

“十二五”国家重点图书



国家科学技术学术著作出版基金资助

N S E

8

网络科学与工程丛书

复杂动态网络的同步

Synchronization
in Complex Dynamical Networks

■ 陆君安 刘 慧 陈 娟 著

高等教育出版社



“十二五”国家重点图书

国家科学技术学术著作出版基金资助

网络科学与工程丛书

N S E

8

FUZA DONGTAI WANGLUO DE TONGBU

复杂动态网络的同步

Synchronization in Complex Dynamical Networks

■ 陆君安 刘 慧 陈 娟 著

高等教育出版社·北京

图书在版编目(CIP)数据

复杂动态网络的同步 / 陆君安, 刘慧, 陈娟著. --
北京: 高等教育出版社, 2016. 6
(网络科学与工程丛书)
ISBN 978-7-04-045197-9

I. ①复… II. ①陆… ②刘… ③陈… III. ①动态网
络-研究 IV. ①TN711

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 075164 号

策划编辑 刘 英 责任编辑 刘 英 封面设计 李卫青 版式设计 马 云
责任校对 张小镝 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京汇林印务有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	18		
字 数	280千字	版 次	2016年6月第1版
购书热线	010-58581118	印 次	2016年6月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	69.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 45197-00

作者简介

陆君安，武汉大学数学与统计学院教授、博士生导师。近 20 年来一直致力于复杂网络和混沌等方面的研究，曾获 2008 年度国家自然科学基金二等奖、2007 年度教育部自然科学一等奖、2013 年度和 2006 年度湖北省自然科学一等奖和二等奖。发表学术论文 200 余篇，其中 SCI 论文 100 余篇，SCI 他引 3000 余次，合著 4 部。培养博士生、硕士生多名，其中 3 名获湖北省优秀博士论文奖，2 名获全国优秀博士论文提名奖。2014 年和 2015 年入选爱思唯尔（Elsevier）中国高被引学者榜。



刘慧，华中科技大学自动化学院副教授、硕士生导师。2005 年、2007 年和 2010 年分获武汉大学理学学士、硕士和博士学位，2013 年获荷兰格罗宁根大学工学博士学位。曾于中国科学院数学与系统科学研究院、香港理工大学等做访问学者、博士后。研究方向为复杂网络的控制与应用、非线性系统以及图论方法应用等。2011 年获湖北省优秀博士论文奖，2014 年入选湖北省楚天学子。



陈娟，武汉科技大学理学院副教授。2006 年获华中师范大学理学学士学位，2008 年和 2011 年分获武汉大学理学硕士和博士学位。曾在香港城市大学做研究助理。近年来一直从事复杂网络同步与控制研究工作。



“网络科学与工程丛书”编审委员会

名誉主编：郭 雷院士 金芳蓉院士 李德毅院士

主 编：陈关荣

副 主 编：史定华 汪小帆

委 员：（按汉语拼音字母排序）

曹进德	陈增强	狄增如	段志生
方锦清	傅新楚	胡晓峰	来颖诚
李 翔	刘宗华	陆君安	吕金虎
任 勇	汪秉宏	王青云	王文旭
谢智刚	张翼成	周昌松	周 涛

序

随着以互联网为代表的网络信息技术的迅速发展，人类社会已经迈入了复杂网络时代。人类的生活与生产活动越来越多地依赖于各种复杂网络系统安全可靠和有效的运行。作为一个跨学科的新兴领域，“网络科学与工程”已经逐步形成并获得了迅猛发展。现在，许多发达国家的科学界和工程界都将这个新兴领域提上了国家科技发展规划的议事日程。在中国，复杂系统包括复杂网络作为基础研究也已列入《国家中长期科学和技术发展规划纲要（2006—2020年）》。

网络科学与工程重点研究自然科学技术和社会政治经济中各种复杂系统微观性态与宏观现象之间的密切联系，特别是其网络结构的形成机理与演化方式、结构模式与动态行为、运动规律与调控策略，以及多关联复杂系统在不同尺度下行为之间的相关性等。网络科学与工程融合了数学、统计物理、计算机科学及各类工程技术科学，探索采用复杂系统自组织演化发展的思想去建立全新的理论和方法，其中的网络拓扑学拓展了人们对复杂系统的认识，而网络动力学则更深入地刻画了复杂系统的本质。网络科学既是数学中经典图论和随机图论的自然延伸，也是系统科学和复杂性科学的创新发展。

为了适应这一高速发展的跨学科领域的迫切需求，中国工业与应用数学学会复杂系统与复杂网络专业委员会偕同高等教育出版社出版了这套“网络科学与工程丛书”。这套丛书将为中国广大的科研教学人员提供一个交流最新

研究成果、介绍重要学科进展和指导年轻学者的平台，以共同推动国内网络科学与工程研究的进一步发展。丛书在内容上将涵盖网络科学的各个方面，特别是网络数学与图论的基础理论，网络拓扑与建模，网络信息检索、搜索算法与数据挖掘，网络动力学（如人类行为、网络传播、同步、控制与博弈），实际网络应用（如社会网络、生物网络、战争与高科技网络、无线传感器网络、通信网络与互联网），以及时间序列网络分析（如脑科学、心电图、音乐和语言）等。

“网络科学与工程丛书”旨在出版一系列高水准的研究专著和教材，使其成为引领复杂网络基础与应用研究的信息和学术资源。我们殷切希望通过这套丛书的出版，进一步活跃网络科学与工程的研究气氛，推动该学科领域知识的普及，并为其深入发展做出贡献。

金芳蓉 (Fan Chung) 院士
美国加州大学圣迭戈分校
二〇一一年元月

前言

同步是自然和社会中广泛存在的现象，人们利用耦合动力学系统如耦合映像格子（coupled map lattices）和细胞神经网络（cellular neural networks）来研究同步现象已经有许多年的历史，但是早期这些工作都集中在具有比较简单和规则结构的网络上。最近十多年来，随着复杂网络小世界特性和无标度特性的发现，人们开始将节点的动力学性质与网络的复杂结构结合起来研究网络的同步化行为，使得复杂网络的同步成为网络科学的一个重要研究方向，并在诸多领域开始得到应用。

复杂动态网络区别于传统的图论主要在于两个方面，一方面它是由大量相同或者相异的节点和边组成的复杂的拓扑结构，另一方面是该网络节点具有自身的动力学，按照网络拓扑结构的不同而演化产生不同的群体行为，可能收敛于平衡点、周期轨或者混沌吸引子。复杂动态网络的同步正是这种演化的群体行为的最重要现象。因此研究网络同步就要研究网络的拓扑结构和节点动力学两者之间相互作用所产生的极其复杂的演化行为，这正是本书试图紧扣的主线。

复杂动态网络同步的数学模型有离散模型和连续模型，本书主要讨论连续模型。连续模型中最基本的是耦合微分方程模型和 Kuramoto 振子模型，主要研究的是网络节点

的完全同步和相同步等问题. 复杂动态网络同步的研究方法基本上有三种, 一种是利用 Lyapunov 函数方法的全局同步的稳定性分析, 第二种是由 Pecora 等人在 20 世纪 90 年代提出的局部同步的主稳定函数方法, 第三种是由 Belykh 等人在 2004 年提出的时变网络全局同步的连接图稳定性方法, 它将 Lyapunov 函数方法与图论结合起来. 本书将在第 4、5、6 章中分别详细介绍.

复杂动态网络的同步一方面要研究网络的结构是如何决定和影响网络节点之间的同步关系, 不同的拓扑结构如何产生不同的同步过程; 另一方面网络节点的动力学也能反演网络的拓扑结构, 这就是近几年来的一个热门方向: 基于同步的网络结构识别. 网络的 Laplacian 矩阵谱不但含有网络结构的大量信息, 而且与网络的同步能力和网络的同步过程紧密相关, 这也是近几年的一个重要研究方向. 本书将在第 7、8 章中详细介绍这两方面的内容.

复杂动态网络的同步在物理、化学、生物、工程技术以及社会和经济领域中有着广泛的背景, 短短的 10 多年已经取得了很大的进展, 但是距离人们彻底理解这一复杂现象和把握其本质, 还有很长的路要走. 人们为了研究的方便, 总是对模型给予种种假设, 而实际中的网络同步问题要复杂得多, 未解决和尚未认识的问题依然很多. 下面这些问题都是值得深入研究的. 譬如有向加权网络的同步就是一个困难的问题, 目前还没有比较系统的方法来估计网络耦合强度的下界; 同步过程的研究有利于揭示复杂系统的演化机理, 它与特征值谱存在着紧密的关系, 目前主要考虑的是最小非零特征值和最大特征值, 而对特征值谱和特征向量的研究还很少看到; 网络结构与同步演化的关系, 目前大量研究的是结构如何决定和影响网络同步, 反过来的问题这几年已经开始研究, 但还远远不够, 我们在基于同步的网络结构识别方面已经取得一定进展, 但更实际的

问题是基于实际数据的网络结构反演,最近几年开始已有一些研究工作;如何设计简单的控制器和控制尽可能少的节点来实现网络同步的优化问题,由于目标函数的多样性,仍有很大的研究空间;再譬如实际网络的同步经常呈模块或聚类结构,涉及跨度很广的尺度问题,还有多层网络的同步和扩散问题,等等.因此,我们说复杂动态网络同步的研究仍然处于一个新兴的阶段,方兴未艾.

本书包括如下9章.

第1章概述图和网络的基本概念以及相关的矩阵理论,介绍几类典型的复杂网络模型.

第2章给出离散动力系统稳定性和常微分方程稳定性的基本理论,以及混沌的基本概念和典型的例子,还介绍了我们提出的 Lorenz 系统最终界的一种估计方法.

第3章介绍网络同步的三种定义,对于它们之间的相互关系我们做了详细的论证,给出网络同步最基本的微分方程模型和 Kuramoto 振子模型,说明同步态和同步轨之间的联系和区别,讨论同步态与暂态之间的关系,分析有向网络中根块和叶块对同步态的贡献.本章在理论推导的基础上,提供了一批简单而又直观的实例加以说明,并指出一些尚待解决的问题.

第4章讨论网络全局同步的 Lyapunov 函数方法,首先介绍了最基本的线性耦合下的网络同步结果,接着介绍了基于不同控制方法下的网络同步判据,包括:自适应控制的同步方法、牵制控制的同步方法、含时滞的同步、脉冲同步等.本章在阐述我们的研究工作的同时,力求覆盖到国际国内同行的代表性成果.

第5章讨论网络局部同步的主稳定函数方法,在此基础上给出刻画网络同步能力的特征值指标,分析了规则网络、小世界网络、无标度网络和我们提出的一种等距加边的小世界网络的同步能力,最后介绍了我们最近提出的同

步稳定域的分叉问题，分析节点参数对同步的影响。

第 6 章讨论时变网络全局同步的连接图稳定性方法，在详细推导的基础上介绍了 Belykh 等人的理论结果，并增加了算例及该方法的一些应用。我们从 Spielman 提出的图谱理论的角度重新理解网络全局同步的经典结果，建立了侧重动力学的 Lyapunov 方法、侧重图拓扑的图比较方法以及连接图方法之间的桥梁。期望更多的图论结果能够比较直接地应用到复杂网络同步动力学的问题上。

第 7 章给出几种类型网络的特征值谱分布，分析特征值谱与度序列之间的关系。并且，在中尺度意义下，研究了不同拓扑结构的复杂网络的同步化过程，详细讨论了网络特征值谱与同步化过程之间的关系。本章以特征值谱为桥梁，力求揭示复杂网络的拓扑结构与同步化过程的内在联系，为复杂网络的中尺度研究提供新的立足点。

第 8 章讨论基于网络同步的网络拓扑结构的识别问题，详细推导同时识别网络拓扑和动力学参数的网络动力学方法，理论分析指出两簇函数组在同步流形上线性无关是网络拓扑识别的必要条件。在此基础上我们指出了网络同步阻碍拓扑识别的原则。

第 9 章讨论网络同步的某些进展，包括：大规模网络基于同步的粗粒化方法，在降低网络规模的同时保留初始网络的同步性质；聚类环和聚类链同步的尺度可变性问题；网络规模增大时动力学的同步性质能否继续保持的问题；多层网络的结构、两层星形网络、两层 BA 网络的同步问题。

复杂动态网络的同步这一领域的研究进展十分迅速，新的成果不断涌现。要从大量素材中选取最合适的内容，是一项很困难的事情。我们尽量把最基本最重要的理论、方法和应用（包括我们团队最近 10 余年的部分成果）撰写出来，力求既有严格的数学推导，又有便于理解的实例，在分析的基础上尽可能提出值得进一步思考的问题，让读

者和我们一道享受研究的乐趣。由于我们的水平有限，错误和遗漏在所难免，敬请读者批评指教。

过去 10 余年我们得到了网络科学领域许多专家的热情帮助和支持，在这里我们表示衷心的感谢！虽然我们很难一一列举他们的名字，但是我们还是要特别感谢 10 余年来我国网络科学的领军人物陈关荣教授长期以来对我们研究团队多方面的支持和帮助，感谢智刚教授、汪小帆教授、吕金虎研究员、李翔教授、方锦清研究员、史定华教授、汪秉宏教授、曹进德教授、傅新楚教授、陈士华教授等在本书的写作过程中所给予的关心和鼓励。还要感谢我们团队其他成员李大美、吴晓群、周进、韩秀萍、张群娇、赵军产、汤龙坤等教授、博士对本书的撰写所给予的具体帮助，感谢高等教育出版社刘英女士对本书出版的大力支持和精心编辑，最后我们感谢国家自然科学基金项目（编号：11172215，61374173，61304164，61403154）的资助。

作者
2015 年 12 月

目录

第 1 章 图、网络及矩阵理论	1
1.1 图的基本概念	2
1.2 图的代数表示	4
1.3 复杂网络简介	6
1.3.1 复杂网络中的基本特征量	7
1.3.2 几种典型的网络模型	9
参考文献	12
第 2 章 动力系统稳定性理论	15
2.1 离散动力系统稳定性	16
2.2 混沌的概念	20
2.2.1 帐篷映射	20
2.2.2 混沌的两种表述	21
2.2.3 Lyapunov 指数	23
2.3 常微分方程的稳定性	24
2.3.1 稳定性定义	24
2.3.2 自治系统的稳定性	26
2.3.3 非自治系统的稳定性	29
2.4 几种典型的微分方程确定的混沌系统	30
2.4.1 Lorenz 系统族	31
2.4.2 Chua 电路	33
2.4.3 Rössler 系统	35

2.5 Lorenz 系统最终界的一种估计方法	36
2.5.1 完整的球形最终界估计	37
2.5.2 椭球形最终界估计	42
参考文献	43
第 3 章 复杂动态网络同步的基本概念	47
3.1 一般连续时间动态网络模型	48
3.2 复杂网络的耦合相振子模型	50
3.2.1 Kuramoto 模型	50
3.2.2 小世界网络相位同步	53
3.2.3 无标度网络相位同步	54
3.3 同步态与同步轨问题	57
3.3.1 同步的几种定义及其联系	57
3.3.2 同步态与暂态	72
3.3.3 基于根块和叶块的有向网络同步	75
参考文献	79
第 4 章 网络同步的 Lyapunov 方法	81
4.1 一般线性耦合下的网络同步	82
4.2 自适应控制的网络同步方法	85
4.2.1 基本假设	85
4.2.2 同步的局部稳定性分析	86
4.2.3 同步的全局稳定性分析	88
4.2.4 数值仿真	90
4.3 自适应牵制控制的网络同步方法	91
4.3.1 同步的局部稳定性分析	93
4.3.2 同步的全局稳定性分析	96
4.3.3 数值仿真	97
4.4 节点含时滞的网络同步	99
4.4.1 模型和基本假设	99
4.4.2 全局指数同步定理	101
4.4.3 数值仿真	103

4.5 一类脉冲耦合网络	104
4.5.1 模型描述	104
4.5.2 脉冲耦合网络同步定理	106
4.5.3 数值仿真	113
参考文献	116
第5章 网络同步的主稳定函数方法.....	119
5.1 主稳定函数方法	120
5.2 几种典型网络的同步化能力	125
5.2.1 规则网络	125
5.2.2 NW 小世界网络.....	127
5.2.3 一种等距加边的小世界网络	131
5.2.4 BA 无标度网络	135
5.3 同步化区域的分岔问题	137
5.3.1 线性系统振子网络的同步化区域的分岔问题 ...	137
5.3.2 节点为统一系统的网络同步稳定域的分岔问题 ...	140
5.3.3 分岔对网络同步的影响	145
参考文献	147
第6章 网络同步的连接图方法.....	149
6.1 连接图稳定性方法简介	150
6.1.1 对称耦合网络	151
6.1.2 一般的非对称耦合网络.....	156
6.2 连接图稳定性方法的应用	157
6.2.1 几种规则网络	157
6.2.2 闪烁小世界模型	160
6.3 基于图谱方法的同步判据	162
6.3.1 图比较的记号、基本性质	163
6.3.2 对称耦合的网络	164
6.3.3 一般的非对称耦合的网络	171
参考文献	178

第 7 章 网络的特征值谱与同步化过程	181
7.1 统计量与 Laplacian 谱	182
7.2 几种典型网络的谱性质	184
7.2.1 规则网络	184
7.2.2 随机网络	186
7.2.3 小世界网络	188
7.2.4 无标度网络	189
7.2.5 社团网络	190
7.3 特征值谱与度序列的相关性	193
7.3.1 理论分析	193
7.3.2 数值结果	194
7.4 复杂动态网络的同步过程	197
7.4.1 复杂网络的同步过程	198
7.4.2 同步过程揭示复杂网络的拓扑尺度	201
7.4.3 复杂社团网络的同步过程	203
参考文献	206
第 8 章 基于同步的网络拓扑识别	209
8.1 基于自适应同步的网络动力学参数和 拓扑识别方法	210
8.2 影响自适应拓扑识别的因素	215
8.2.1 同步阻碍拓扑识别	215
8.2.2 耦合强度对拓扑识别的影响	216
8.2.3 节点差异性对识别效率的影响	220
参考文献	221
第 9 章 网络同步的某些进展	225
9.1 基于同步的粗粒化方法	226
9.1.1 基本方法	226

9.1.2 粗粒化方法在几种聚类网络上的应用	229
9.1.3 粗粒化与社团显著度	234
9.2 聚类环和聚类链同步的尺度可变性	236
9.2.1 从环状网络到链状网络同步能力的变化	236
9.2.2 聚类环和聚类链同步的尺度可变性	238
9.3 多层网络的同步	243
9.3.1 多层网络的结构	245
9.3.2 两层星型网络通过层间一条或两条边连接的 同步问题.....	250
9.3.3 两层星型网络通过层间 N 条边连接的同步问题 ...	255
9.3.4 BA-BA 两层网络通过度相关性连接的同步问题...	256
9.4 其他进展和展望	257
参考文献	259
索引.....	265