + x_2(t) = \sin \omega t + \sin 6\omega t \quad (d) x_1(t)x_2(t) = \sin \omega t \sin 6\omega t$$

② 同理, 离散信号相加所得和序列 $x_1(n) + x_2(n)$ 的波形如图 1-12(a) 所示; 离散信号相乘所得乘积序列 $x_1(n)x_2(n)$ 的波形如图 1-12(b) 所示。