

在线交流，有问有答

(详见封底勒口)



书中所有程序的源代码可通过扫描此二维码免费下载。



MATLAB®&Simulink®  
工程师系列丛书

# MATLAB数字信号处理 85个实用案例精讲——入门到进阶

宋知用 编著



北京航空航天大学出版社  
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

MATLAB®  
*examples*

MATLAB® & Simulink® 工程师系列丛书

# MATLAB 数字信号处理 85 个实用案例精讲——入门到进阶

宋知用 编著



本书程序源代码下载

北京航空航天大学出版社

## 内 容 简 介

本书内容分为三部分。第一部分是介绍数字信号处理中的 Z 变换、离散傅里叶变换 DFT 和快速傅里叶变换 FFT 以及数字滤波器,这是数字信号处理的基础,也是初学者问题最多的部分。在该部分中对于常出现的问题都列举案例说明错误发生的原因和解决的方法。第二部分介绍数字信号处理中常用的一些方法,例如包络、平滑、极值等,又给出对 DFT 延伸中的一些方法和应用,并给出 FFT 的内插谐波参数的估算等。第三部分介绍了功率谱的估算,给出了非参数法和参数法的功率谱估算。各章都结合内容给出相应的案例进行说明。

本书特点是主要通过案例说明在数字信号处理基础部分编程中常出现的错误和解决方法。本书适用于数字信号处理的初学者,亦可供高年级本科生、研究生和科研工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 数字信号处理 85 个实用案例精讲:入门到进阶 / 宋知用编著. -- 北京:北京航空航天大学出版社, 2016.9

ISBN 978-7-5124-2266-7

I. ①M… II. ①宋… III. ①Matlab 软件—应用—数字信号处理 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 234096 号

版权所有,侵权必究。

## MATLAB 数字信号处理 85 个实用案例精讲——入门到进阶

宋知用 编著

责任编辑 冯颖

\*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:goodtextbook@126.com 邮购电话:(010)82316936

北京兴华昌盛印刷有限公司印装 各地书店经销

\*

开本:787×1092 1/16 印张:31 字数:794 千字

2016 年 11 月第 1 版 2016 年 11 月第 1 次印刷 印数:4 000 册

ISBN 978-7-5124-2266-7 定价:59.90 元

# 序 言

信号处理是信息科学最基础的一门学科,它是所有应用信息处理计算专业的必修课,该课程的特点是有大量的计算训练。MATLAB是由 MathWorks 公司于 1967 年推出的高效率科学与工程计算的高级语言,因其易于学习和使用,目前已经成为世界科技工作者广泛采用的一种语言开发系统。为帮助科技人员更有效地使用 MATLAB 进行信号处理,已经有很多书籍介绍其在各个领域的应用。但是,能同时满足初学者和高级人员的具有聚宝盆式功能的信号处理程序开发经验汇总需求的书籍,却为数不多。本书正是为满足这类需求而撰写的,它以案例的形式,对信号处理实际应用过程中出现过的各类问题进行分析总结,并给出了实用的解决方法。

在简要讲述数字信号处理理论的基础上,本书详细给出了 85 个实用信号处理案例及其解决方法。案例涵盖了 MATLAB 函数调用的参数选择、计算误差引入的原因和纠正、相同问题采用不同方法时结果的比较、可能最优方法的选择等问题,读者可以在自己进行程序设计和开发时,将这些案例作为参考,遇到问题时快速找到相应的解决方法,这正是本书的实际应用价值。

本书能够提供如此广泛的案例分析,正是基于作者宋知用老师独有的、深厚的数字信号处理知识背景和退休后十余年积极参与 MATLAB 中文论坛工作并解答网友大量问题帖子的经验积累。宋老师从 20 世纪 70 年代起就在计算机上进行数字信号处理程序的应用开发,使用数字信号处理的技术解决声学信号处理的科学工作,真是当时的佼佼者。之后,他又加入了科理高公司,长期从事信号处理的应用工作。最近十余年来,他在 MATLAB 中文论坛上回答并解决了各类问题共 3 000 余个,书中的 85 个案例就是从这些问题中提炼出来的。本书的宝贵之处也正在于此,所以也可以说,此书是师生长期合作的成果。

预祝此书成功出版并为读者喜爱,愿读者能从中获取有用的知识和帮助,也祝作者宋知用老师在推广 MATLAB 数字信号处理应用中做出更大的贡献!

袁保宗  
北京交通大学  
2016 年 4 月



### 程序源代码下载说明

二维码使用提示:手机安装有“百度云”App的用户可以扫描并保存到云盘中;未安装“百度云”App的用户建议使用QQ浏览器直接下载文件;ios系统的手机在扫描前需要打开QQ浏览器,单击“设置”,将“浏览器UA标识”一栏更改为Android;Android等其他系统手机可直接扫描、下载。

配套资料下载或与本书相关的其他问题,请咨询北京航空航天大学出版社理工图书分社,电话:(010)82317036,(010)82317037。

# 前 言

在书店和图书馆里,关于数字信号处理的书籍很多, MATLAB 和数字信号处理应用方面的书籍也有很多种了,那为什么我还要写一本有关 MATLAB 在数字信号处理应用方面的书籍呢?

我自本世纪初退休以后总想着还可以做些什么,希望还能发挥余热。因为对数字信号处理和应用一直有着浓厚的兴趣,正好那时有位朋友介绍我到论坛上帮助网友解答相关的问题,从此就走上了这样一条“不归路”。这十几年来我一直在几个论坛社区中参与解答各类有关数字信号处理的问题,其中在 MATLAB 中文论坛社区中待的时间最长。

我在这十多年间解答了数千个问题。在解答问题的过程中,我发现大多都是基础性的问题或与数字信号处理的内容有关,或与 MATLAB 的使用有关,或二者兼有。同学们往往是已经学习了数字信号处理这门课,也学习了 MATLAB 编程的课,但在理解和认识上还不到位,所以遇到实战编程时就会犯这样或那样的错误;而目前已出版的书籍中鲜有对这些问题或错误的处理方法,所以同学们面对出现的错误往往不知所措。MATLAB 中文论坛(或其他论坛)正是提供了这样一个平台,同学们可以把问题贴在论坛上,由版主或热心人士来帮忙解决问题。

由于许多具体问题的解决方法在以往出版的书籍中少有涉及,所以我把这十多年来解答的问题总结成一些案例,整理出版。本书不是纯粹地介绍数字信号处理,也不是纯粹地介绍 MATLAB,而是针对初学者在使用 MATLAB 编写信号处理程序时常犯的错误提出解决方法,内容既涉及数字信号处理,也涉及 MATLAB 编程。

虽然国内外科学编程的语言有许多种,但在国内还是以 MATLAB 为主,许多大专院校也都开设学习 MATLAB 语言的课程。它的主要特点除了编程简单外,还可以应用于各个学科中,不仅用于自然科学,还能应用于人文科学;同时它还有功能强大的工具箱(由全世界的精英为工具箱做贡献)。一些基础性的处理程序都已包含在工具箱中,不需要用户去从事这方面的开发工作,这样就省去了大量的重复性工作。对于用户来说,只需考虑怎么利用工具箱来实现自己的想法和算法。MATLAB 是一种方便、实用、高效的计算机语言。近几年来又支持代码转换,可自动生成可读、可运行、可移植的 C/C++ 代码,这样方便用户在 MATLAB 平台上建模仿真,然后移植到硬件中去实现。

本书的内容安排如下。

第 1 章讲述  $Z$  变换和离散傅里叶变换,给出  $Z$  变换的定义和基本性质,它是离散时间信号与系统分析和处理的主要理论工具。另外还介绍了离散傅里叶变换的导出及基本性质。

第 2 章介绍快速傅里叶变换,包括按时间抽选的基 2 的 FFT 算法和按频率抽选的基 2 的 FFT 算法。另外还介绍了谱分析和窗函数,给出了谱分析的基本方法。

第 3 章介绍数字滤波器的设计,讲述了无限长单位脉冲响应(IIR)数字滤波器的设计方法(包括脉冲响应不变法、双线性变换法及原型变换)和有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计方法(包括窗函数法、频率采样设计法和最优等波纹法等),并介绍了利用 Fdatool 及 Fdesign+design 函数设计数字滤波器的方法。



第 4 章介绍信号处理中一些实用的方法,包括消除趋势项、极大点和极小点的寻找、包络提取、数据平滑、寻找特殊区间和数据延拓等。

第 5 章介绍 DFT 的拓展,包括短时傅里叶变换(STFT)、细化傅里叶变换(ZoomFFT)、线性调频 Z 变换(CZT)和 Goertzel 算法。

第 6 章介绍 FFT 的内插,以狄里克莱核与窗函数为基础,介绍了比值校正法、能量重心校正法、相位差校正法和全相位校正技术。

第 7 章为谐波分析,介绍了单峰谱线插入、双峰谱线插入和 Prony 方法。

第 8 章为功率谱的估算,介绍了非参数法的功率谱估算(包含相关图法、周期图法和改进周期图法)、参数法的功率谱估算(包含最大熵谱法、自相关法、协方差法、Burg 算法估计法和改进协方差法等),讲述了通用的功率谱估算 spectrum 和 psd 函数,最后介绍了传递函数和相干函数的估算方法。

本书中经常会调用某些不是 MATLAB 自带的函数,但它们已被集中在 basic\_tbx 工具箱中。在运行本书的程序前,建议读者把该工具箱设置在工作路径下(用 set path 设置)。本书的所有函数和程序都已在 MATLAB R2009a 上调试通过。

在本书的写作过程中,作者得到了北京航空航天大学出版社的陈守平编辑以及 MATLAB 中文论坛的支持与鼓励,在此向他们表示最真诚的谢意!此外,还要感谢我的家人,她们的默默支持和付出,使我能顺利完成本书的写作,在此向我的家人表示最衷心的感谢!

本书为读者免费提供程序源代码,以二维码的形式印在扉页及序言后,请扫描二维码下载。读者也可以通过网址 <http://pan.baidu.com/s/1jI9D3ls> 从“百度云”下载全部资料。同时,北京航空航天大学出版社联合 MATLAB 中文论坛为本书设立了在线交流平台,网址:<http://www.ilovematlab.cn/forum-259-1.html>。我们希望借助这个平台实现与广大读者面对面交流,解决大家在阅读本书过程中遇到的问题,分享彼此的学习经验,从而达到共同进步的目的。

由于编写时间仓促,加之作者学识所限,书中如有错误或疏漏之处,恳请广大读者和各位专家批评指正。本书勘误网址:<http://www.ilovematlab.cn/thread-481275-1-1.html>。

作者

2016 年 5 月

# 目 录

第 1 章 Z 变换和离散傅里叶变换	1
1.1 Z 变换	1
1.1.1 Z 变换的表示式	1
1.1.2 Z 变换的收敛域	3
1.1.3 基本 Z 变换对	4
1.1.4 线性系统的 Z 变换	5
1.1.5 Z 变换特性	5
1.1.6 Z 逆变换	6
1.2 DFT 的由来	9
1.3 DFT 的性质	13
参考文献	15
第 2 章 快速傅里叶变换和频谱分析	16
2.1 快速傅里叶变换(FFT)	16
2.1.1 基 2 时间抽取 FFT 算法	17
2.1.2 基 2 频率抽取 FFT 算法	19
2.1.3 快速傅里叶逆变换(IFFT)算法	22
2.1.4 案例 2.1:快速傅里叶变换的 MATLAB 函数	22
2.1.5 案例 2.2:如何经 IFFT 后得到实数序列	26
2.1.6 案例 2.3:如何使实数序列在时间域上位移后也为实数序列	31
2.2 离散信号的谱分析	38
2.2.1 案例 2.4:频谱图中频率刻度(横坐标)的设置	39
2.2.2 案例 2.5:如何计算正弦信号的幅值和初始相角	42
2.2.3 案例 2.6:怎样认识一个单频的正弦信号的相位谱	45
2.2.4 案例 2.7:为什么 FFT 后得到的频谱大部分都为 0	48
2.2.5 案例 2.8:如何把频谱图的纵坐标设置为分贝刻度	50
2.2.6 频谱分析过程中的混叠现象、栅栏现象和泄漏现象	53
2.2.7 案例 2.9:同样经矩形窗截断,为什么有的发生泄漏而有的没有发生泄漏	56
2.2.8 窗函数	58
2.2.9 案例 2.10:加窗函数后频谱幅值变了,如何修正	61
2.2.10 分辨率	63
2.2.11 案例 2.11:如何选择采样频率和信号长度	65
2.2.12 案例 2.12:FFT 中的补零问题	67
2.2.13 快速卷积和快速相关	73
2.2.14 案例 2.13:能否用循环相关计算延迟量	79



参考文献 .....	84
<b>第 3 章 数字滤波器的设计</b> .....	<b>85</b>
3.1 数字滤波器基础 .....	85
3.1.1 数字滤波器的传递函数 .....	85
3.1.2 数字滤波器的频率响应分析 .....	87
3.1.3 数字滤波器的分类 .....	88
3.1.4 数字滤波器的构成 .....	90
3.2 典型模拟低通滤波器 .....	93
3.2.1 巴特沃斯模拟低通滤波器 .....	93
3.2.2 切比雪夫 I 型和 II 型模拟低通滤波器 .....	94
3.2.3 椭圆型模拟低通滤波器 .....	96
3.2.4 模拟原型低通滤波器的频率变换 .....	97
3.2.5 模拟滤波器设计的 MATLAB 函数 .....	97
3.2.6 案例 3.1: 巴特沃斯、切比雪夫 I 型、切比雪夫 II 型和椭圆型滤波器的相同和不同之处 .....	102
3.2.7 案例 3.2: 设计模拟滤波器的几种编程方法的相同和不同之处 .....	104
3.2.8 案例 3.3: 在频带变换的模拟滤波器设计中, 怎样计算 $W_n$ 和 $B_s$ .....	105
3.3 利用脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器 .....	107
3.3.1 脉冲响应不变法变换原理 .....	107
3.3.2 模拟滤波器的数字化方法 .....	108
3.3.3 混叠失真 .....	109
3.3.4 用脉冲响应不变法设计数字滤波器的优缺点 .....	110
3.4 利用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器 .....	111
3.4.1 双线性变换法的变换原理 .....	111
3.4.2 双线性变换法的优缺点 .....	113
3.4.3 利用双线性变换法设计数字滤波器的步骤 .....	114
3.5 陷波器与全通滤波器 .....	115
3.5.1 陷波器 .....	115
3.5.2 全通滤波器 .....	116
3.6 IIR 数字滤波器设计的 MATLAB 函数 .....	118
3.7 IIR 滤波器设计的案例 .....	123
3.7.1 案例 3.4: 用留数求得脉冲不变法数字滤波器与调用 <code>impinvar</code> 函数得到的是否一样 .....	123
3.7.2 案例 3.5: 在调用 <code>bilinear</code> 函数时为何有的 $F_s$ 处用实际频率值, 有的却用 $F_s=1$ .....	125
3.7.3 案例 3.6: 为什么不能用 <code>impinvar</code> 函数 .....	128
3.7.4 案例 3.7: 为什么滤波器的输出会溢出或没有数值 .....	131
3.7.5 案例 3.8: 用 <code>bilinear</code> 函数时, 如果 $W_p$ 和 $W_s$ 都没有先做预畸会有什么结果 .....	137
3.7.6 案例 3.9: 如何把任意 S 系统转换为 Z 系统 .....	138
3.7.7 案例 3.10: 把滤波器的滤波过程用差分方程的运算来完成 .....	142
3.7.8 案例 3.11: 滤波函数 <code>filter</code> 的调用格式为 <code>[y,zf]=filter(b,a,x,zf)</code> , 其中的 $z_i$ 和 $z_f$ 有何作用 .....	148

若您对此书内容有任何疑问, 可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

3.7.9	案例 3.12:如何使用数字陷波器滤除工频信号	151
3.7.10	案例 3.13:如何设计数字全通滤波器对 IIR 滤波器进行相位补偿	153
3.7.11	案例 3.14:为什么零相位滤波在起始和结束两端都受瞬态效应的影响	154
3.8	线性相位与 FIR 系统的相位特性	158
3.9	FIR 型数字滤波器的窗函数设计法	161
3.9.1	理想数字滤波器的单位脉冲响应	162
3.9.2	FIR 型数字滤波器的矩形窗设计法	162
3.9.3	窗函数设计法	165
3.10	FIR 型数字滤波器的频率采样设计法	167
3.10.1	预期频率特性的设置方法	167
3.10.2	频率采样法的设计过程	167
3.10.3	频率采样法的改进	168
3.11	最优等波纹 FIR 滤波器的设计	169
3.11.1	最小最大化问题的设计	170
3.11.2	对极值数目的限制	171
3.11.3	Parks-McClellan 算法	172
3.12	FIR 滤波器设计中的 MATLAB 函数	172
3.13	FIR 滤波器设计的案例	176
3.13.1	案例 3.15:在窗函数法设计 FIR 中如何选择窗函数和阶数 $N$	176
3.13.2	案例 3.16:用 ideal_lp 函数和 fir1 函数设计的滤波器是否相同	178
3.13.3	案例 3.17:用凯泽窗设计 FIR 滤波器的优点	181
3.13.4	案例 3.18:为什么 FIR 滤波器不适用于设计数字陷波器	183
3.13.5	案例 3.19:通过 FIR 滤波器的输出,延迟量如何校正	185
3.13.6	案例 3.20:通过 fir2 函数设计任何响应的 FIR 滤波器	188
3.13.7	案例 3.21:通过 firpm 函数设计的 FIR 滤波器为什么达不到指标要求	190
3.13.8	案例 3.22:如何设计多频带的 FIR 滤波器	194
3.13.9	案例 3.23:如何用 FIR 滤波器设计数字微分器	197
3.13.10	案例 3.24:如何用 FIR 滤波器设计数字希尔伯特变换器	198
3.14	用 FDATool 设计数字滤波器	200
3.14.1	IIR 滤波器设计	200
3.14.2	FIR 滤波器设计	209
3.14.3	SOS 系数的进一步说明	211
3.14.4	案例 3.25:如何把 SOS 或 Hd 转变为滤波器的系数	212
3.15	用 fdesign 和 design 设计数字滤波器	215
3.15.1	案例 3.26:为什么在使用 design 函数时常会出现“invalid design method”	222
3.15.2	案例 3.27:用 fdesign+design 的方法与前几节介绍的经典方法设计的滤波器是否相同	226
3.15.3	案例 3.28:用 fdesign+design 方法有什么优点	230
3.16	三分之一倍频程滤波器	233

3.16.1	案例 3.29:以 FFT-IFFT 分析方法求出三分之一倍频程滤波器各频带的声压级	234
3.16.2	案例 3.30:以降采样方法求出三分之一倍频程滤波器各频带的声压级	237
3.16.3	案例 3.31:用 fdesign+design 方法求出三分之一倍频程滤波器各频带的声压级	240
参考文献		242
<b>第 4 章 信号处理中简单实用的方法</b>		243
4.1	最小二乘法拟合消除趋势项	243
4.1.1	消除趋势项函数	244
4.1.2	案例 4.1:基线漂移的修正	244
4.2	寻找信号中的峰值和谷值	247
4.2.1	MATLAB 中峰谷值检测的函数	247
4.2.2	案例 4.2:已知一个脉动信号,如何求信号的周期	248
4.2.3	案例 4.3:如何利用 findpeaks 函数求谷值	249
4.2.4	案例 4.4:在 findpeakm 函数用 'q' 参数时如何进行内插	251
4.3	信号中包络的提取	256
4.3.1	希尔伯特变换	256
4.3.2	案例 4.5:用希尔伯特变换计算信号的包络	259
4.3.3	案例 4.6:用求极大值和极小值的方法来计算信号的包络线	262
4.3.4	案例 4.7:用倒谱法来计算语音信号频谱的包络线	266
4.4	提取信号中的特殊区间	268
4.4.1	寻找特殊区间的 MATLAB 函数	268
4.4.2	案例 4.8:如何从一组数据中取得波谷的开始位置和结束位置	269
4.5	平滑处理	272
4.5.1	案例 4.9:五点三次平滑法	272
4.5.2	案例 4.10:在带噪数据中如何寻找极小值——介绍 MATLAB 自带的平滑函数 smooth	274
4.5.3	案例 4.11:在 Savitzky-Golay 平滑滤波时如何选择窗长和阶数	278
4.6	数据的延拓	282
4.6.1	自回归模型的基本理论	282
4.6.2	前向预测与后向预测	284
4.6.3	前向预测与后向预测的 MATLAB 函数	285
4.6.4	案例 4.12:如何消除信号经零相位滤波后两端的瞬态效应	287
4.6.5	案例 4.13:消除希尔伯特变换的端点效应	289
参考文献		291
<b>第 5 章 DFT 的拓展</b>		292
5.1	短时傅里叶变换	292
5.1.1	短时傅里叶变换和短时傅里叶逆变换	292
5.1.2	短时傅里叶变换的 MATLAB 函数	293
5.1.3	案例 5.1:调用 tfrstft 函数后用何种方法作 STFT 的谱图	295
5.1.4	案例 5.2:如何通过 spectrogram 得到一些特定频率的频谱	303

若您对此书内容有任何疑问,可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

5.1.5 案例 5.3:能否对信号的 STFT 谱图再逆变换转成时间序列 .....	308
5.2 细化 FFT(Zoom-FFT) .....	310
5.2.1 经典的复调制频谱细化分析方法 .....	310
5.2.2 复解析带通滤波器的复调制频谱细化分析方法 .....	312
5.2.3 细化频谱分析的 MATLAB 函数 .....	316
5.2.4 案例 5.4:在函数 exzfft_ma 中频率刻度是如何计算的 .....	318
5.2.5 案例 5.5:如何利用细化频谱提取间谐波的频率 .....	321
5.3 线性调频 Z 变换(CZT) .....	322
5.3.1 线性调频 Z 变换的原理 .....	322
5.3.2 MATLAB 的线性调频 Z 变换函数 .....	324
5.3.3 案例 5.6:CZT 能细化频谱吗 .....	324
5.4 Goertzel 算法 .....	329
5.4.1 Goertzel 算法简介 .....	329
5.4.2 DTMF 信号简介 .....	331
5.4.3 Goertzel 算法对 DTMF 的应用 .....	332
5.4.4 Goertzel 算法和 DTMF 编解码的 MATLAB 函数 .....	333
5.4.5 案例 5.7:如何产生 DTMF 编码和如何利用 Goertzel 算法在带噪 DTMF 中提取出数值 .....	334
参考文献 .....	342
<b>第 6 章 DFT 的内插</b> .....	<b>344</b>
6.1 狄里克莱核与窗函数 .....	344
6.1.1 连续信号与加矩形窗相乘的傅里叶变换 .....	344
6.1.2 连续信号离散化 .....	344
6.1.3 离散矩形窗序列与狄里克莱核 .....	345
6.1.4 余弦窗函数及其离散傅里叶变换 .....	347
6.2 比值法校正 .....	347
6.2.1 矩形窗的比值法校正 .....	347
6.2.2 汉宁窗的比值法校正 .....	349
6.2.3 比值校正法的 MATLAB 函数 .....	350
6.2.4 案例 6.1:如何消除信号中正弦信号的干扰 .....	352
6.3 能量重心校正法 .....	356
6.3.1 能量重心法校正频率、幅值和相角的原理 .....	357
6.3.2 能量重心校正法的 MATLAB 函数 .....	358
6.3.3 案例 6.2:能量重心校正法与比值校正法的比较 .....	359
6.4 相位差校正法 .....	360
6.4.1 时域平移相位差校正法 .....	361
6.4.2 改变窗长的相位差校正法 .....	363
6.4.3 通用相位差法 .....	363
6.4.4 相位差的校正计算公式 .....	365

6.4.5	通用相位差校正法的 MATLAB 函数	366
6.4.6	案例 6.3: 旋转机械的振动测试	367
6.4.7	案例 6.4: 感应电机转子故障电流的分析	369
6.4.8	案例 6.5: ZFFT 分析后的相位差校正法	373
6.5	全相位校正技术	375
6.5.1	全相位的数据结构和预处理	375
6.5.2	全相位中的卷积窗函数	377
6.5.3	全相位 FFT 谱分析	377
6.5.4	FFT/apFFT 综合相位差校正法	379
6.5.5	全相位时移相位差校正法	379
6.5.6	全相位校正技术的 MATLAB 函数	380
6.5.7	案例 6.6: 传统 FFT 相位差校正法与 FFT/apFFT 综合相位差校正法、全相位时移相位差校正法比较	383
	参考文献	386
<b>第 7 章 谐波分析</b>		387
7.1	窗函数的进一步介绍	387
7.1.1	Blackman-Harris 窗函数	388
7.1.2	Rife-Vincent 窗函数	389
7.1.3	Nuttall 窗函数	390
7.2	单峰谱线插值算法	390
7.2.1	单峰谱线插值算法原理	390
7.2.2	基于多项式逼近的单峰谱线插值	391
7.2.3	常用窗函数单峰谱线的修正公式	392
7.2.4	案例 7.1: 如何求不同余弦窗函数单峰修正法中 $\alpha=g^{-1}(\beta)$ 的系数和 $\lambda(\gamma)$ 的系数	393
7.2.5	案例 7.2: 用不同窗函数对一组谐波数据进行计算比较	397
7.3	双峰谱线插值算法	401
7.3.1	双峰谱线插值算法原理	401
7.3.2	基于多项式逼近的双峰谱线插值	401
7.3.3	常用窗函数双峰谱线的修正公式	402
7.3.4	案例 7.3: 怎么求出不同余弦窗函数双峰修正法中 $\alpha=g^{-1}(\beta)$ 的系数和 $\nu(\gamma)$ 的系数	403
7.3.5	案例 7.4: 用不同窗函数对一组谐波数据进行计算比较	405
7.4	Prony 法	411
7.4.1	Prony 法原理	411
7.4.2	Prony 法的 MATLAB 函数	412
7.4.3	案例 7.5: 能否用 Prony 法分析处理谐波信号	413
7.4.4	案例 7.6: 用 Prony 法分析处理暂态信号	416
	参考文献	420
<b>第 8 章 功率谱的估算</b>		422
8.1	平稳随机信号及其特征描述	422

8.2 非参数法的功率谱估计 .....	427
8.2.1 相关图法 .....	427
8.2.2 周期图法 .....	428
8.2.3 周期图法的改进(一):平滑单一周期图 .....	429
8.2.4 周期图法的改进(二):多个周期图求平均 .....	430
8.2.5 非参数法功率谱估计的 MATLAB 函数 .....	431
8.2.6 案例 8.1:求功率谱密度时,调用 FFT 与调用 periodogram 函数有何差别 .....	434
8.2.7 案例 8.2:对周期图法和自相关法求出的功率谱进行比较 .....	435
8.2.8 案例 8.3:对周期图法和改进周期图法求出的功率谱进行比较 .....	437
8.2.9 案例 8.4:已知功率谱密度,能否求出对应的时域信号 .....	438
8.3 参数法的功率谱估计 .....	442
8.3.1 最大熵法 .....	443
8.3.2 自相关法 .....	444
8.3.3 协方差法 .....	445
8.3.4 Burg 算法估计法 .....	445
8.3.5 改进的协方差估计法 .....	447
8.3.6 AR 模型阶数的确定 .....	448
8.3.7 AR 模型功率谱密度估算的 MATLAB 函数 .....	449
8.3.8 案例 8.5:比较四种 AR 模型功率谱密度估算的方法 .....	451
8.4 MATLAB 中通用的功率谱估算函数 .....	453
8.4.1 通用功率谱估算函数 spectrum 和 psd 的介绍 .....	453
8.4.2 案例 8.6:用传统功率谱函数和用 spectrum+psd 函数有何差别 .....	458
8.5 传递函数和相干函数的估算 .....	462
8.5.1 传递函数和相干函数的估算方法 .....	463
8.5.2 MATLAB 中的传递函数和相干函数 .....	464
8.5.3 案例 8.7:已知输入和输出序列,如何求传递函数 .....	465
8.5.4 案例 8.8:用求自谱和互谱的方法求得相干函数与调用 mscohere 函数得到的相干函数 是否有差别 .....	466
8.5.5 案例 8.9:调用 mscohere 函数时其中的参数如何选择 .....	470
参考文献 .....	473
附 录 MATLAB 函数速查表 .....	474



# 第 1 章

## Z 变换和离散傅里叶变换

### 1.1 Z 变换<sup>[1-4]</sup>

Z 变换在离散时间信号与系统中的地位相当于拉普拉斯变换在连续时间信号与系统中的地位。在连续系统中我们主要用拉普拉斯变换来处理,而在离散系统中我们将用 Z 变换来处理。Z 变换可用于求解常系数差分方程,估算一个输入给定的线性时不变系统的响应以及设计线性滤波器。本节将简单介绍 Z 变换以及如何用 Z 变换来解决各种问题。

#### 1.1.1 Z 变换的表示式

设有连续时间信号  $x(t)$ , 它有拉普拉斯变换  $X(s)$ , 所以有  $x(t) \leftrightarrow X(s)$ 。经离散化, 每隔一个采样周期  $T_s$  取一个样点, 按照拉普拉斯变换延迟定理, 有  $x(t-nT_s) \leftrightarrow e^{-snT_s} X(s)$ 。对离散时间序列  $x(k) = \{x(0), x(1), x(2), \dots\}$ , 用拉普拉斯变换的延迟定理可表示为  $X_A(s) = x_A(0) + x_A(1)e^{-sT_s} + x_A(2)e^{-2sT_s} + \dots$ , 其中  $x_A(n)$  和  $X_A(s)$  表示采样后的时间信号和对应的拉普拉斯变换。 $X_A(s)$  可以重新写为

$$X_A(s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_A(nT_s) e^{-nsT_s} \quad (1-1-1)$$

式中:  $x_A(nT_s)$  是模拟信号  $x(t)$  在各个  $nT_s$  时刻的采样值。

拉普拉斯表示法的问题就是需要在每个延迟项后增加一个延迟算子  $e^{-snT_s}$ 。对于周期性采样信号而言, 必须乘以无穷多个延迟表达式。这显然很麻烦, 所以很快演变出了一种简单的表示方法, 即

$$z = e^{sT_s} \quad \text{或} \quad z^{-1} = e^{-sT_s} \quad (1-1-2)$$

这样就得到 Z 变换的表示式

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} \quad (1-1-3)$$

其中有关系

$$X(z) \Big|_{z=e^{sT_s}} = X(e^{sT_s}) = X_A(s) \quad (1-1-4)$$

这样就从连续系统的拉普拉斯变换转换成离散系统的 Z 变换, 所以 Z 变换就是离散系统的拉普拉斯变换。

式(1-1-3)是双边 Z 变换, 但对于因果关系的时间序列, 单边 Z 变换是用单边求和的形式来描述的, 即

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n} \quad (1-1-5)$$

而对于有限时间序列, 如  $x(n)$  序列长为  $N$ , Z 变换的表达式用有限项求和的形式来描述, 即

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)z^{-n} \quad (1-1-6)$$

S 平面与 Z 平面的映射关系如下:在 S 平面上一般用直角坐标系,复变量  $s$  表示为

$$s = \sigma + j\Omega$$

而在 Z 平面上往往用极坐标系,将复变量  $z$  表示为

$$z = re^{j\omega}$$

将以上两式代入式(1-1-2),得

$$re^{j\omega} = e^{(\sigma+j\Omega)T} = e^{\sigma T} e^{j\Omega T} \quad (1-1-7)$$

式中:把  $T_s$  简写为  $T$ ,又等式两边的模值部分与相角部分分别相等,即

$$\left. \begin{aligned} r &= e^{\sigma T} \\ \omega &= \Omega T \end{aligned} \right\} \quad (1-1-8)$$

式(1-1-8)表明, $z$  的模值  $r$  与  $s$  的实部  $\sigma$  有关,而  $z$  的幅角  $\omega$  与  $s$  的虚部  $\Omega$  有关。

下面先来看  $r$  与  $\sigma$  的关系。 $r$  表示  $z$  的模值,或者说表示  $z$  变量到原点的距离;而  $\sigma$  表示  $s$  变量的实部。由式(1-1-8)可得二者的对应关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 0 \rightarrow r = 1 \\ \sigma < 0 &\rightarrow r < 1 \\ \sigma > 0 &\rightarrow r > 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-9)$$

这说明 S 平面的虚轴(即  $\sigma=0$  时)映射到 Z 平面上是半径为 1( $r=1$ )的圆,即单位圆;而 S 的左半平面( $\sigma<0$ )映射到 Z 平面上是单位圆内区域( $r<1$ );S 平面的右半平面( $\sigma>0$ )映射到 Z 平面上是单位圆外( $r>1$ )。这种映射关系如图 1-1-1 所示。

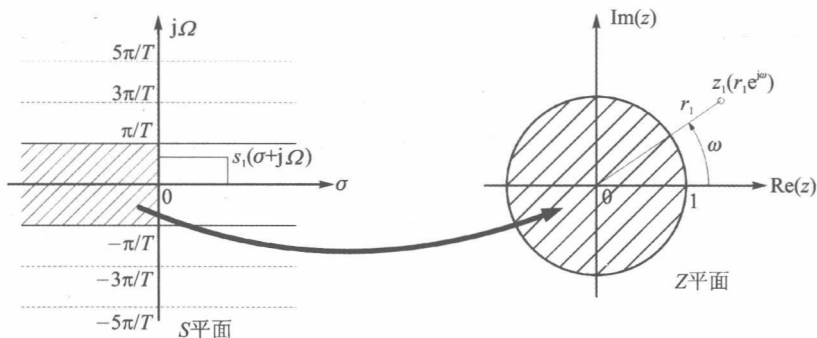


图 1-1-1 S 平面到 Z 平面的映射关系( $z=re^{j\omega}$ )

在图 1-1-1 中,在 S 平面上还特意标出了一个  $s_1$  点,在 S 平面的右半平面中;它映射到 Z 平面对应  $z_1$  点,在单位圆外,这显然是由于  $s_1$  的实部  $\sigma>0$  的缘故。

再看由式(1-1-8)表示的 S 平面的虚变量  $\Omega$  与 Z 平面的幅角  $\omega$  的关系,显然  $\omega=\Omega T$  是一种线性关系。当  $\Omega=0$  时, $\omega=0$ ,这说明 S 平面的实轴映射到 Z 平面上是正实轴。结合式(1-1-9)的意义可以想到,S 平面上的原点  $s=0$  正好映射到 Z 平面的  $z=1$  处。

当  $\Omega \neq 0$  时,这种映射关系变得稍复杂一些。当  $\Omega$  由  $-\pi/T$  增长到  $\pi/T$  时,即从  $-\Omega_s/2$  增长到  $\Omega_s/2$  时(因为抽样频率  $\Omega_s=2\pi/T$ ), $\omega$  从  $-\pi$  增长到  $\pi$ ,对应 Z 平面上的幅角旋转了一周。也就是说,S 平面的虚轴仅从  $-\pi/T$  到  $\pi/T$  的区段,就已经映射了整个 Z 平面,此时可结合 S 的实部关系一起考虑;如果  $\sigma<0$ ,则对应于 Z 平面单位圆内旋转了一周;如果  $\sigma>0$ ,则对

若您对此书内容有任何疑问,可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

应于  $Z$  平面单位圆外旋转了一周;如果  $\sigma=0$ ,则对应于  $Z$  平面单位圆上旋转了一周。这个意义亦可由图 1-1-1 看出。当  $S$  的虚部  $\Omega$  由  $\pi/T$  增长到  $3\pi/T$ (即  $\Omega$  由  $\Omega_s/2$  增长到  $3\Omega_s/2$ ) 时,  $\omega$  由  $\pi$  增长到  $3\pi$ ,由于  $z=re^{j\omega}$  是  $\omega$  的周期函数,所以此时仍映射到  $Z$  平面上的同样位置,只不过在旋转一周的基础上再重复旋转一周而已,因而在  $Z$  平面上重叠一次。这种多值函数的映射关系可以想象成将  $S$  平面“裁成”一条条宽度为  $\Omega_s$  的横带。这些横带中的每一条都同样地映射到整个  $Z$  平面上且相互重叠在一起。因此

$$H(z)|_{z=e^{sT}} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a(s - jk\Omega_s) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a\left(s - jk\frac{2\pi}{T}\right) \quad (1-1-10)$$

在 MATLAB 的符号运算中有  $Z$  变换的函数 `ztrans`。

**例 1-1-1** 当  $|a|<1$  时,将  $x(n)=a^n u(n)$  进行  $Z$  变换,运行命令如下:

```
syms a n % 声明符号变量
x = a^n;
X = ztrans(x);
X
```

得到的结果如下:

$$X = -z/(a-z)$$

该结果用公式表示为

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$

这与表 1-1-1 中的  $a^n u(n)$  项的  $Z$  变换式一样,详见 1.1.3 小节。

**例 1-1-2** 将正弦波  $x(n)=\sin(an)u(n)$  进行  $Z$  变换,运行命令如下:

```
syms a n % 声明符号变量
x = sin(a * n);
X = ztrans(x)
```

得到的结果如下:

$$X = (z * (\sin a)) / (z^2 - 2 * \cos a * z + 1)$$

该结果用公式表示为

$$X(z) = (\sin a)z / (z^2 - 2z\cos a + 1)$$

这也与表 1-1-1 中的  $x(n)=\sin(an)u(n)$  项的  $Z$  变换式一样,详见 1.1.3 小节。

## 1.1.2 Z变换的收敛域

一般来说,序列的  $Z$  变换  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$  并不一定对任何  $z$  值都收敛,在  $Z$  平面上满足级数收敛的区域就称为收敛域(Region of Convergence, ROC)。根据级数的知识,级数一致收敛的条件是绝对可积。也就是说,如果在  $Z$  平面上的某处(即某个  $z$  值点)级数一致收敛,则对此  $z$  值应该有

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)z^{-n}| < \infty \quad (1-1-11)$$