

主观主义概率观研究

季爱民 著



安徽师范大学出版社

安徽省高校人文社会科学研究重点项目：概率主观解释及其决策行为研究

（项目批号：SK2014A256）

安徽师范大学研究生教育教学改革研究重点项目

（立项编号：2014yjg034zd）

主观主义概率观研究

ZHUGUAN ZHUYI GAILÜ GUAN YANJIU

季爱民 著



安徽师范大学出版社

· 芜湖 ·

内容提要

本书是对主观主义概率观的专题研究,共分为五章,即引论、概率即部分信念、拒斥客观概率、主观主义概率观合理性探讨、主观主义决策理论及其困境与出路,内容涵盖主观主义概率观的不同学派不同代表人物的主要观点,涉及哲学、逻辑学、决策学等学科。

本书既适合高等院校、研究机构中从事哲学、逻辑学、决策学等研究的人员使用,也适合对主观主义概率观感兴趣的其他学科读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

主观主义概率观研究 / 季爱民著. — 芜湖:安徽师范大学出版社, 2016.5
ISBN 978-7-5676-2000-1

I. ①主… II. ①季… III. ①主观—概率逻辑—研究 IV. ①B017

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第122050号

责任编辑:王一澜 孔令清

装帧设计:桑国磊

主观主义概率观研究

季爱民 著

出版发行:安徽师范大学出版社

芜湖市九华南路189号安徽师范大学花津校区 邮政编码:241002

网 址:<http://www.ahnupress.com/>

发 行 部:0553-3883578 5910327 5910310(传真) E-mail:asdcbstxb@126.com

印 刷:浙江新华数码印务有限公司

版 次:2016年5月第1版

印 次:2016年5月第1次印刷

规 格:700 mm × 1000 mm 1/16

印 张:10

字 数:165千

书 号:ISBN 978-7-5676-2000-1

定 价:29.80元

凡安徽师范大学出版社版图书有缺漏页、残破等质量问题,本社负责调换。

目 录

1 引论	1
1.1 概率问题的由来	1
1.2 概率解释的各种观点	10
2 概率即部分信念	43
2.1 主观主义概率观的提出	43
2.2 拉姆齐主观主义概率观的核心概念	55
2.3 拉姆齐主观主义概率观的合理性	72
3 拒斥客观概率	75
3.1 菲尼蒂主观主义概率观的基本思想	75
3.2 菲尼蒂与拉姆齐的概率思想比较	91
3.3 菲尼蒂主观主义概率观评析	99
4 主观主义概率观合理性探讨	109
4.1 部分信念与公平赌商	110
4.2 部分信念集合的合理性与一致性条件	113
4.3 条件概率与动态荷兰赌	115
4.4 分歧信念与赌博进行的条件	119
5 主观主义决策理论及其困境与出路	123
5.1 主观期望效用决策理论	123

5.2 主观期望效用理论的困境	135
5.3 逻辑学视野里的决策悖论	148
参考文献	153

1 引论

20 世纪 20 年代量子力学创立,玻恩对量子力学定律进行了概率统计解释,物理学家和物理史学家派斯称之为 20 世纪一个根本的科学变革。围绕量子力学的解释问题,爱因斯坦同以玻尔为首的哥本哈根学派之间发生了论战。最终,科学家和哲学家普遍接受这样一种观点:“科学定律实质上都是概率统计定律,反映自然界严格因果决定性的动力学定律不过只是概率统计定律的一种理想化或简化状态。”^[1]如今不确定性已经成为人们关注的重要问题,概率已经深深地渗入自然科学、社会科学以及日常生活之中。但是,从概率问题产生之日起直到现在,对概率本身的理解一直没有取得一个一致的看法。

1.1 概率问题的由来

骰子问题是古典概率理论创立之源泉。人类很早就有概率思想的萌芽,源于几近人类第一个娱乐性发明——赌博。在用骰子进行博弈机遇中,“勤勉”的赌徒能够经验地觉察到机遇之间的细微差别。也正是源于骰子所引起的一系列赌博问题,尤其是德·梅勒提出的赌注分配和点数问题,引起帕斯卡尔与费尔马对排列组合方法重新探讨,由此进一步推动欧洲很多数学家对赌博问题进行研究。古典概率理论家尝试设定基本原则,运用各种方法从数量上对概率进行定义和计算。在这种背景下,古典概率理论逐渐形成并走向成熟。

可以认为,概率问题起源于赌博,概率论诞生于 1654 年。早在 15 世纪,意大利数学家帕乔利、塔塔利亚和卡尔当诺的著作中就涉及如何分配赌博中赌金的概率问题。类似的问题出现在 1654 年,数学家帕斯卡尔与费

尔马通过书信对德·梅勒提出的一些赌博方面的问题进行了系列探讨。

法国人德·梅勒经常从数学的角度提出和思考赌博中出现的一些问题,从帕斯卡尔与费尔马的通信中,可以看出:1654年,德·梅勒向帕斯卡尔至少提出了两个问题。

第一个问题是赌注的分配问题。此问题可以简单地表述为:德·梅勒和一个对手掷骰子,每人各下赌金32枚金币。游戏规则:①两人事先各自选定一个要掷出的点数。例如,德·梅勒选定“6点”,他的对手选定“3点”;②两人轮流掷骰子,谁先掷出自己选定的点数3次,谁就获胜,得到所有的赌金。现在的问题是:由于意外的原因使得赌博终止,此时,德·梅勒掷了两次“6点”,而对手只掷出一次“3点”,他们应该如何分配这64枚金币呢?德·梅勒和他的对手各自提出了自己认为合理的分配方案。他的对手的方案是:他应该分得全部赌金的 $\frac{1}{3}$,德·梅勒分得 $\frac{2}{3}$ 。理由是:德·梅勒要再掷出一次“6点”才能获胜,自己如果再掷出两次“3点”也能获胜。既然他的机会是德·梅勒的一半,这样,他的所得应该是德·梅勒所得的一半。德·梅勒的方案是自己应该分得全部赌金的 $\frac{3}{4}$,即48枚金币,他的对手分得 $\frac{1}{4}$,即16枚金币。他的理由是:如果投掷再进行一轮,即使对手掷出“3点”,对他而言,最不利的结局也是不分胜负,各自收回自己的赌金,即32枚金币;但是如果自己掷出了“6点”,则可以获得全部64枚金币。这样,在进行下一轮投掷之前,自己已经获得了一半的赌金,并且自己还有和对手相等的机会分配剩余那一半赌金,因此对手只能获得全部赌金的 $\frac{1}{4}$,即16枚金币,而自己应该分得 $\frac{3}{4}$,即48枚金币。

第二个问题是骰子的点数问题。简而言之,如果同时掷两个骰子,押在哪个点数上赢的机会较大?德·梅勒认为,按照数学理论,既然 $4:6=24:36$,那么,照此推论,用一个骰子投掷4次得到一个“6点”的机会应该和用2个骰子投掷24次得到两个都是“6点”的机会相等。但是,凭着赌博的经验,德·梅勒却发现用一个骰子连掷4次至少出现一个“6点”的机会较大,而用2个骰子同时掷24次,至少出现一对“6点”的机会却比较小。这使得他愤愤不平,认为算术学与实际情况是不一致的。

德·梅勒提出的第二个问题与古典概率理论的发展更加密切,帕斯卡尔与费尔马之间对此进行交流的第一封信丢失了,不过,这个著名的问题

包含在1654年7月29日的信中。在信中,帕斯卡尔说:

“我没有时间提供给你极大地困惑德·梅勒的这个问题的证据,虽然他很有能力,但是他不是一个几何学者(正如你所知道的,这是一个很大的缺陷),不相信它(点数)可以由有限数目的点组合而成,不能理解数学排列能够分割成无限,并且我已经没有办法使得他摆脱这个想法。如果你能做到,你将使他感到完美。

他告诉我,他在算术理论里发现了一个谬误,原因是:

如果一个人用一个骰子得到一个‘6点’,那么投掷4次可能得到的机会是671:625。

如果一个人投掷2个骰子得到2个‘6点’,那么投掷24次可能得到的机会却比较小。

然而, $24:36$ (这是2个骰子得到的那一面的一对点数) $=4:6$ (这是一个骰子得到的那一面的点数)。

这使得他很愤怒,使得他对大家说这个命题与实际情况是不一致的,算术是有自身矛盾的。”^{[2]5}

我们可以看出,帕斯卡尔自己对此也相当迷惑不解,觉得自己不能给德·梅勒一个能解决问题的回答,转而希望费尔马能够对这个极大地困惑德·梅勒的难题给予一个满意的答复。

对德·梅勒的这个问题,可以这样理解:用一个骰子掷一次没有得到“6点”的机会是 $5/6$,这样一来,用一个骰子投掷4次没有得到“6点”的机会就是 $(5/6)^4$,因此,德·梅勒所说的用一个骰子掷4次得到一个“6点”的机会是 $1 - (5/6)^4 = 671/1296 > 1/2$;类似地,用2个骰子掷24次得到一对“6点”的机会是 $1 - (35/36)^{24} = 0.4914 < 1/2$ 。德·梅勒内心很矛盾,因为他根据自己的理论方法对此进行计算,推论出用2个骰子掷24次得到一对“6点”的机会应该和用一个骰子掷4次得到一个“6点”的机会相等,但是,他从赌博的经验又觉察到这个机会应该比 $1/2$ 小,也就是说,他可以凭经验对概率为0.4914和概率为0.5进行区分。正如大卫所言:“很明显,德·梅勒爵士是一个‘勤勉’的赌徒,这使得他可以凭着经验在概率为0.4914和0.5之间进行辨别,也就是0.0086的差额。”^{[2]6}

帕斯卡尔自己之所以不对德·梅勒的第二个问题给出解决方法,或许是因为他认为这确实已经不是问题,问题只是如何让德·梅勒能够理解。事实也确实是这样,早在帕斯卡尔时期的一个世纪前,意大利的卡尔当诺就发现了类似问题的解决方案。

卡尔当诺酷爱赌博,他不仅对赌博进行了系统的概率研究,而且结合自己的切身经验写出一本实际上已经包含概率论萌芽的著作《机会性游戏手册》。此书于1663年出版,书中曾提到一个类似的问题:用2个骰子的点数之和进行打赌,应该选择多少点下注最有利。卡尔当诺认为应该把赌注下在“7点”。因为同时掷2个骰子,骰子出现的情况有36种可能,它们点数之和有11种可能。卡尔当诺对各种点数之和出现的可能性进行分析后,发现出现机会最大的是点数之和为“7点”,一共出现了6次,它的可能性为 $6/36$,是所有可能性中最大的,因此应该选择“7点”下注。

可以说卡尔当诺不仅是第一个把日常赌博中的骰子问题由经验提升到了理论层次,成为第一个系统推算概率的人,而且他的方法里还包含着古典概率定义的萌芽,即把事件出现的可能性大小表示为该事件可能出现的数目与所有可能的结果数目之比,这无疑包含着等可能性的思想。

费尔马对这个问题的回信不幸丢失,不过,从他们之后的通信中可以看出:虽然费尔马解决了这个困难,但是根据帕斯卡尔称之为“你的组合的方法”可以窥视出,费尔马所应用的方法应该和早期的意大利科学家伽利略关于一个类似问题的解决方法,在实质上是相同的^[26]。

在伽利略时代就已经有了组合的思想,伽利略在一篇《关于骰子游戏的思想》的文章中,回答了为什么10和9都可以被分割为3部分且有6种组合。10可以分割为(1,3,6), (1,4,5), (2,2,6), (2,3,5), (2,4,4)和(3,3,4),相应地,9也分割为(1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (2,2,5), (2,3,4)和(3,3,3)。但是在同时掷3个骰子的时候,出现的点数之和为10与点数之和为9的机会却不一样。伽利略对此进行研究后,发现各种组合出现的机会并不相等。例如,对于9的一个分割(3,3,3),只有一种组合(3,3,3),而对于10的一个分割(3,3,4),则可以有(3,3,4), (3,4,3)和(4,3,3)3种组合。据此,他运用了等可能性事件的思想推导出:当掷3个骰子的时候,出现的点数之和为9的概率为 $25/216$,而出现的点数之和为10的概率为 $27/216$,因此

出现10的机会应该比9大。可以说,他的方法和卡尔当诺有异曲同工之处。费尔马的方法也没有突破这个古老的排列组方法,帕斯卡尔与费尔马这一时期可称为组合概率时期。

为什么像德·梅勒这样的赌徒能够觉察出不同的点数出现的机会会有细微的差别,原因只能归结为人们对概率的认识已经有着相当长的一段时间,积累了丰富的经验。在后面,我们可以看到,人类在此之前一直就有概率思想的萌芽,这个历史甚至可以追溯到人类文明的开始。

帕斯卡尔与费尔马在对德·梅勒提出的问题进行的一系列通信探讨中,不仅各自提出了不同的解决方法,而且由此将问题的解决方法推广到更一般的情况。帕斯卡尔在《帕斯卡尔思想录》中,提出了一个著名的蕴涵了数学期望思想的对上帝是否存在进行打赌的论述。帕斯卡尔认为,上帝的存在是没有办法理解的,上帝的不存在也是没有办法理解的。“那么,就让我们来考察一下这个论点吧,让我们说:‘上帝存在,或者是不存在。’然而,我们将倾向哪一边呢?……这里进行的是一场赌博,……你要赌什么呢?根据理智,你就既不能得出其一,也不能得出另一;根据理智,你就不能辩护双方中的任何一方。……是的,然而不得不赌。这一点并不是自愿的,你已经上了船。……既然非抉择不可,……让我们权衡一下赌上帝存在这一方面的得失吧。让我们估价这两种情况:假如你赢了,你就赢得了一切;假如你输了,你却一无所失。因此,你就不必迟疑去赌上帝存在吧。”^[3]

从帕斯卡尔与费尔马的探讨中,可以看出他们解决问题的细节虽然有所不同,但是在基本原理上是相同的。他们都是根据等可能性事件思想,在数学上利用排列组合的方法来解决,帕斯卡尔因此被公认为古典概率理论的创始人。

不可否认,帕斯卡尔与费尔马这两位大数学家对德·梅勒问题的探讨,进一步刺激了当时欧洲很多数学家对相似的问题进行研究。荷兰的惠更斯得知他们通信的内容后,经过多年的潜心研究,利用数学期望解决了赌金分配的问题,于1657年发表了《论赌博中的计算》,这可堪称史上第一篇关于概率论的正式著作。按照哈金的说法,如果把惠更斯从他的环境中抽取出来,他似乎是20世纪的人物^{[4]58}。因为惠更斯首先试图将概率公理化为

一门演绎的科学,即“他是第一个尝试作为一个纯粹的推理科学来公理化概率”^{[4]58},设想一个人在不确定的情形下,如何用一个一般性的理论来定量决策以便决定自己的行动。因此,可以说早期概率论的真正创立者是帕斯卡尔、费尔马和惠更斯。

值得一提的是,莱布尼兹当时的想法和他同时代的人也不一样。哈金认为:“莱布尼兹虽然没有对数学概率做出贡献,但是他的概率的概念化(conceptualization)有着持久的影响。……莱布尼兹把数字的概率看作一个根本的认知概念。概率度就是确定度。因此,机会(Chances)学说不是关于赌博构成的物理特性,而是关于对这些构成的我们的知识。”^{[4]89}因此,他认为对机会应该有一种方法去衡量它,他想用特征数字对其进行量化,以便决定它的精确比例,这就需要一种新的逻辑来对概率问题进行处理,“据说,是莱布尼兹首次在这个方向发表了建议”^{[5]1}。不过,他的这种概率逻辑的思想仅仅是一种理论上的设想。

总之,古典概率理论缘于骰子所带来的一系列赌博问题。其实,早在德·梅勒问题之前的15世纪,数学家们就已经对掷骰子这样的偶然事件很感兴趣,开始探讨诸如如何分配赌注之类的问题,“在机遇博弈中,人们痛感到机遇大小的差别存在,而博弈机制的相对简单性又为从数量上进行定义和计算提供了可能”^[6]。虽然,概率论创立于为大家所公认的1654年,它的由来似乎更应该放在人类对偶然事件有了最初的认识之时。在帕斯卡尔时期,人们突然提出了概率的观念,但是,作为对概率问题由来的探讨不仅要查找发生在1660年前后的事情,而且要思考为什么这个基本的概率概念会突然出现。

既然赌博是直接刺激概率理论建立的内在原因,那么可以说在赌博出现的时候,概率的思想就应该存在了,虽然那个时候赌博可能没有和数学相联系。大卫曾推测赌博可能是人类社会的一个最初的发明,人类玩骰子已经有几千年的时间了,希腊历史学家希罗多德的《历史》就记载了早在公元前1500年,古埃及人就曾聚集在一起掷骰子,人类最早使用的骰子是动物的骨关节,例如鹿、马、牛、绵羊和大羚羊的骨头。考古资料显示,在古埃及就已经发现了经过磨光和雕刻的骨头,参照在遗迹处的坟墓里发现的插图和记分牌,可以看出,这实际就是被用来赌博的“骰子”。相似的骨头骰

子出现在苏美尔人和亚述人的驻地,这应该是最古老的骰子,因为到现在为止没有发现在古埃及人、苏美尔人和亚述人之前有赌博物品。虽然也发现了旧石器时代的骨头制品的化石,但是那些骨头制品只能是工具,而不能是赌具,因为它们都很巨大^{[41]-2}。因此,人类概率思想的萌芽可以沿着骰子出现的历史进行追溯,这个历史甚至可以追溯到人类文明的开始,理所当然,古典概率理论创立的源泉也只能是骰子问题。

在考虑了赌博成为概率问题产生的内在原因后,应该看到,一些外在的因素也刺激了人们对概率问题的关注和研究。在帕斯卡尔所处的那个时代,由于经济和社会的迅速发展,在人口统计、人寿保险领域需要整理和研究大量的随机数据资料,这就迫切需要一种专门研究这些数据规律性的数学。突出的事例有1662年英国商人约翰·格朗特出版了《关于死亡表的自然观察与政治观察》一书。他通过大量观察,不仅发现了人口各年龄组的死亡率、性别比例等重要数量规律,而且对人口总数进行了较为科学的估计,这是历史上有资料可查的最早死亡机率统计表。很显然,这些外在因素在一定程度上促进了古典概率理论走向成熟。

在帕斯卡尔之后,对概率研究做出重要贡献的是贝努利。他在前人研究的基础上,继续研究赌博中的问题,在概率论历史上,他第一次明确指出:在一局赌博中反复掷一个骰子,每次重复中所涉及事件的概率不变并且独立。他区分了现在称之为“古典概率”和“统计概率”的这两种情况,前者是基于对称性,即等可能性的考虑进行的概率计算,不需要进行实际的观察。例如,掷一个骰子得到“偶数点”的概率为 $1/2$,这就不用经过多次投掷来观察它的频率,仅仅通过对称性就可以推出,而后的概率则必须经过大量的观察才可以算出。例如“出生男孩”这一事件的概率就必须观察大量新生儿才可得出。而在当有若干种可能性存在,而没有任何证据去支持给予某一特定的可能性以优先的考虑时,他主张给予这些可能性以同等的概率,这一思想在贝叶斯的均匀先验分布和拉普拉斯的不充分理由原则中得到发展。

1713年,在贝努利逝世后的第8年,他的巨著《推测术》出版,这是概率论历史上的一件大事。在书中,他提出并且证明了著名的“大数定律”(Laws of Large Numbers),这是与概率相关的第一个极限定理,使得经验定

律成为了数学的理论,这在研究等可能性事件的古典概率理论中具有极其重要的地位。另一个极限理论是中心极限定理,即对于大数而言,二项式分布近似于正态分布,这是棣莫弗首先发现,并于1733年公布了这一成果。棣莫弗的研究成果也与解决赌博问题相关^{[2]7-8}。

另一个在古典概率理论中占据重要地位的是关于条件概率的理论,这是由英国数学家贝叶斯在《论机会学说中的一个问题》一文中提出的。该文章于1763年由贝叶斯的朋友普赖斯提交《皇家学会哲学学报》发表,此时贝叶斯已经逝世2年多^{[7]188}。为了纪念他,人们称之为贝叶斯定理。因为贝叶斯定理中的验后概率是对验前概率的重新认识,“因此,贝叶斯定理可以这样表达而留在记忆里:后验的支持 $\propto$ 似然 $\times$ 先验的支持”^{[8]191}。这相当于在结果事件已经发生的条件下,求原因事件的条件概率,从这个意义上讲,它是一个“执果索因”的逆概率。此后,经过后人的不断完善,它逐渐发展成为了一整套理论与方法,在许多领域中有着广泛应用,并且在从事概率统计研究的专家和学者中形成了相当有影响的贝叶斯学派。

到了1812年,拉普拉斯在总结前人特别是贝努利、棣莫弗和贝叶斯的成果的基础上,出版了他的历史巨著《分析概率论》。这是一部概率论方面的奠基性著作,这本书总结了16—18世纪中概率理论研究的所有成果,并且有着重大的发展,从此使得概率理论不再是少数人的兴趣研究,而是数学中的一个重要分支,标志着古典概率理论的成熟。古典概率理论时期一般被公认为从1654年到1812年,也就是从帕斯卡尔到拉普拉斯时期。这段时间内不仅出现了概率的明确定义,而且产生了许多对近现代概率问题的研究有重大影响的思想,诸如“无差别原则”。

拉普拉斯是古典概率理论集大成者,他研究概率问题的动力可以归于他受决定论思想的支配,他说:“我们应该把宇宙的现在状态看作它的先前状态的结果,把它现在状态看作后面接着的状态的原因。已知一个瞬间,思想和推理的能力能够把握住所有的驱动宇宙万物的影响力,能够把握住组成它的各个情形的状态——足够大的推理的能力将使得这些数据服从分析——宇宙从最大的物体到最轻的原子都将遵循这个相同的准则;对于宇宙来说,没有什么是不确定的。”^{[2]14}可以看出,他是把牛顿力学体系进一步普遍化,并运用于一切现象,试图要把宇宙中的全部事务都还原到一个

决定论的理论体系中。对他来说,只要有一个初始条件,就可以知道宇宙的过去、现在和未来的一切,这种非凡的计算能力被称之为“拉普拉斯妖”(Laplace's Demon)。因此,很有意思,他的概率理论的本旨竟然是要用数学的工具来表达哲学上的决定论思想。

第一次从一般性的角度给出的概率定义出现在拉普拉斯 1814 年的论文中,文中提到:“机遇理论在于将同一类的所有事件都归结为一定数目的等可能情况(即我们对其存在同样地不能确定的可能情况),并且还在于确定出对欲求其概率的事件有利的情况数目。此数目与所有可能情况数目之比就是对所求概率的测度。也就是说,概率乃是一个分数,其分子是有利情况的数目,分母是所有可能情况的数目。”^{[9][10]}这就是说,在某一条条件下,事件 A 的概率 $=m/n$, n 为所有可能情况的数目, m 则是所有可能情况中对事件有利的情况的数目。这个定义是在这样一个条件下做出的,即将同一类的所有事件都归结为一定数目的等可能情形。在这个定义中,实际上蕴涵了两个前提性的原则:一个是对称性原则,即物理对称蕴涵了概率相等(Physical Symmetry Implies Equal Probability),另一个是确立这种等可能性的无差别原则。这两个原则也造成了古典概率定义的缺陷。凯恩斯正是由于受古典概率的定义影响较深,使得他不能摆脱这两个原则,从而给自己的理论带来了悖论的困扰。

无差别原则也被称为“不充足理由原则”,主要指对于某一个随机事件,如果我们没有足够的理由来说明其中的某些可能情形更有利,那么我们就应该认为各种可能的情形具有同等程度的概念。这一原则在古典概率论中占据了重要的地位,因为古典概率就是在等可能情形的基础上定义的,而这种等可能性就是由这个原则得来的。在拉普拉斯看来,这个原则是非常自然的,因为他是受决定论思想支配的,他的概率思想实际上就是牛顿力学所描绘的情形,所有的事件都受一个自然的法则决定,只是由于我们的无知,使得我们没有办法说明哪种可能的事件更容易发生,所以我们只能求助于无差别原则,给予它们相同的概率数值。但是,我们知道,通过这个原则对事件进行概率赋值,会导致诸如贝特朗悖论那样的问题。(对此原则提出挑战的一个经典的事例是贝特朗悖论问题,即在圆内随机选择一条弦,如果根据无差别原则,并且采用不同的计算方法,会得到弦长大于

内接正三角形的边长的概率分别为 $1/2$ 、 $1/3$ 等等。在这里,我们可以通过一个简单的事例来分析。比如,对于一个坛子模型,假如我们事先并不知道里面究竟有哪几种颜色的球,那么,我们将没有其他的条件对各种颜色的球的概率之和进行限定。这样,当我们采用无差别原则时,我们给予“出现黑球”和“不出现黑球”的概率值都将是 $1/2$,以此类推,给予出现白球等其他颜色的球的概率也将是 $1/2$,因此,当小球的颜色多于 2 种时,得到出现各种颜色的小球的概率之和将大于 $1/2$,这无疑是荒谬的。)无差别原则在归纳逻辑中的作用是十分重要的,不过,有的现代归纳逻辑学派对无差别原则是反对的,主张要么避免使用,要么限定使用的条件和范围,如限定样本点数量是有限的场合。

1.2 概率解释的各种观点

虽然对概率问题的思考应该有着数学和哲学两方面的内容,但是,早期的概率理论家大多是把他们的研究兴趣放在像掷骰子这样的偶然事件上面,探求其中数的规律,这使得关于概率的数学理论在 17 世纪后半期得到了相当程度的发展。这只能表明,此时大多数人注意的焦点在于概率的数学方面,致使关于它的数学方面研究的发展形成了强势。不过,这并不能说,在这个时期没有关于概率的哲学方面的讨论,其实,在这个时期也有不少关于概率的哲学方面的经典论述。洛克在《人类理解论》中就指出我们的知识很狭窄,人类的知识和确信有边界,这样就要考察概然性同意或者信仰的各种等级和根据,因为“概然性可以补助知识底缺乏。……概然性有两种根据,一种是与自己经验的‘相契’,一种是别人经验所给的证据——概然性只可以在我们缺乏知识时,来补充那种缺陷,并且指导我们”^[10]。所以,只能说在古典概率时期,人们对概率问题的哲学探讨与对其数学方面的研究相比显得落后,这种情形已经随着概率的数学理论进一步迅速发展并被运用到科学的各个分支。如今关于概率的哲学思想已经得到极大的发展,积淀了丰富的内容,其中,关于主观主义概率的思想就具有典型的代表性。

在进入下面的论述之前,应该事先交代一下为什么学术界没有把古典

概率理论纳入概率的一种解释。其实,这涉及如何对概率解释进行恰当分类的问题。早期的概率理论家虽然给出了关于概率计算的较为完整的数学理论,但是这并不等于他们已经给出了一个关于概率的清晰合理的解释。因为作为对概念的一个恰当的解释,首当其冲的是要对这个概念的内涵给予清楚的揭示,而在古典概率理论中,概率的含义近乎可能性。考虑到这个仍然模糊不清的可能性主要是针对偶然事件而言的,我们至多只能说古典概率是一个关于经验事件的偶然性解释,而不能把它纳入概率本身的解释中。并且,也不能仅仅从古典概率理论能够满足概率计算这一点,就断言它对概率做出了一个完整的解释。应该知道,这只是一个完整的概率解释必须具有的一个部分,或者说它只是概率解释的一个必要条件。我们已经看到历史上出现的所有关于概率的解释都满足概率计算,也正因为如此,不能用概率解释的必要条件作为判定不同的概率解释的依据。我们需要的准则应该是能用它来清晰地辨别出各种概率解释的不同,从而明晰地将它们区分为不同的种类。这就是说,只有满足这个条件的标准才是恰当的。不过,也不能因此就忽视古典概率理论的重要性,对其中所包含的一些数学和哲学思想的扬弃则是它的后继者用来建立自己理论的一个重要的基础。

1.2.1 概率的两重性(duality)观点

概率自出现就带有本体论性质和认识论性质的两重性。不仅古典概率理论时期的概率理论,而且现代的概率理论对概率的解释都各有侧重和不同,形成诸多概率解释理论。不过,以概率的两重性作为划分准则,大致可归结为概率的客观解释和主观解释。由于解释者的立场和观点以及应用领域的差异,由此产生一系列争论。鉴于概率的两重性,对客观概率和主观概率以及概率适用领域不能绝对地进行非此即彼的主、客分离,对于概率的不同解释理论要慎言虚妄,概率本身就是亦此亦彼的主、客统一体。

概率理论已经渗透到了现代人生活的方方面面,日益成为人类知识中重要的一部分。有意思的是,人类对于概率问题的认识虽然很早,从古埃及的考古资料到希罗多德的《历史》中均可以看到;骰子几乎接近于人类的第一个娱乐性的发明,但是概率的概念直到文艺复兴后才正式登上舞台,

它的出现竟然如此迟缓。

哈金在研究了古典概率论的历史后指出,认为概率的真正出现开始于1654年,帕斯卡尔为解决德·梅勒提出的赌注分配和骰子点数问题而与费尔马的通信中。哈金强调概率带着两重属性,即本体论性质和认识论性质。他在1975年的《概率的出现》中说:“这是值得注意的,即如此突然出现的概率是有双面孔的。一种是统计的,和偶然过程的随机规律有关。另一种是认识论的,用在缺乏统计背景的情形下,对命题估计的合理的相信程度。这个概率的两重性可以通过我们对1650年到1700年的概率历史的研究中得到确认。就是现在,这也是很清楚的。”^{[4]12}这就是说,哈金注意到历史上出现的概率概念是从不同角度的阐明,表明概率有两重性,而且现代的概率研究依然凸显着概率的两重性,即存在两种不同性质的概率:一种是统计的概率,是关于偶然过程的随机定律;另一种是认识论的概率,是在缺乏统计背景的情况下用来估计对命题的合理的相信程度。这就是说,哈金不仅注意到了历史上出现的概率概念是从各自不同的角度阐明的,而且可以把它们归结为两大类。

其实,最早注意到概率有着两重性的不是哈金,在他之前就已经有人捷足先登了。早在1837年泊松就认识到了这点,并且库若和埃利斯也注意到了这个问题。达斯顿在1988年的《启蒙运动中的古典概率》中就声称最早对概率从两个角度进行区分的应该是泊松,并且“在19世纪40年代,当库若和埃利斯根据相对频率对数学概率的基础进行重新评估的时候,库若的说法是:‘存在一个在事情自身之间可以理解的联系’的‘客观可能性’和‘在不同个体之间有变化的与我们的判断或者感情有关’的‘主观概率’之间的区分,已经是关于所有概率理论的解释讨论的起点”^{[2]19}。

按照吉利斯的说法,波普尔开始也是使用了达斯顿的术语,将概率区分为主观和客观两种解释,并且把概率的客观解释看作频率理论。波普尔认为“概率的主观解释理论……把概率度看作一种确定或者不确定、相信或者怀疑的感情的测度。……客观的解释把每个数字的概率命题看作关于一个相对频率的命题”^{[2]19}。但是,波普尔是一个实在论者,他不能容忍主观主义哲学进入物理学领域,为了捍卫科学的客观性,预示知识贫乏的主观主义方法必须抛弃,波普尔转而拒绝主观概率。