中国科学院规划教材

线性代数
跟踪习题册

田春红　刚　蕾　孙艳波
孙　蕾　蔡　剑　编

科学出版社

中国科学院规划教材

线性代数跟踪习题册

田春红　刚　蕾　孙艳波　孙　蕾　蔡　剑　编

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是根据独立学院、民办高校学生对线性代数的学习需求，并结合编者在独立学院多年的教学经验编写而成的. 全书共 6 张，分别是行列式、矩阵、向量空间、线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、实二次型，书后还附了三套模拟题及历年考研真题精选.

本书可以作为独立学院、民办高校学生的线性代数练习教材，也可以作为线性代数入门学习者的练习资料.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数跟踪习题册/田春红等编. —北京：科学出版社，2015
ISBN 978-7-03-045542-0

Ⅰ.①线…　Ⅱ.①田…　Ⅲ.①线性代数-高等学校-习题集
Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 195897 号

责任编辑：任俊红　胡云志 / 责任校对：张怡君
责任印制：赵　博 / 封面设计：华路天然工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
三河市骏杰印刷有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2015 年 8 月第　一　版　开本：787×1092　1/16
2015 年 8 月第一次印刷　印张：8 1/4
字数：220 000
定价：23.00 元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

本书是依据第三批本科院校对线性代数课程教学的基本要求，并兼顾研究生数学入学考试的大纲编写而成的课后练习，内容覆盖行列式、矩阵、线性方程组、二次型等，与现行的线性代数同步，每章除了供学生课后同步练习以帮助学生理解、巩固所学内容而精选的练习题外，还有作为全章内容归纳、总结和深化的总习题，书末对这些习题给出了答案或提示，最后还附有三套模拟题以及历年考研真题，供学生参考. 本书中的每道题均留有答题空间，学生可直接在上面求解，无需抄作业题，不需另备作业本，便于资料的保留，同时也便于教师批阅和收发.

本书的特点是题型多样、题量恰当、难易适中、实用方便，体现了思维训练和能力的培养，力求使学生通过认真练习迅速掌握习题所涉及的基本概念、基本理论和基本方法，提高分析问题、解决问题和综合应用知识的能力，建议与授课时数 40 的课堂教学配套使用. 本书适合独立学院、民办高校各专业的本科生使用，也可供成教、电大等相关专业的学生选用.

本书共六章，第一章由孙艳波老师编写；第二章由蔡剑老师编写；第三、四章由田春红老师编写；第五、六章由孙蕾老师编写；三套模拟题以及考研真题由刚蕾老师编写. 全书由田春红老师统稿. 南京航空航天大学金城学院许多长期从事线性代数教学的教师对本书的编写给予了很大的帮助，在此一并表示感谢！

限于编者水平，书中难免存在一些疏漏之处，敬请读者批评指正.

编　者

2015 年 6 月

目　　录

前言
第 1 章　行列式 …… 1
1.1　排列与逆序 …… 1
1.2　行列式的定义 …… 2
1.3　行列式的性质 …… 5
1.4　行列式的展开 …… 10
1.5　克莱姆法则 …… 15
总习题 1 …… 17
第 2 章　矩阵 …… 20
2.1　矩阵的运算 …… 20
2.2　方阵的逆矩阵 …… 26
2.3　分块矩阵 …… 28
2.4　矩阵的初等变换 …… 30
2.5　矩阵的秩 …… 34
2.6　矩阵与线性方程组 …… 35
总习题 2 …… 40
第 3 章　向量空间 …… 43
3.1　n 维向量 …… 43
3.2　向量的线性相关性 …… 44
3.3　向量组的秩 …… 51
3.4　向量空间 …… 53
总习题 3 …… 54
第 4 章　线性方程组 …… 57
4.1　齐次线性方程组 …… 57
4.2　非齐次线性方程组 …… 60
总习题 4 …… 66
第 5 章　方阵的特征值与特征向量 …… 70
5.1　特征值与特征向量 …… 70
5.2　矩阵的对角化 …… 74
5.3　实对称矩阵的对角化 …… 76
5.4　相似矩阵 …… 80
总习题 5 …… 81

第 6 章　实二次型 ………………………………………………………… 83
6.1　实二次型及其标准形 …………………………………………………… 83
6.2　正定二次型和正定矩阵 ………………………………………………… 86
总习题 6 ……………………………………………………………………… 88
模拟题一 …………………………………………………………………… 90
模拟题二 …………………………………………………………………… 96
模拟题三 …………………………………………………………………… 102
习题答案 …………………………………………………………………… 108
历年考研真题精选 …………………………………………………………… 122
历年考研真题答案 …………………………………………………………… 126

班级__________ 学号__________ 姓名__________

第1章 行 列 式

1.1 排列与逆序

1. 确定下列排列的逆序数,并指出排列的奇偶性.

(1) (1 4 3 2 5)

(2) (2 4 5 3 1 8 7 6)

(3) $(2\ 4\ 6\ 8\cdots 2n\ 1\ 3\ 5\cdots 2n-1)$

2. 选择 i 与 k,使排列(1)成为奇排列,使(2)成为偶排列.

(1) $(2\ 3\ 1\ i\ 5\ k\ 7)$

(2) $(i\ k\ 2\ 3\ 5\ 6\ 7)$

1.2 行列式的定义

1. 确定下列各项前带什么符号.

(1) 在四阶行列式中,$a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$

(2) 在五阶行列式中,$a_{52}a_{13}a_{41}a_{24}a_{35}$

(3) 在六阶行列式中,$a_{23}a_{31}a_{42}a_{65}a_{56}a_{14}$

2. 计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

(6) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

班级__________ 学号__________ 姓名__________

1.3 行列式的性质

1. 计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & \lambda & -3 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} x & a & b \\ x^2 & a^2 & b^2 \\ a+b & x+b & x+a \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$（其中 $a_i \neq 0, i=1,2,\cdots,n$）

(6) $\begin{vmatrix} a_1+x & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2+x & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3+x & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n+x \end{vmatrix}$

(7) $\begin{vmatrix} 1+x_1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2+x_2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3+x_3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4+x_4 \end{vmatrix}$ $(x_i \neq 0, i=1,2,3,4)$

(8) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & n \end{vmatrix}$

2. 已知 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=3$,计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ a_{11}-a_{21} & a_{12}-a_{22} & a_{13}-a_{23} \\ a_{11}+a_{31} & a_{12}+a_{32} & a_{13}+a_{33} \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{31}-5a_{21} & 3a_{21} \\ a_{21} & 2a_{32}-5a_{22} & 3a_{22} \\ a_{13} & 2a_{33}-5a_{23} & 3a_{23} \end{vmatrix}$

3. 证明下列恒等式.

(1) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & a+b & a+b+c \\ a & 2a+b & 3a+2b+c \end{vmatrix}=a^3$

(2) $\begin{vmatrix} by+az & bz+ax & bx+ay \\ bx+ay & by+az & bz+ax \\ bz+ax & bx+ay & by+az \end{vmatrix}=(a^3+b^3)\begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix}$

1.4 行列式的展开

1. 计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 7 & 8 & 5 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} \lambda-5 & 3 & -2 \\ -6 & \lambda+4 & -4 \\ -4 & 4 & \lambda-5 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$

(5)* $\begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}$

(6) $\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}$