



上海出版基金项目

Ioan James
Remarkable Mathematicians
From Euler to von Neumann

数学巨匠

从欧拉到冯·诺伊曼

约安·詹姆斯 著
潘澍原 林开亮 等译

CAMBRIDGE

Philosopher's Stone Series

哲人石
丛书

当代科技名家传记系列



数学家并非因为纯粹数学有用才去研究它；他们研究它是因为能够从中获得乐趣，能够获得乐趣则是因为纯粹数学是美丽的。

——庞加莱



上海科技教育出版社



上海出版基金项目
Shanghai Publishing Funds



Philosopher's Stone Series

当代科技名家传记系列

数学巨匠

从欧拉到冯·诺伊曼

约安·詹姆斯 著

潘澍原 林开亮 等译



上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学巨匠:从欧拉到冯·诺伊曼/(美)约安·詹姆斯著;潘澍原,林开亮等译. —上海:上海科技教育出版社,2016.9

(哲人石丛书)

书名原文:Remarkable Mathematicians

ISBN 978-7-5428-6453-6

I. ①数… II. ①约… ②潘… ③林… III. ①数学家—生平事迹—世界—通俗读物 IV. ① K816.11-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 159673 号

本书是为那些想要对生于18、19世纪和20世纪早期的一些最为重要的数学家的生平故事稍作了解而无意深究的读者写作的。全书10章,每章6节,合而成为60篇传略。通过他们的思想、他们的教学或是其他方式,他们对数学作出了重要贡献。本书的重点主要在于他们各异而多样的生平故事,而非其成就的具体内容。这些传记以数学家们的出生日期为时序排列,这样在顺次阅读时,它们就以人物的形式展现出数学发展历程的某些方面。数学史往往提及数百位在该学科发展过程中发挥过一定作用的人物,而我所遴选的这60位则对描述其发展主线具有充分的代表性。

在撰写本书时,我预想读者会对数学抱有兴趣而未必熟知该学科的历史——我相信这包括许多有教养的公众,而他们恐怕不会认为自己是数学家。我希望本书在高等院校里会成为有用的背景读物,特别是对那些可能没有时间或意愿一究数学历史详情的人们。若能对为数学发展作出贡献的人物有所了解,这一学科就会变得更有趣味。书中只有少量必须的技术细节,欲知其详者则易于他处求得。

我们将会看到,这一时期的数学名家是一个异常多样的人物群体。大多数人的名字——如果不是全部的话——几乎为所有当代数学家所熟悉。每篇传略都配有一幅肖像。清晰展现出来的一点是,并不存在什么作为典型数学家的通性。任何想要寻觅偶像的数学学生都将会在书中发现某些有趣的事例。最后,我试着给出一些一般的结论。我也提供了一些进阶阅读的建议。

我需要向许多帮助过我的人们表达感谢,他们或曾审读本书的部分稿件并提出意见,或曾解答特殊的问题。他们中有阿伯斯(Don Albers)、亚历山德森(Jerry Alexander-son)、巴罗-格林(June Barrow-Green)、卡林格(Ron

2 Calinger)、道克 (Ann Dowker)、福韦尔 (John Fauvel)、格雷 (Jeremy Gray)、弥永昌吉 (S. Iyanaga)、劳里 (John Lowry)、帕歇尔 (Karen Parshall)、斯图尔特 (Rosemary Stewart)、蒂勒 (John Tyrer) 和威尔逊 (Robin Wilson)。我同样应当致谢的是日立基金会 (Hitachi Foundation) 通过国际数学史虚拟研究院 (IVIHSM) 提供的资助。插图与长篇引述的来源已尽可能地在书末给出*。

牛津大学数学研究所

2001年9月

* 关于这些内容, 详见上海科技教育出版社网站。——编者

从1707年欧拉 (Euler) 诞生到1987年柯尔莫戈洛夫 (Kolmogorov) 逝世, 其间跨越了将近三个世纪。然而, 高斯 (Gauss) 降生之际欧拉尤在, 克莱因 (Klein) 初诞之时高斯未艾, 而今世仍有知克莱因者。是故在某种意义上, 我们可借数步重返早先的年代, 那时, 微积分还有几分神秘。17世纪发生了一场宏大的科学革命, 主要与牛顿 (Newton) 的工作相关, 亦有笛卡儿 (Descartes)、莱布尼茨 (Leibniz) 和其他人物的贡献。前半世纪这些伟大的思想者纷涌一时, 后半世纪则光辉略逊而多在巩固, 但在那些主要人物如雅各布·伯努利 (Jakob Bernoulli) 和莫佩尔蒂 (Pierre Maupertuis) 的推动下也有所进展。

中世纪的大学通同之处颇多, 其课程均基于“四艺”和“三艺”。然而, 尽管拉丁文仍保留作学术语言, 宗教改革之后, 这些大学在欧洲的不同区域以不同的方式发展。整个18世纪甚至更晚, 这些大学都基本专注于教育, 特别是职业教育。教授的课程有神学、法律和医学, 但不包含自然科学的任何内容。除了欧几里得《几何原本》(Elements) 的部分内容, 数学在很大程度上被忽视。开展研究的不是那些大学, 而是科学院, 特别是柏林、巴黎和圣彼得堡的科学院。这些科学院属于研究机构, 并处于国家控制之下, 而非诸如伦敦皇家学会那样的独立团体。

在19世纪以前, 刊载新发现以供周知的科学期刊很少, 研究通常以书籍的形式发表。这是专著流行的年代, 牛顿的《自然哲学的数学原理》(Principia) 就是一个著名的例子。而我们将看到, 一流学者之间的通信同样起到了重要

* “四艺”为算术、几何、天文、音乐, 旨在宇宙内在理性之探索; “三艺”为文法、修辞与逻辑, 旨在经典人文表达之养成, 故亦称“三文”。两者合称“自由七艺”, 为欧洲中世纪之教育核心与学术基础。——译者

作用。同时,个人游访迁移规模惊人,在这一过程中传播着新的思想。19世纪法国和德国之间产生了强烈竞争,但这门学科发展始终超越国界——数学家们的“无形学院”总是国际性的。

在本书中,其他语言的表达往往被译为英文,并视情形需要附列原文*。直译有时不能令人满意,比如对法语“système du monde”而言,译为“solar system”似乎较“world system”更合适,而对德语“Geheimrat”来说,译为“Excellency”或“Counsellor”比“Privy Councillor”更妥当。另一些表达似乎保留不译为好,如法语里的“Lycée”和“Grande Ecole”**,以及德语里的“Gymnasium”和“Technische Hochschule”***,因为翻译中语义的一致性无法保证。

知道某个术语的内涵会随着时间和地域发生很大改变非常重要。譬如,在18世纪,“geometer”意即数学家(而非几何学家)。而“professor”一词往往应被理解为讲师(而非教授)——几乎所有的大学职位都是“教授”,如同现今美国那样,通常其薪水欠丰但可以兼职。其他可能难以理解的地方,诸如不同国家教育制度的特点等等,在其首次出现时就予以阐明,看来是最好的做法。

* 中译本视情形需要附列原文。——译者

** “Lycée”是指法国的国立高中,“Grande Ecole”是指法国开展精英式教育的大学。——译者

*** “Gymnasium”是指德国的高级文理中学,“Technische Hochschule”是指德国的工业大学。——译者

序 / 1

前言 / 3

第一章 从欧拉到勒让德 / 1

欧拉(1707—1783) / 1

达朗贝尔(1717—1783) / 8

拉格朗日(1736—1813) / 15

蒙日(1746—1818) / 21

拉普拉斯(1749—1827) / 29

勒让德(1752—1833) / 37

第二章 从傅里叶到柯西 / 42

傅里叶(1768—1830) / 42

热尔曼(1776—1831) / 47

高斯(1777—1855) / 58

泊松(1781—1840) / 69

彭赛列(1788—1867) / 76

柯西(1789—1857) / 81

第三章 从阿贝尔到格拉斯曼 / 90

阿贝尔(1802—1829) / 90

雅可比(1804—1851) / 97

狄利克雷(1805—1859) / 102

哈密顿(1805—1865) / 108

刘维尔(1809—1882) / 115

格拉斯曼(1809—1877) / 122

第四章 从库默尔到凯莱 / 127

库默尔(1810—1893) / 127

伽罗瓦(1811—1832) / 132

西尔维斯特(1814—1897) / 139

- 魏尔斯特拉斯(1815—1897) / 148
- 切比雪夫(1821—1894) / 157
- 凯莱(1821—1895) / 163
- 第五章 从埃尔米特到李 / 171**
- 埃尔米特(1822—1901) / 171
- 克罗内克(1823—1891) / 175
- 黎曼(1826—1866) / 180
- 史密斯(1826—1883) / 187
- 戴德金(1831—1916) / 193
- 李(1842—1899) / 199
- 第六章 从康托尔到希尔伯特 / 206**
- 康托尔(1845—1918) / 206
- 米塔-列夫勒(1846—1927) / 213
- 克莱因(1849—1925) / 218
- 柯瓦列夫斯卡娅(1850—1891) / 228
- 庞加莱(1854—1912) / 235
- 希尔伯特(1862—1943) / 243
- 第七章 从E·H·穆尔到高木贞治 / 255**
- E·H·穆尔(1862—1932) / 255
- 阿达马(1865—1963) / 260
- 豪斯多夫(1868—1942) / 269
- 嘉当(1869—1951) / 277
- 博雷尔(1871—1956) / 281
- 高木贞治(1875—1960) / 290
- 第八章 从哈代到莱夫谢茨 / 297**
- 哈代(1877—1947) / 297
- 维布伦(1880—1960) / 304
- 布劳威尔(1881—1966) / 312

诺特(1882—1935) /	319
R·L·穆尔(1882—1974) /	325
莱夫谢茨(1884—1972) /	332
第九章 从伯克霍夫到亚历山大 /	338
伯克霍夫(1884—1944) /	338
外尔(1885—1955) /	344
波利亚(1887—1985) /	348
拉马努金(1887—1920) /	355
柯朗(1888—1972) /	360
亚历山大(1888—1971) /	369
第十章 从巴拿赫到冯·诺伊曼 /	378
巴拿赫(1892—1945) /	378
维纳(1894—1964) /	385
亚历山德罗夫(1896—1982) /	391
扎里斯基(1899—1986) /	399
柯尔莫戈洛夫(1903—1987) /	405
冯·诺伊曼(1903—1957) /	410
后记 /	417
译后记 /	425

第一章

从欧拉到勒让德

我们要讲述的前6位数学名家生于1707—1752年的46年间,其中4位来自法国,另外2位分别来自意大利与瑞士。

欧拉(1707—1783)

就数学而言,18世纪是欧拉(Leonhard Euler)的年代。但在我们了解他之前,尚有必要对伯努利家族这一显赫之家略言几句。他们原籍安特卫普,16世纪末为躲避西班牙人对新教徒的迫害,离开尼德兰而定居巴塞尔,在那里通过联姻而进入商人阶级。自雅各布和约翰这对兄弟*开始,他们家族的数学名家世代辈出。上述两位因生年较早而未归入本书详述名家之列。约翰那性好争论的儿子丹尼尔(Daniel)

* 雅各布·伯努利(Jakob Bernoulli, 1654—1705)与约翰·伯努利(Johann Bernoulli, 1667—1748)兄弟,17—18世纪瑞士杰出数学家。他们是微积分早期发展的重要推动者和传播者,并对其后变分法的发展有重要的奠基性贡献。雅各布还是概率论的主要创立者,以“伯努利分布”等名世。约翰则更为多产,且在数学教育方面卓有贡献,其研究还广涉物理学、化学和天文学等其他学科。但伯努利兄弟因相互嫉妒多有激烈齟齬之辞,而约翰争强好胜之性尤盛。——译者



正在我们关注的时期之内,不过,一如牛顿(Isaac Newton),他以物理学家而非数学家著称。在数学上,他伯父雅各布和朋友欧拉的灿烂光芒,令他黯然失色。

莱昂哈德·欧拉于1707年4月5日在巴塞尔出生。他的先祖大多是工匠,但其父亲保罗·欧拉(Paul Euler)是新教归正福音会的牧师。保罗·欧拉熟悉伯努利家族,因为他曾与约翰同住在雅各布家中向其学习数学。保罗·欧拉的妻子玛格丽特·布鲁克(Margarete Brucker)也是牧师之女。在儿子降生的次年,他们一家迁至附近的里恩村,父亲保罗在此做牧师。小莱昂哈德与两个妹妹安娜·玛丽亚(Anna Maria)和玛丽亚·玛格达莱纳(Maria Magdalena)一起长大。在家中接受了一些早期教育之后,他被送回城里随外祖母居住,并进入巴塞尔的旧式拉丁学校学习,但那里并不教授数学。1720年欧拉13岁,他被巴塞尔大学的哲学系录取——那时所提供的教育只有普通水准。欧拉完成了所有科目的学业,于1722年15岁时毕业。同年,他竞聘逻辑学教授与法律学教授职位,却未能成功。

第二年,欧拉按父亲的意愿转入神学系,但在神学之外他开始认真研习数学。在其自传小记里,他写道:“不久我得到一个机会,被引荐给著名教授约翰·伯努利。他确实太过忙碌,是故直接拒绝向我私人授课,但他也给予我更有价值的建议——要我自己开始阅读更为艰深的数学书籍,并尽己所能勤加研习。如果我遇到某些障碍或困难,我可以在每周六下午随意地拜访他,而他则亲切地向我解释我所不能理解的每个问题。”约翰·伯努利曾被认为是欧洲的顶尖数学家之一,但他通常的教学内容也不过是初等水平。

1724年,在撰写了比较笛卡儿(Descartes)与牛顿的自然哲学的论文之后,17岁的欧拉获得了他的硕士学位。此时他已经结识了几位伯

努利家族中的年轻成员,包括比他大七岁的约翰之子丹尼尔。约翰自己也越发意识到他的这名学生是一个天才。在他晚年给欧拉写信时,那些称呼显示出他不断增加的敬重:1728年他致信欧拉,将他称作“非常博学与机智的青年”;次年称谓变作“高度知名而博学之士”;后来又作“高度知名且最为睿智的数学家”,之后一直到1745年,则称他为“无与伦比的欧拉,数学家中的王子”。

虽然欧拉是一位虔诚的加尔文宗教徒,但在约翰·伯努利的支持下,他说服父亲让他从事数学而不是任职教会。在接下来的两年里,欧拉一面求职,一面撰写他的第一篇重要研究报告,那是关于声学理论的。他还参加了巴黎的皇家科学研究院(后文通称“巴黎科学院”)主办的关于帆船桅杆定位技术的有奖竞赛,并获得了鼓励奖。

至少到19世纪末,有奖竞赛是科学生活的一个重要特色。它们原本是征求特定问题解答的一种方式。竞赛往往由那些皇家科学院发起——尤其是柏林和巴黎的,尽管它们也为不知名的年轻研究者提供了机遇,但参加的基本上还是那些业已有所成就的学者。以巴黎科学院为例,竞赛奖金被授予那些解决数学和物理科学上特定问题的研究报告。按程序规则,每一个参赛项目必须以一个化名或一个座右铭为代号,并附上一封有着同样代号而内含作者姓名的密封信封,尽管这姓名往往会评委猜出。伯努利家族的人经常在这些竞赛中获胜,特别是丹尼尔。

在约翰·伯努利的支持下,欧拉申请了巴塞尔大学空缺的物理学教授职位,但未获成功,部分原因是他太过年轻。在瑞士谋取教职的前景貌似并不乐观。但不久前丹尼尔·伯努利接受了新近在圣彼得堡创立的俄罗斯帝国科学研究院(后文通称“圣彼得堡科学院”)的一个高级职位邀请。1725年,他和兄长尼古拉*迁至那里,并在两年后安排他

* 即尼古拉·伯努利第二(Nicholaus Bernoulli, 1695—1726),瑞士数学家。他是其父亲约翰·伯努利的重要工作助手,自己在数学上的主要工作则集中于曲线论、微分方程与概率论。1725年他应彼得大帝之邀与胞弟丹尼尔一同前往圣彼得堡科学院任职,但不久即因瘟疫病逝。——译者

的年轻同胞欧拉加入。起初给予欧拉的是科学院医学部的一个低级职位,这意味着他必须花费数月学习解剖学和生理学,但不久他就设法调动到数学部,并成为一名正式职员。欧拉寄宿在丹尼尔·伯努利家中,当他的研究兴趣主要在力学和物理学特别是流体力学上时,还常与丹尼尔一道工作。

欧拉曾学过俄语,很快便安定下来享受这个大城市的社会生活。不幸的是,那位曾努力延续其亡夫——令人敬畏的彼得大帝(Tsar Peter the Great)——革新政策的叶卡捷琳娜一世(Catherine the First),在欧拉抵达时恰巧离世,随后俄国进入了一段政治倒退和封闭排外的时期。当丹尼尔·伯努利在俄国首都度过6年之后回返巴塞尔时,欧拉接替他担任了科学院的首席数学家。同年,感到经济稳固的他,与一位在俄国工作的瑞士艺术家之女凯瑟琳娜·格塞尔(Catharina Gsell)成婚。他们在涅瓦河边的一处舒适寓所安居。

在首次寓居圣彼得堡的14年间,欧拉为俄国的学校撰写初等和高等数学课本,并解决了许多俄国政府向他提出的实际问题。担任数学教授的同时,他还负责地理学部事务,其职责之一是制备一份全国地图。不过,他主要从事的还是数学研究。他在这一时期最知名的工作也许是1736年对柯尼斯堡七桥问题的构思和解决,这标志着今日所知的数学分支“图论”的创始。对于此一问题,欧拉使用了莱布尼茨(Leibniz)的术语“位置分析”*,这或许是他从伯努利家族的某人处闻得的。在这段时间他撰写了一部专著《力学》(*Mechanica*),在其中他展示了数学分析可被系统地应用于牛顿的动力学。事实上,在这一时期他撰写近90篇论作发表,并做了后来被进一步发展的各类重要思想的笔记。他还参与竞争巴黎科学院提供的年度竞赛奖金,并胜出不下12次,这甚至超过了丹尼尔·伯努利的纪录。也正是在此期间,他右眼失

* “位置分析”(analysis situs)一词最先由莱布尼茨使用,初指一类与地形研究相关的几何分析,在欧拉借其概念解决七桥问题后即逐渐发展为拓扑学,以故该词成为后者的旧称,如1895年庞加莱的代数拓扑学专著即以此为名。——译者

明,这可能是由淋巴结核所致。

不幸的是,在尚未成年的沙皇伊万六世(Tsar Ivan the Sixth)之母、摄政王安娜·利奥波多芙娜(The Regent Anna Leopoldovna)去世之后,俄国的气氛再度变得压抑起来。是故,欧拉于1741年接受了普鲁士国王腓特烈大帝(Frederick the Great)的邀请,前往波茨坦的普鲁士皇家科学研究院(后文通称“柏林科学院”),该科学院刚刚在一段时期的衰落后重新组建。由于仍在圣彼得堡科学院支领薪酬,欧拉在其后居留柏林的25年里,一直高效地同时为这两个科学院工作。初到普鲁士,对于王太后的问询,欧拉仅仅给予几个字眼的回复。尽管他反应热诚,王太后仍抱怨他的生怯与矜持:“您为什么不与我多说话呢?”她问道。“太后大人,因为我刚从一个人人都会因说话而被绞死的国度而来。”欧拉一家起先在贝伦街的一间宅舍安顿下来——该处至今留存,其后又获得柏林附近夏洛滕堡的一处居所。

正是在此期间,他完成了他的杰作,即那篇用弗兰卡语*写成的关于变分法的研究报告——《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》(Methodus inveniendi lineas curvas maxime minimive proprietate gaudentes)。1774年该文发表,他因此入选伦敦皇家学会和巴黎科学院,并获得不少其他荣誉。1750年,他猜测了凸多面体的表面数、棱数和顶点数之间的著名公式**,并尝试证明。在大众普及层面,他出版了著名的《致一位德国公主的信》(Lettres à une Princesse d'Allemagne),由为国王的侄女安哈尔特-德绍公主(Princess of Anhalt-Dessau)讲授的科学课程组成。写于1760至1762年间的这234封书信,是18世纪最为成功的科学普及作品之一。除了其表面作用之外,这些信还为我们提供了一位18世纪科学领袖对自然哲学最为详尽与权威的撰述手法。它们由德文被译成多种语言。以上这些不过是他巨量著作的些许代表

* 一种在地中海沿岸地区通用的商贸语言。——译者

** 此即多面体之欧拉公式:多面体表面数(F)减去棱数(E)再加上顶点数(V),恒等于2。——译者

而已。

腓特烈大帝将科学视作国家之仆役。对他而言,科学的重要性在于其推动技术进步的能力。他首先寻求的是强化军队和扩张领地。腓特烈本人没有太多理论科学和数学的知识,故而他以实际上的和军事上的适用性来衡量科学院中科学家们的业绩。然而,尽管国王关于科学的观念片面狭窄,还是有大量的理论科学研究在科学院内得以进行,因为他分派给其成员的实际问题并不耗费太多精力,故有大量的时间留下来做独立自主的工作。“[在研究上]我可以做我想做的”,欧拉告诉一位朋友。“国王称我为他的教授,我想我是这世上最幸福的人了。”不幸的是,这一境况没能持续多久。

起初,该科学院由伟大的法国科学家莫佩尔蒂*主持。他1759年去世之后,欧拉接手了管理事务,但却处于对他不完全信任的国王的直接监督之下。在各种大量的管理职责外,欧拉还被要求承担解决包括财政、弹道、航行、供水等各类实际问题的任务。国王还期望他在诸如购买科学仪器、建造水力磨坊、设计彩票抽奖、改善运河通行乃至筑设一面环绕科学院花园的石墙等事务上提出建议。尽管七年战争期间这位普鲁士君王几乎都不在柏林,但他却对该科学院的管理特别是在职位委任方面兴致浓厚。这最终导致了他与期望有一定程度学术自由的欧拉之间的关系僵化。欧拉日渐失去国王的宠爱,国王往往鄙视欧拉,而称其为“我的库克罗普斯”以暗指其一眼失明**。因此,欧拉在1766年59岁时离开了柏林,回返圣彼得堡,这令国王十分不高兴。

在他再次寓居圣彼得堡直至离世的17年间,俄国正值原本是德国人的叶卡捷琳娜大帝(Empress Catherine the Great)在位。她对欧拉颇为慷慨,甚至将她的一名御厨借与他使用。“我与其他所有有幸曾在

* 莫佩尔蒂(Pierre Maupertuis, 1698—1759),一译莫陪督,18世纪前期法国著名物理学家、数学家、哲学家。物理学著名的“最小作用量原理”即由他最先提出,他还阐述了这一原理在经济、社会乃至宇宙论等方面的意义。——译者

** 库克罗普斯(Cyclops),希腊神话中的一名独眼巨人。——译者

俄罗斯帝国科学院待过的人”，欧拉写道，“都不得不承认我们应将自己的地位和所得的一切归功于我们在那里的优厚条件。”不过，欧拉重返俄国首都之初却连遭厄难。他的居舍被焚毁以致财物多有所失。另外，由于对那只好眼球进行的白内障移除手术失败，他变得近乎全盲。幸好欧拉拥有天赐的惊人记忆力——童年时他就能背诵维吉尔（Virgil）的《埃涅阿斯纪》* 全篇。他心算复杂微积分的能力广为人知，而他的记忆力则无疑帮助他对抗了黑暗，使此后的余生成为其职业生涯中成果最丰的阶段之一。

欧拉的发妻凯瑟琳娜于 1776 年过世。他们的 13 个孩子中，唯有 3 个儿子和 2 个女儿长大成年。欧拉特别宠爱孩子们，他搞数学研究时常把一个孩子放在膝头。1777 年，他再婚了，新娘是凯瑟琳娜的异母姐妹萨洛梅·格塞尔（Salome Abigail Gsell）。1783 年 9 月 18 日，欧拉突然中风辞世，享年 76 岁。当天的早些时候他给一位孙儿上了一堂数学课，还完成了气球上升规律的一些运算，并和他的助手们就新发现的天王星轨道进行了讨论。

欧拉的精力似乎是无穷无尽的。他在纯粹数学上的主要研究领域是微积分、微分方程、曲线和曲面上的解析几何与微分几何、数论、无穷级数，以及变分法。应用数学方面，他创立了分析力学。他撰写了显明晓畅的力学、代数、数学分析、解析几何、微分几何及变分法的教材，这些皆是一个世纪乃至更长时间的典范。他的数学物理研究则建基于丹尼尔·伯努利的工作。例如，在流体力学上他发现了理想流体运动的一些基本的微分方程，而后将它们应用于人体内的血液流动。在热学理论上，他遵从丹尼尔·伯努利，将热看作分子的一种震荡。他是 18 世纪少数几名赞同光的波动说而非与之相对的微粒说的科学家之一。他曾研究声音的传播，并在光的折射和散射方面获得许多结果。

* 《埃涅阿斯纪》（*Aeneid*），古罗马诗人维吉尔所作 12 卷史诗。该诗叙述特洛伊失陷后王子埃涅阿斯流浪冒险的事迹，为早期拉丁文学经典之一。——译者