国外实用金融统计丛书

将数学与实际分析方法进行了完美的结合
使得读者既能了解相关的数学背景
又能直接应用到实际的模型中

市场风险管理的数学基础

Essential Mathematics for Market Risk Management

[英] 西蒙·赫伯特（Simon Hubbert）著
陈昭晶 译

WILEY
机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

国外实用金融统计丛书

市场风险管理的数学基础

Essential Mathematics for Market Risk Management

[英] 西蒙·赫伯特（Simon Hubbert） 著
陈昭晶 译

机 械 工 业 出 版 社

本书为读者介绍了金融风险管理中经常使用的数学工具与技巧，涵盖了风险管理所需要的线性代数与概率论基础、投资组合理论、资本资产定价模型、VaR 理论、时间序列分析、金融衍生品定价的基础理论、最大似然估计法、Delta 方法、假设检验及极值理论等。本书将金融风险理论与严谨的数学推导紧密结合，能够使读者更为详细地对金融风险模型进行了解，不仅适用于金融从业者，而且也适用于研究相关模型的学者。

图书在版编目（CIP）数据

市场风险管理的数学基础/（英）赫伯特（Hubbert, S.）著；陈昭晶译. —北京：机械工业出版社，2015. 10

（国外实用金融统计丛书）

书名原文：Essential mathematics for market risk management

ISBN 978-7-111-51284-4

Ⅰ. ①市…　Ⅱ. ①赫…　②陈…　Ⅲ. ①金融风险-风险管理-数学基础-研究　Ⅳ. ①F830. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 196035 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：汤　嘉　责任编辑：汤　嘉　李　乐　韩效杰
版式设计：霍永明　责任校对：张　征
封面设计：路恩中　责任印制：常天培
北京机工印刷厂印刷（三河市南杨庄国丰装订厂装订）
2016 年 4 月第 1 版第 1 次印刷
169mm × 239mm · 17. 5 印张 · 1 插页 · 360 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-51284-4
定价：49. 00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
服务咨询热线：010 - 88361066	机 工 官 网：www. cmpbook. com
读者购书热线：010 - 68326294	机 工 官 博：weibo. com/cmp1952
010 - 88379203	金 书 网：www. golden-book. com
封面无防伪标均为盗版	教育服务网：www. cmpedu. com

译者序

在美国次贷危机席卷全球金融市场之后，为了正确使用适当的风险管理方法来控制与防范风险，各大金融机构开始更加重视风险管理。对于学者来说，这是开拓新的风险管理方法领域、建立全新风险管理模型的机遇，因此，全面了解这方面的数学基础方法是至关重要的；对于从业人员来说，只有熟知风险管理方法背后的数学基础，才能了解风险管理的本质，在应对具体风险时才能够选择最合适的方法。西蒙·赫伯特的这本《市场风险管理的数学基础》涵盖了风险管理所需的基础数学工具，不仅适用于风险管理的学术研究，而且对于风险管理的从业人员来说也是推荐的必读书目之一。

市面上并不缺少介绍风险管理方法的书籍，但是专门介绍与风险管理相关的数学方法的书却为数不多。从业人员通常更倾向于阅读分析类的书籍，对于数学方法他们通常认为过于抽象而不愿阅读。但是，作者结合他在学术界与银行从业的经历，进而在本书中将数学与实际分析方法进行了完美的结合，使得读者既可以读懂较为基础的数学知识，也能够进一步应用到实际的模型中。

本书的内容结构是非常流畅与清晰的。在第 1 章的导论中，作者阐明了当前风险管理的发展以及面临的各种挑战，希望能够给予读者启发。本书的第 2 ~4 章重点讲解了风险管理所需要的数学基础知识，不过并没有进行非常深入的介绍，可以说，这三章只是在为后文提供一种语言方式，通过线性代数运算、概率论基础以及最优化工具，我们就可以描述并求解具体的风险管理模型。在风险管理中，最基本的方法就是分散投资以分散风险，于是第 5 章与第 6 章介绍了投资组合理论及其推导过程，从理论上阐述应该如何构建最优的投资组合。第 7 章的内容是资本资产定价模型（CAPM），说明如何应用 CAPM 模型来分散风险。第 8 章开始介绍风险因子建模方法以及应用主成分分析法来分析风险的构成。第 9 章与第 10 章正式介绍在险价值的概念及其不同的种类。第 11 章与第 12 章再次回归到数学工具的介绍中，介绍了矩、随机变量以及中心极限定理等高级概率论知识，并给出了一些常用的分布函数，风险管理的建模经常会涉及这些分布函数。第 13 章对金融衍生品的定价作了概论式的介绍，因为金融衍生工具在近些年是非常流行的风险对冲工具，所以对衍生品有一定了解还是非常有必要的。第 14 章主要讲述了非线性在险价值，主要包括非线性模型的一些近似方法，在现实的模型分析中，线性是非常难以做到

的，并且我们求解闭合解也是非常困难的，所以数值近似方法是必不可少的。第15～17章以及第20章简要介绍了一些计量方法，其中包括时间序列方法、最大似然估计法、统计估计中的delta方法与波动性模型，在给定数据的前提下能够应用这些估计方法给出相应的估计量。第18章中的假设检验方法是统计检验的基本方法，也是检验估计结果可靠性的常用方法。第19章带领读者了解金融数据的一些特性，这对金融从业人员来说是非常有必要的，在掌握这些特征之后，读者才能较好地对数据进行解读。第21章的极值理论是风险管理中非常重要的理论，因为金融行业非常看重极端风险所带来的损失与收益，尤其是大额的损失。第22章介绍了数值模拟方法，可以根据数据和给定的假设对数据的发展进行模拟，以给出一定的启发。第23章给出了风险管理中其他在险价值方法，第24章的后验测试可以对前面的风险管理模型的表现进行评价。

本书历经8个月的翻译工作，终于完成了翻译的初稿。在这一过程中，译者力求保持原书流畅的逻辑结构与通俗易懂性。一些术语上的翻译可能会与读者之前所接触的有所差异，虽然与同事进行了反复讨论和校对，但可能还是会存在一些错误。

在此，我要特别感谢姚泽宇、张韶英等人为翻译工作所作出的贡献，他们为本书的翻译提供了大量的宝贵意见与支持！同时，希望读者能够给予一些宝贵的修改建议，以便为更多的读者提供更舒适的阅读体验。

译者
陈昭晶

前言

本书旨在为读者介绍金融风险管理中经常使用的基础数学工具与技巧，例如，对于精于计算、渴望探索金融风险管理背后的科学本质并希望建立易于理解的知识体系且较为独立的研究生来说，这本书将会非常具有吸引力。另外，如果你是一位市场从业人员且有兴趣更深入地了解一些支撑目前最常用的数量方法（黑盒）的数学理论，那么这本书也不会让您失望。

目前现有的关于金融风险管理的书籍大致可以分为两类：一类为囊括众多话题但对于其中的数学理念解析不够深入的书（如 Hull（2007），Dowd（2002）和 Jorion（2006）出版的书），而另一类则包含太多过于严谨的数学推导而远远超出入门水平（如 McNeil，Frey 和 Embrechts（2005）与 Moix（2001）出版的书）。基于此种情形，我为中级水平的读者编写了这本书。本书从简单易懂而又覆盖全面的数学角度来阐释众多精心挑选的主题，这些主题对于经验丰富的风险管理者而言可能会常常遇到。为突出重点，本书完全专注于市场风险管理的数学方法。目前已经有众多关于信用风险管理科学的优秀文献，如 Bielecki，Rutkowski（2010）与 Schönbucher（2003）等人的成果就是很好的例证。正如本书的标题一样，它将紧紧围绕这一主题的数学方法进行阐述。因此，本书的编写理念就是让每一个即将开始一段光辉的风险管理生涯或是希望在这个领域更进一步学习的读者能够学习到必要的科学背景知识。尤其值得一提的是，我希望这本书可以与以下三本极为优秀的书籍相得益彰，它们的作者分别是 Alexander，Alexander 与 Christoffersen，这三本书的重点都在于具体案例以及方法的应用。

这本书是在我于伦敦大学伯贝克学院教授的两门日常课程的基础上发展而来的。这两门课程都是广义金融工程专业的一部分，一门是针对本科，另一门则是针对研究生。其中，伯贝克学院的本科课程的教授对象为熟悉基础微积分、线性代数和概率论的学生，同时也是对技术要求更高的研究生课程的先修课。沿着这条路学习的学生表现非常优异，鉴于此，这本书可以作为初级概论性教材（来自本科课程）和高级主题（来自硕士课程）的代表。市场风险管理这个领域非常广阔，其中的一些分支学科（如波动性模型、仿真技术、极值理论等）都可以用一整本书来阐述，所以在此说明，这本书并没有对该领域的研究前沿进行非常详尽的介绍。不过，我希望本书可以启发读者未来对这些主题进行更加深入的探究。

在此，我要感谢使这本书能够成功面市的人们，感谢来自伦敦大学伯贝克学院的我的两位同事——Brad Baxter 和 Raymond Brummelhuis，对我的支持与鼓励。同时也要感谢我曾经的一些学生，感谢他们对本书内容与结构安排方面一些有价值的反馈。特别要感谢 Mafalda Alabort Jordon 为本书第 19 章呈现的图表所作出的贡献。

目 录

1 导 论

在日常生活中，虽然不能避免风险的存在，但我们可以试图降低风险的潜在影响。总体而言，我们风险管理做得还不错：骑自行车时我们会戴上头盔，驾驶汽车时我们会系上安全带，接触腐蚀性物品时我们会戴上手套等。在金融投资的世界中，一个被广为认同的观点是我们所承担的风险越大，我们所获得的收益就会越高，但我们损失的可能性也会更大，这一点也尤为重要。金融风险管理者的任务就是去发觉风险的存在，去理解这些风险对于有潜力的投资会产生怎样的破坏作用，最重要的是，能够减少风险敞口以避免可能发生的危机。本书的目的是为管理和控制金融市场中的固有风险提供数学工具。我们遵循两个基本原则：第一，我们竭力保证，就平均而言，一项金融投资会在可以容忍的风险额度之下提供一个健康的回报率；第二，我们应该时刻警惕能够引发灾难性损失的罕见市场事件并为之做好准备。本章旨在阐明风险管理的基本问题以及一个风险管理者可能面临的典型挑战，为日后数学之旅的起航照亮了前进的方向。

1.1 风险管理的基本挑战

在正式的讨论开始之前，首先考虑一个看似很简单的问题。假设我们目前手上持有\$$W$ 的财富，于是我们决定在今天，即时间 t 将这笔财富投资于单一金融资产，投资期为未来的 τ 天。这项资产现在的价值是已知的，记为$S(t)$，但其未来的价值 $S(t+\tau)$是不确定的。我们认为这项资产是一个普通的市场产品，例如股票的份额、外汇、债券或是其他大宗商品。在这种情况下，有两种可行的策略：

（1）持有策略

如果我们认为该资产的价格会上涨，那么我们就可以今天将其买入，在未来以更高的价格卖出（希望如此），这样我们就可以获得收益。

（2）卖空策略

如果我们认为该资产的价格会下跌，那么我们可以通过卖空策略而从中获利。这种策略概括于表 1-1。

表 1-1

时间 t	时间 $t+\tau$
现在借入该资产并立刻卖出，可获得 $S(t)$	以 $S(t+\tau)$ 的价格买入资产，偿还债权人

如果资产价格如我们所预想的一样下跌（即 $S(t+\tau)<S(t)$），那么我们将会获利。

这两种策略的风险是迥然不同的。资产价格不可能为负值，但是从理论上讲，其价格上涨是没有上界的。对于持有策略来说，这意味着损失有限但是却可能会有无限的盈利；然而对于卖空策略，情况则截然相反，存在着无限大的潜在损失。从这一点来看，在实际操作过程中，纯卖空策略通常就会受到特定的约束与管制。

现在我们假设将手中的\$$W$ 财富投资于 n 项风险资产，记为 $\{S_1, \cdots, S_n\}$，我们的投资策略为仅投资财富的一部分 w_i 于资产 S_i，$i=1, \cdots, n$。这里假设市场允许卖空，因此一些 w_i 可能会存在负值。这种情况将会引入另外一个问题：

资产组合问题

我们将如何选择最优的投资权重 $\{w_1, \cdots, w_n\}$ 以使得总投资在风险最小的情况下获得较高的回报？

在数学领域中，我们可以时不时发现有些看起来很复杂的问题却恰恰有最优雅且最令人满意的结果，上述的资产组合问题就是一个例子，并且为我们以后风险管理的数学旅程提供了一个完美的开端。这个问题本身在 20 世纪 50 年代早期由哈里·马科维茨（Harry Markowitz（1952））在其博士论文的研究中得到了解决，马科维茨著名的解法思路如下：

1）对资产组合的随机回报率 r_p 建立方程，其中 r_p 为组合权重 $\{w_1, \cdots, w_n\}$ 的函数。

2）运用概率知识得到 r_p 的期望回报率 μ_p（对潜在回报的度量）与波动率 σ_p（对风险的度量）。

3）进而在确保风险尽可能小的条件下，寻找能够产生令人满意的期望回报率的权重 $w_1^*, \cdots, w_n^*$。

解决上述问题所需要的数学工具将会在第 2 章至第 4 章详述，其完整解法讲解在第 5 章，这将会是我们旅程中第一个主要景点。

在马科维茨的投资组合理论出现之前，大多数投资决策都是基于投资者直觉或是一些再简单不过的建议，如“不要把鸡蛋放在一个篮子里”等，在量化分析上的涉猎甚浅。马科维茨为投资理论奠定了科学基础，在第 6 章我们还会发现其先驱研究的一些有趣结果。这些研究发现接下来激发了其他很多学者的灵感，他们对资产价值与其风险感知之间的关系进行了更深入的探究。这是一个非常棘手的问题，并且由于资产价格并不总是依照投资者的预期变化的，这就更增加了问题的难度。我们发现资产价格之间具有相关关系，某资产强烈的价格波动将会影响另一资产的

价格变化，反之亦然，我们称这两个资产之间存在相关性，这使得我们不得不考虑以下问题。

建模挑战

如何对风险资产价格随时间的变化进行精确建模?

相关性挑战

如何对多个风险资产之间的相关性进行精确建模?

在20世纪60年代早期，马科维茨鼓励一位名为威廉姆·夏普的博士研究生对这些问题进行研究。为解决这个问题，夏普假设市场中所有的投资者都利用马科维茨权重来构建投资组合，在此假设下，夏普建立了著名的资本资产定价模型（CAPM）。本书第7章将详细阐述该模型的数学推导，我们也会展现模型的一些实际应用和结果，包括下面提到的这一有趣的发现：

资产价格通过其对单一风险因素的反应而与其他资产价格相互关联。(1.1)

这一新发现告诉我们，在马科维茨假设的市场中有一单一已知风险因素可以被看作是推动所有风险资产的价格波动与联动的主要动力。这是一个惊人的结论，不容置疑它在金融经济学家之间引发了很大的争论。事实上，多年以来已经有众多实证研究来验证CAPM的有效性以及其所基于的假设条件。

在20世纪70年代，金融风险模型的发展又勇敢地向前迈了一步。具体来说，受到CAPM的启发，考虑下面更为一般的情形：

资产价格通过其对多个风险因素的反应而与其他资产价格相互关联。(1.2)

对应上面的假设，学者们提出了一类更为一般的风险模型，即线性因素模型。在本书第8章将会更为细致地讨论这个广为流行的方法。线性因素模型最具吸引力的特点是在驱动因子的选择与构成上有很大的灵活性，这种灵活性使得在实际风险管理中会出现以下问题：

因素选择的挑战

如何选择驱动风险因素的数量与特征?

本书第8章将会介绍主成分分析法，这是多元统计学中常用的降低维数的工具，我们将会阐述如何运用主成分分析法来有效科学地解决上面的因素选择问题。

1.2 在险价值

在20世纪80年代后期，拥有复杂风险头寸的基金经理和交易者越来越多地关注一种所谓“衍生品”的新兴金融工具来作为降低风险的手段。金融衍生品，顾名思义，就是从一些我们已经熟知的普通资产（如股票、大宗商品、外汇与债券）衍生出来的产品。当使用方法正确时，衍生品可以帮助持有者抵御风险，因此衍生品可以看作是一种保险政策。然而，随着衍生品的使用日益普及，人们也逐渐意识到这些产品的滥用会带来毁灭性的后果。事实的确如此，贯穿20世纪90年代中

期，一系列与衍生品相关的灾难最终导致了时代亟须的银行业监管剧变。金融机构面临新型的且更加严格的控制，于是整个行业都不得不重新思考风险管理的策略。目前，所有的金融机构都拥有由应用型科学家组成的研究小组，他们会应用复杂的数学与统计方法来量化和控制风险敞口。风险管理的革命是在20世纪90年代早期开始的，当时著名的巴塞尔委员会（关于银行监管）正开展协商程序，从本质上来说开始着手强调以下重要问题。

免遭巨额损失

投资银行如何度量它们对基本金融资产不利以及不可预期的运动的风险暴露？

它们如何应用这种度量方式来决定其资本充足率的要求？

为了解决这个问题，巴塞尔委员会提议每个投资银行应该将其市场头寸分为两个账户：交易账户和银行账户。交易账户，顾名思义，包含用于部分积极日常交易策略的所有产品（例如投资组合和金融衍生工具就属于交易账户）。相比之下，银行账户中包括持有时间较长的头寸，例如长期债券。

巴塞尔委员会将关注重点转移至交易账户并研究其风险的量化方式。交易账户中每一种产品的价值中都包含有一部分是市场能够察觉的价格（假设流动性充足的前提下）。但是这些产品的未来价格却是未知的，因此，即使我们知道交易账户在今天的价值，其在明天或是未来任意时间的价值还是未知的。当市场行情较稳定时，人们会预计交易资产组合会带来日收益或至少是可以管理的轻微损失。然而，我们不能掌控市场行情，并且历史告诉我们，有时我们会预料到一场金融风暴的到来，在这场风暴中市场的剧烈波动会使得金融产品的价值大大损失。从上述观点出发，人们就会很自然地提出以下问题：

每100天中的99天里交易账户可能遭遇的最大损失是多少？

这个问题的答案就是99%置信水平下的交易账户在险价值（Value at Risk，VaR）；当然，对于其他置信水平，我们也可以提出同样的问题，例如95%置信水平，表示100天中的95天里可能遭遇的最大损失值。对于金融从业者来说，度量投资组合VaR值是很常用的，它表示了一种货币的潜在损失，并且从这个方面来看，这种度量方式既比较准确，易于操作又很容易理解。在1996年，巴塞尔委员会提议各银行将VaR作为其交易账户对市场风险暴露的度量方式，进而表现出该委员会对于VaR概念的认可。基于以下两个原因，巴塞尔委员会的最终报告被认为是具有开拓性的：

1）该报告认可各家投资银行运用自己内部的模型来计算VaR的估计值。

2）该报告为各家投资银行提供了统一的用于计算银行自身资本充足率要求的公式，且该公式是基于各家银行自行估计的VaR值的。

在险价值被广泛公认为是新兴风险管理改革中的重要里程碑之一。但VaR简单的概念掩盖了其度量方式的复杂性。例如，在单一计算方法出现之前，我们必须确保拥有所有相关的金融数据，包括历史数据和实时数据。因此，一家典型的金融