

寻找

修订版

数学内在的力量

数学教学应围绕“一个中心”，进行“两个设计”，基于“三个读懂”，追求“四个有效”，解决“五个问题”，实施“八个优化”。

李昌官 著

X U N Z H A O S H U X U E N E I Z A I D E L I L I A N G



宁波出版社
Ningbo Publishing House

修订版

寻找

数学内在的力量

数学教学应围绕“一个中心”，进行“两个设计”，基于“三个读懂”，追求“四个有效”，解决“五个问题”，实施“八个优化”。

李昌官 著



宁波出版社

Ningbo Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

寻找数学内在的力量 / 李昌官著. —2 版.—宁波:
宁波出版社, 2016.1

ISBN 978-7-5526-2336-9

I. ①寻… II. ①李… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 288980 号

寻找数学内在的力量

李昌官·著

责任编辑 王松见

封面设计 吉祥文化

出版发行 宁波出版社

地址邮编 宁波市甬江大道 1 号宁波书城 8 号楼 6 楼 邮编:315040

网 址 <http://www.nbcb.com>

印 刷 浙江开源印务有限公司

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 22

字 数 390 千

版 次 2016 年 1 月第 2 版

印 次 2016 年 1 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5526-2336-9

定 价 38.00 元

如发现缺页或倒装,影响阅读,请与承印厂联系调换,电话:0574-87638192

第一版序

教育是理想化的事业,而现实总是功利的。在当今功利化的社会环境下,应试教育占据主导地位。数学教育中,注重考试分数、升学率等眼前利益,忽视理性精神、数学能力和学生的全面发展等长期利益的现象普遍存在。这种现状与“德育为先,能力为重,全面发展”的要求相违背,对“建设人力资源强国”的战略目标不利,对创造性人才培养更不利。可以说,我们的教育培养出来的是考试“人才”,而不是能够真正解决问题的人才。我国数学教育中的这些弊端,人们都看到了,但许多人说“没办法改变”。

我认为,教育的理想一定是靠着有理想的人在与现实功利的不断斗争中得以实现的。改变现状的办法是有的,关键是我们有没有改变的愿望与决心,能不能舍弃眼前的功利,能不能立即行动起来,潜下心来,沉入课堂开展研究。

李昌官老师是教育的理想主义者,是能深入课堂研究的行动者。在认识他之前,就在一些高级别的教育教学理论刊物上读到过他的论文。当时的感觉是:一位一线教师、教研员能有这样的理论素养,并能将理论用于实践,理论与实践的结合堪称完美,难得!后来,因为对课改的热情、对教科研的共同爱好,以教材培训、课题研究为桥梁,我们得以相识、相知。从他的每一次课题会上的发言和会后的反思论文中,我进一步看到了他的睿智、执着、真诚,常常被他对数学教育的真知灼见所折服。他的发言快人快语、一针见血,他的为人率性耿直、毫不掩饰。常言道,文如其人,李昌官就是这样的。

本书是李老师多年教科研成果的结晶,许多文章以前都拜读过,而且其中有不少文章都与我们一起开展的“中学数学核心概念结构体系及其教学设计的理论与实践研究”课题有关,但今天读来仍然深受启发。

本书几乎涉及了数学教育的所有领域。首先是关于数学教学目标的探讨。20世纪60年代以来,我国明确提出了数学教育的双基、三大能力和个性品质的三维目标结构。经过不断的发展、丰富和完善,“三维目标”的数学课程目标结构得以确立。然而,教学实践中,仍然普遍存在着“重‘外显目标’轻‘内隐目标’、把数学教学降格为

‘解题训练’等误区”。作为每天都能接触到课堂的教研员，李老师看到了数学教学中的这一根本缺失，并开展深入研究，写出了系列文章，这些文章对于我们把握数学教学的根本任务是很有启发的。

其实，数学教育工作者对“三维目标”是耳熟能详的，关键在于日常教学中如何落实。现在的课堂教学设计，教学目标以“三个维度”为时髦。仔细分析可以发现，“过程与方法”“情感态度价值观”都被架空了，由此造成的后果就是“说一套做一套”。究其原因，主要还是课堂教学脱离了数学的本质，数学课没有教好数学。对此，我提出了“发挥数学的内在力量，为学生谋取长期利益”的主张。李老师对此不仅表示赞同，而且进一步深化，就如何寻找和挖掘数学内在的逻辑力量展开研究，提出了“数学教学要顺其自然、追求自然，充分发挥数学内在的逻辑力量”，“要抓住知识本质，突出思维主线，让数学思维自然地流淌”，“要让数学教学过程闪耀着理性的光芒”等指导性很强的观点，并亲力亲为地开展教学设计和课堂教学实践。本书中呈现了大量好案例，在引导学生的探究性学习、发展学生的数学思维、使学生学会发现和创造等方面，都有很强的示范性。

当前的课堂存在许多违背数学教学规律的现象。例如：缺乏统领课堂的数学核心观念，在“构建前后一致的、逻辑连贯的学习过程，引导学生开展有序的推理”上缺乏思考和得力措施，致使每一堂课都变成了“从头开始”；不重视知识的背景和基本思想，导致学生不了解为什么要引入这个概念、为什么要研究这个性质（本质上是不重视数学的连贯性）；概念教学走过场，“一个定义，三项注意，几个例题，大量练习”成为常态。例题、习题的选择标准是“新、奇、特”，使用大量缺乏相互关联的题目，目的是让学生熟练掌握更多的技巧（本质上是缺乏方法的目的性）。解题教学搞“题型+技巧”，教师常常讲解各种各样的“锦囊妙计”，而对“从概念和定理出发思考和解决问题”不予重视（本质上是对逻辑推理不重视）。显然，李老师也敏锐地觉察到这些现象，并结合自己的教研工作对解题教学展开研究，提出的“数学解题教学要站在思维策略与方法的高度，引导学生搞清楚解题思维的合理性与必然性，实现解题教学由技能与技巧教学向能力与思维教学的转变，进而提升解题教学的品质与效益”的观点是极有见地的。

关于教学的其他方面就不再一一罗列了，相信读者可以从自己的阅读中得到比我更强烈的共鸣。这里想再谈一谈的是他开展的“改进数学教学，培养学生数学能力和创新能力”系列课题研究。从“‘问题中心教学’的含义、特征及其实施策略”，到“中学数学教学存在的问题及其改进策略与方法”，再到“高中数学‘导研式教学’

的含义、特征及其实施策略”，研究的问题系列化、结构化，新的课题是已有课题的延续和深化，并且扎根于课堂教学，从教学实践中自然地提炼研究课题，紧密结合现实需要展开研究，注重实践基础上的理论概括。这样实践性强、理论水平高的持续研究，是应该得到大力提倡的，不像当下有些课题研究那样，为功利而做，什么时髦“研究”什么。

不夸张地说，我国数学教学理论研究与实施的主体其实是像李昌官老师这样的既有数学教育理论素养又有丰富教学经验的教研员。尽管目前教研员队伍中存在凭经验工作的局限性，他们的理论水平需要进一步提升，并且还要防止教研员变“考研员”的倾向，但可喜的是，一些有远见的教研员已经敏锐地察觉并把握住了用科学的数学教学理论指导教研工作的契机。我国有一支数量庞大的教研员队伍，世纪之交开始的课改实践表明，他们在课程实施、教师培训中的作用是无法替代的，他们提供了我国基础教育质量的基本保证。如果广大教研员能像李昌官老师这样，带头深入学习数学教育、心理理论，进一步开展理论在数学教学实践中的应用研究，并将具有可操作性的研究成果用于指导本地的教学和教师培训，那么我国数学教学的科学性和有效性就能得到极大提高。

我与昌官相识多年，探讨数学教育、教学的实践与理论问题是我們交往的主题，并在这个过程中成为学术上的知己、生活中的朋友，真可谓“萍水相逢，一见如故”。我始终认为，数学教师搞教科研，必须有淡泊名利的心境、面壁十年的耐力。唯有坚持“学而不厌，诲人不倦”的精神，才能在尽教书育人职责的同时，实现自己的人生价值，找到自己的生活乐趣。我想，昌官已经感受到了这种价值，而且也乐在其中。

在本书即将付梓之际，昌官邀我为之作序。我深知自己才疏学浅，并不能把他的研究成果进行再概括、再提炼。上述文字算是我对本书先睹为快的一点感受，作为对老朋友所给予的信任的一种回应。愿广大数学教师能像李老师一样，把自己定位为研究者，真心诚意地热爱教学研究，专心致志地研究教学。“学而时习之，不亦乐乎！”这是教研的真谛，也是教好书、做好人的真谛。



2014年1月18日

前言

数学教育的核心目标是什么?实现教育目标的基本策略与方式是什么?数学优秀课成长的基础、过程与方法怎样?占用教与学大量时间的解题教学又该如何优化?这些都是广大中学数学教师无法回避的问题。面对不该忘却的教育理想与残酷的教育现实,如何做到既“育人”又“育分”,并使“育人”与“育分”相结合、相互促进,更是一线教师所面临的严峻挑战。

数学教育的核心价值在于通过发展人的思维,尤其是理性思维来提升人、解放人、完善人,增强学生追求真善美的意识与能力。高分数 \neq 高质量,高分数 \neq 高效率;以摧残学生身心为代价的教育是“伪教育”,以“注射激素”、拔苗助长方式提高效率是“伪效率”,“只有今天没有明天”、不能可持续发展的质量是“伪质量”。有效教学首先应具有道德正当性和教育性,其次才是在智力与知识技能方面具有较高的效益和效率。

数学是思维的科学、思维的体操;数学是好玩的、有用的、简洁的、美丽的。基于“三个读懂”,寻找和发挥数学内在的逻辑力量是数学教育的“大道”和“王道”,是实现数学教育目标的根本途径与方式,也是“育人”与“育分”相结合的最好途径与方法。数学优秀课不是天上掉下来的,它们的形成与发展有其内在的规律与方法;在关注优秀课的表现形式与评价标准的同时,也应关注优秀课成长的基础、过程与方法,进而使更多教师更多的课成为优秀课。

学之道在于“悟”,教之道在于“度”。接受学习与发现学习是人类学习最基本的方式,也是学生学习最基本的方式;学生学习应该是“接受”中有“发现”,“发现”中有“接受”,教与学应使“接受学习”与“发现学习”相互渗透、相互促进,而不是用其中一个否定排斥另一个。学生是发展的主体、学习的主体、能动的主体、有差异的主体;教师是学生学习的服务者、组织者、指导者和促进者,是学生“游玩”知识世界的“导游”。教师的职责在于尊重和保障学生的学习权,在于通过营造良好的氛围来激励和促进学生学习,在于通过“为了不教的教”来提升学生的自主学习能力。

中学数学教学应围绕“一个中心”(即促进学生思维尤其是理性思维的发展),

进行“两个设计”(即学的设计与教的设计),基于“三个读懂”(即读懂数学、读懂学生、读懂教学),追求“四个有效”(即课堂教学对学生哪些方面有效、对多少学生有效、在多大程度上有效和多长时间内有效),解决“五个问题”(即目前中学数学教学中普遍存在的科学性问题、主体性问题、针对性问题、服务性问题、数学性问题);实施“八个优化”(即优化教学观念、优化教学目标、优化教学内容、优化教学方法、优化教学过程、优化教学技术、优化学生学习、优化教学评价)。

数学教学设计应在“三个读懂”的基础上,根据“变‘教’为‘导’、变‘学’为‘研’”的理念,遵循“三个基于”的设计原则(即基于教学目标进行教学过程设计,基于知识的发展轨迹及其本质进行教学过程设计,基于学生的认知基础、认知规律及其生命特点进行教学过程设计),按照“三个自然+一个迁移”(即数学教学通常由“自然地合理地提出问题,自然地合理地解决问题,及时巩固、内化迁移,自然地合理地拓展问题”四个教学环节组成)模式组织和展开教学。

本书分七个部分。第一部分重在探讨数学教学目标。指出数学教学应走出重“外显目标”轻“内隐目标”、把数学教学降格为“解题训练”等误区,走向有效地发展学生思维尤其是理性思维,触动学生的心灵和情感,优化学生的个性品质。第二部分重在探讨数学教学策略。指出寻找和挖掘数学内在的逻辑力量是数学教学方法之“大道”和“王道”,即数学教学要顺其自然、追求自然,充分发挥数学内在的逻辑力量;要抓住知识本质,突出思维主线,让数学思维自然地流淌;要让数学教学过程闪耀着理性的光芒。第三部分重在通过具体教学设计案例及其点评说明如何让先进的教学理念落到实处,如何让能力与思维目标落到实处。例如:如何基于“三个读懂”,追求自然有效的探究;如何找准难点,用好难点,发展思维;如何使数学学习成为“准发现、准创造”的过程。第四部分重在探讨数学解题教学。提出数学解题教学要站在思维策略与方法的高度,引导学生搞清楚解题思维的合理性与必然性,实现解题教学由技能与技巧教学向能力与思维教学的转变,进而提升解题教学的品质与效益。第五部分重在探讨数学教学评价。提出要强化考试对教与学的引导功能与矫正功能,探讨了如何用积极的考试引导积极的数学教学,实现考试应由重在考查数学知识与技能向重在考查数学能力与素养转变,由重在考查知识结果向重在考查知识形成过程与方法转变。第六部分探讨了几个初等数学问题。第七部分是三个获浙江省基础教育教学成果奖的主报告。三个成果的共同点都是研究如何通过改进数学教学来培养学生数学能力和创新能力。第一个重在介绍中学数学“问题中心教学”的含义、特征及其实施策略,第二个重在指出当下中学数学教学存在的问题及

其改进策略与方法,第三个重在介绍高中数学“导研式教学”的含义、特征及其实施策略。

本书是在大量听课、调研的基础上形成的,所有的案例都来自中学数学教学实际,是“用自己的话,说自己的故事,得出自己的结论”,因此散发着“泥土的芬芳”,具有鲜明的实践性和操作性。期待本书能给中学数学教师改进课堂教学提供有益的参考。由于全书各部分相对独立,因此读者可以根据自己的需要与兴趣有选择、不分先后地阅读其中相应部分。由于本人才疏学浅,书中错误与缺点在所难免,敬请读者能给予批评指正。有关建议与批评请发至lcg@tzedu.org。

目 录 □ □ □ □

CONTENTS

第一版序	001
前言	004

第一章 数学教学目标:发展思维,优化品性

为发展学生思维而教

——以人教版“三角形内角和”教学为例	002
--------------------------	-----

为学生学会学习、学会探究而教

——以人教A版“指数函数及其性质”教学为例	009
-----------------------------	-----

中学数学教学目标技能化透视与对策	015
------------------------	-----

重“外显目标”、轻“内隐目标”:数学教学的最大误区	022
---------------------------------	-----

数学教学应给学生心灵以震撼	027
---------------------	-----

第二章 数学教学策略:寻找数学内在的力量

数学教学应顺其自然、追求自然	035
----------------------	-----

试论数学教学的结构原则	042
-------------------	-----

数学优秀课成长的基础、过程与方法	048
------------------------	-----

寻找数学内在的逻辑力量	057
-------------------	-----

再谈寻找数学内在的逻辑力量	063
---------------------	-----

让数学教学闪耀理性的光芒	070
--------------------	-----

数学“问题发现情境”创设探究	077
----------------------	-----

抓住本质 突出主线 让数学思维自然地流淌	
——以“任意角的三角函数”“曲线与方程”教学设计为例	083
中学数学教学中应处理好的六个关系	091
中学数学新课程教学中的几个问题	099
高中数学必修4 教学经验介绍	105

第三章 数学教学案例:基于“三个读懂”,追求有效探究

基于“三个读懂” 追求有效探究

——以浙教版八年级上册“平行线的判定”教学设计为例	119
在读懂数学的基础上教学	
——以人教A版“简单随机抽样”教学设计为例	127
“函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象”教学设计	134
“两角差的余弦公式”教学设计	138
找准难点 用好难点 发展思维	
——评“两角差的余弦公式”教学	144
“合情推理”(第一课时)教学设计	147
追求卓越高效的数学教学	
——评“合理推理”教学设计	152
“数学归纳法”教学设计	158
布卢姆认知目标新分类指导下的数学教学设计	
——以“数系的扩充与复数的概念”教学设计为例	165
“准创造”教学法实践与探索	
——以人教A版“直线的倾斜角与斜率”教学为例	176

第四章 数学解题教学:超越技能训练,促进思维发展

例谈数学解题的八大策略	188
一道全国联赛题的推广与一般解法	195

第五章 数学教学评价:为了引导和矫正教与学

为引导和矫正教与学而考

——2006年浙江省台州市中考数学命题探索与实践 198

用积极的考试引导积极的教学

——2007年浙江省台州市初中学业水平考试数学命题实践与探索 206

基于课标的中学生日常数学学业评价研究 216

第六章 初等数学研究:数学好玩,其妙无穷

方程 $x^2+y^2=n^i(i=1,2)$ 有互素的正奇偶数解的个数 226

RMI 原理浅说 230

球面面积公式与球体积公式的证明 234

第七章 数学教学研究:基于教学实践,改进教学实践

中学数学“问题中心教学”实践与研究 238

中学数学优质高效教学之研究 269

高中数学“导研式教学”研究与实践 326

参考文献 337

再版后记 339

第一章

数学教学目标：
发展思维，优化品性

为发展学生思维而教

——以人教版“三角形内角和”教学为例*

1 为什么要为发展学生思维而教

“智力,通常称‘智慧’,指学习、记忆、思维、认识客观事物和解决实际问题的能力.其核心是思维能力.”(《辞海》2012年版) 鄧庭瑾先生指出:“无论使学生‘学会生存’也好,‘学会关心’‘学会学习’也好,只有学会思维,学会创造性地思维才是最核心和最首要的.” 美国教育大师杜威先生也曾指出:“学习就是要学会思维”,“教育在理智方面的任务是形成清醒的、细心的、透彻的思维习惯”. 大师们为教育教学指明了目标与方向.数学是思维的科学,数学大厦在很大程度上是按公理化体系和方法建造的,因此数学教学更应玩概念、玩思维,更应在发展学生思维方面承担更大的责任.

2 如何为发展学生的思维而教

2.1 读懂数学、读懂学生

教师要清楚知识的来龙去脉,准确地把握知识背后所蕴含的数学思想方法和思维方法,把握学生的思维发展水平和学习过程中面临的思维障碍.只有当教师能准确地把握学生的思维起点与难点时,发展学生思维才会有坚实的基础.如“三角形内角和”教学中,教师不仅要清楚定理是如何发现与证明的,也要清楚这些发现与证明是怎样想到的;不仅要看到学生容易通过测量、拼图等方法得出三角形内角和等于 180° ,也要看到学生跨越由实验几何到论证几何的鸿沟所面临的困难.

2.2 创设合适的思维情境

思维起于问题,起于有问题的情境,发展思维首先要有合适的问题与问题情

* 这部分内容发表在《数学通报》2013年第10期,此课例是笔者为贵州省遵义市、黔南州两地初中数学教师所上的示范课、研究课.

境,因此教师要善于创设合适的思维情境,善于发问,善于用问题来激活、驱动和促进学生思考。正如高文教授所指出:“发问是将教师要教授的学习内容转化为学生想学习内容的契机,必须教的东西不能教,必须将其转化为学生想学的东西,这是发问的本质。”如“三角形内角和”教学中,教师提出“怎样想到把三个角拼在一起”“怎样寻找证明的思路与方法”等问题是把教转化为学、促进学生思考的关键。

2.3 寻找和利用思维的“关节点”

人的身体有许多“关节点”和“穴位”,思维也一样。数学教学应寻找、抓住并利用好思维的“关节点”和“穴位”。如果教师不知思维的“关节点”和“穴位”之所在,平均用力、“眉毛胡子一把抓”,那么学生学习不仅会停留在机械模仿的水平上,而且会降低课堂教学的效率。正如杜威先生所指出:“纯粹的模仿、采用指定的步骤、机械式的练习,均可能最快地取得效果,然而,对反省思维能力的增强,却可能铸成不可挽回的错误。”如“三角形内角和”教学中,为什么要证明、如何想到把三个角拼在一起、怎样想到过一个顶点作对边的平行线等都是解决三角形内角和问题思维的“关节点”。抓住和利用好这些“关节点”能有效地优化和促进学生思维的发展。

2.4 加强思维策略指导

教师的核心职责是保障学生的学习权,提升学生以思维力为核心的自主学习力。教师要基于学生现有思维水平与学习习惯,通过思维策略指导,有效地突破思维的难点与障碍,使探究的问题处于学生的最近发展区内,进而使学生能够自然探究、有效探究。如“三角形内角和”教学中,如果教师不能有效地指导学生思考与探究,那是教师放弃了自己的核心职责、没有完成自己的核心任务;如果教师看不到学生面临的思维难点,让学生直接通过讨论或独立完成“说理—论证—优化”的过程,这样的探究必然是低效甚至无效的。因此,加强思维策略指导是避免学生“乱动”、提升课堂教学效率与效益的需要。

2.5 揭示事物间的彼此关系

学生被要求做这种或那种具体的事情却不知道其中的道理,这是非常危险而有害的。“理智的学习包括积累知识与记住知识,但是,如果不理解知识,那么,知识便成了一堆未经消化的负担。只有理解了的东西才称之为知识。所谓理解与领会,意思是指能够把握已获得的知识的各个部分之间的关系——只有不断地对所学的东西进行反省的思维,才能达到这种结果。”(杜威语)如“三角形内角和”教学中,要揭示三角形内角和定理的发现与证明之间的彼此联系,不把发现与证明搞成“两张

皮”；要揭示三角形内角定理和问题7(见下面)的不同证明(或解决)方法之间的彼此联系.揭示这些联系,不仅有助于学生思维发展,而且还有助于减轻学生的学业负担.

2.6 优化解题教学,强化思维训练

学数学离不开训练、离不开解题,但训练的目的和侧重点是解题的技能技巧还是解决问题的思维方法,却是一个重大的原则问题.重在训练技能技巧可能会禁锢学生的思维,而重在训练思维会促进思维更好地发展.因此为发展学生思维而教的课堂,不仅教学目标、教学内容、教学方法要围绕和促进学生思维的发展,而且其相应的例题与习题也应围绕思维发展而展开.如“三角形内角和”教学中,其配套的例题、习题不应重在应用三角形内角和定理的结论,而应重在运用三角形内角和定理的发现与证明的思路与方法去解决其他问题.

3 课例:“三角形内角和”教学

3.1 内容和内容解析

三角形内角和定理是平面几何最重要的定理之一.它与普罗克洛斯公理(如果一条直线与两条平行线中的一条相交,也必定与另一条平行线相交)、等距公设(两条平行线之间距离处处相等)、普莱费尔公设(经过已知直线外一点,可以作一条,而且只能作一条与已知直线平行的直线)都是等价命题.这些结论是否成立是欧氏几何与非欧几何的分水岭.

三角形内角和定理通过把3个角拼在一起得到,再用逻辑演绎的方法加以证明,是实验几何(经验几何)向论证几何(演绎几何、推理几何)过渡与发展的范例.该定理的发现与证明,都蕴含着丰富的数学思想方法,对学生思维发展具有极高的教育价值.

3.2 学生学情分析

学生在小学就已经学过三角形及其相关概念(如高与底),知道三角形具有稳定性,并对三角形的一些性质(如内角和为 180° ,两边之和大于第三边)、三角形分类等有初步的了解.在初中本课之前又较系统地学习了三角形的边、高、中线、角平分线等相关知识.学生有测量、拼图等学习几何经验,但对几何论证、对实验几何如何向论证几何过渡与发展十分陌生.由于他们的逻辑思维水平仍比较低,并且是第一次借助辅助线证明几何结论,因此他们独立探究、证明三角形内角和定理难度很

大.另外,他们的学习普遍存在重结论、轻过程,重知其然、轻知其所以然等现象,而这对数学学习、对他们的长远发展极为不利.

3.3 目标和目标解释

根据上述教学内容分析与学情分析,确定教学目标和重难点如下:

教学目标:学生能体会证明的必要性与优越性;能清楚地感受到三角形内角和定理的证明思路与方法的来源并能证明此定理;能说出此定理不同证明方法的共同点,并能初步运用这些方法;能感受数学思维的合理性与必然性,有优化自身思维方法与学习方法的意识;能享受探究与发现的乐趣,有愉悦的心理体验.

教学重难点:三角形内角和定理证明思路与方法的发现与运用.

3.4 教学过程

3.4.1 预热与铺垫

教师先做简要的自我介绍,拉近师生的情感距离,然后花几分钟时间让学生讨论“人是怎样变得聪明起来的”.最后教师指出:有效的数学学习不仅要学知识,更要学解决问题的思路与方法;不仅要知其然,还要知其所以然.

设计说明:(1)此课是笔者为陌生的学生上课;(2)引导学生把学习的着力点放到学会学习、学会思考上.

3.4.2 明确证明的必要性

问题1:我们是用怎样的方法得到三角形内角和的?

设计说明:(1)从学生过去所学的内容看,预计学生会说是通过测量得到的,或者是把三个角拼在一起得到的.(2)学法提示:学习不仅要关注知识是什么,更应关注知识是用怎样的方法得到的.

问题2:通过测量真的就能确切地知道三角形内角和等于 180° ? 通过测量你能确信天下所有三角形的内角和都等于 180° 吗?

设计说明:让学生通过讨论明确:测量虽然是探索与发现的基础,但测量有误差,并且不可能一一测量所有三角形;数学通常只认可经过逻辑证明的结论为真理,三角形内角和定理还需要严格的逻辑证明.

问题3:你是怎样想到把三角形的三个角拼在一起?

设计说明:(1)紧紧抓住每一个发展学生思维的细节,引导学生搞清楚事情的前因与后果,进而避免学习停留在表面化理解的水平上.(2)学法提示:因为所研究问题是三角形内角和,因此从图形角度考虑就是把三个角拼成一个角;解决问题的思路往往蕴藏在问题之中,要学会在无疑处生疑,学会多问几个为什么.因为搞清楚为什么这样做、怎样想到这样做往往比单纯地知道怎样做重要得多.