主编　周春荔　才裕平

XIAOXUEAOSHUQIANTIQIAOJIE

全新版

小学奥数千题巧解

「新题型」

六年级
LIUNIANJI

長春出版社

小学奥数

千题巧解

XIAOXUEAOSHUQIANTIQIAOJIE

六年级

丛书主编	周春荔	才裕平	
本册主编	王　成	庄晓秀	单连富
副 主 编	杨　宇	黄永生	孙振涛
编　　者	包丽君	孙　海	姜　华
	张建功	赵瑞生	于秀芝
	陈洪波	肖治国	姜　燕
	王守梅	马一心	季兰颖
	金慧坤	郑彦博	韩颖娟
	王　雨	韩　冰	

長春出版社

图书在版编目（CIP）数据

小学奥数千题巧解．六年级/周春荔，才裕平主编．长春：长春出版社，2009.5
ISBN 978－7－5445－0847－6

Ⅰ．小...　Ⅱ．①周...　②才...　Ⅲ．数学课－小学－解题　Ⅳ．G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 050986 号

小学奥数千题巧解（全新版·六年级）

责任编辑：杜　菲
封面设计：魏金霞

出版发行：長春出版社　　总编室电话：0431－88563443
发行部电话：0431－88561180　　读者服务部电话：0431－88561177
地　　址：吉林省长春市建设街 1377 号
邮　　编：130061
网　　址：www.cccbs.net
制　　版：吉林省久慧文化有限公司
印　　刷：吉林省吉育印业有限公司
经　　销：新华书店

开　　本：880 毫米×1230 毫米　1/32
字　　数：285 千字
印　　张：9.625
版　　次：2012 年 1 月第 2 版
印　　次：2013 年 10 月第 4 次印刷
定　　价：12.80 元

前　言

《奥数千题巧解》自1996年出版以来经多次修订，重印二十多次，总印数超百万册，已成为奥数学习、辅导的品牌图书，深受师生的好评。

参与本书编写的作者都是长期从事数学奥林匹克研究与教学的优秀教练员，有着丰富的教学经验。他们培养的学生曾多次在国内外奥赛、“华杯”赛、“希望杯”赛等数学竞赛中获金、银、铜牌。如1989年俞杨同学参加国际数学奥赛荣获金牌；第七届“华杯”赛中许宇航同学获得金牌；2004年第九届“华杯”赛中孟繁琪、金玥、李健伟、宋佳琪、宋菲荣等同学获得金牌，苗雨等十名学生获得银牌；第五届青少年数学国际城市邀请赛中孙文博同学获金牌第一名（初中组），汲翔同学获金牌第三名（初中组），多人获银牌和铜牌；第47届国际数学奥林匹克竞赛中金龙同学获金牌。

为了让更多师生从此书中受益，我们聘请了在奥赛、“华杯”赛、“希望杯”赛等数学竞赛中颇有影响的中国数学奥林匹克首批高级教练员周春荔教授和原书作者共同对本书进行再次修订，按照国家教育部颁布的《课程标准》要求，以中国数学会普及工作委员会拟定的《中、小学数学竞赛大纲》为准绳，保留原书精华，增加创新内容，遴选各种考试、竞赛中的精华题，分门别类编写。本丛书从小学一年级到初中三年级共九册，由低到高，循序渐进，编排科学实用。每章均含包括知识要点：把教材中的基本点、重点、难点、疑点、考点进行归纳整理，既便于学生学习，也利于教师辅导；典例巧解：精选近年来奥赛、“华杯”赛、中小考优秀真题及创新题，这些题覆盖面广，题型新颖，由易到难，典型实用；例题点拨：解题思路分析透彻，层次分明，解题过程详细、严谨，突出一个“巧”字，注重一题多解，引起学生的学习兴趣，提高其综合学习能力；解题技巧：总结本章知识的内在联系，对其解题思路加以总结，指出解某类题型的技能和窍门，使学生竞赛能力得以升华，这是本丛书的重要特点之一。

竞赛能级训练：为满足不同层次的学生要求，习题部分分A级、B级和能力测试。A级是巩固基础知识、夯实基础，在与课堂紧密结合的基础上有针对性地训练，激活学生的思维，提高学生的解题技巧，达到能力的提高；B级是竞赛部分，试题具有创新性，开拓学生的思维，解题技巧性强，旨在提高学生适应各级竞赛的能力，迎接新的挑战；能力测试：每章后精心设计一套能力测试题，考查学生对本章的重点、难点、疑点、考点的掌握和应用能力。挑战奥赛：每册书后设有三套模拟测试题，对每个年级学生的综合能力进行考查。书后附参考答案，对能级训练、能力测试、模拟测试题给出参考答案，全部给予详解，以便学生自测时参考。

丛书虽然经过精心设计和编写，但难免有疏漏之处，望广大读者批评指正。

MULU

目　录

第一章 列方程解应用题

知识要点

1. 列方程解应用题时，就是用字母代替未知数，字母和已知量处于同等的地位，然后根据存在于应用题中的等量关系，把已知量、未知量的关系用等式表示出来，即得方程，求出方程的解，使应用题得以解答。

2. 列方程解应用题的一般步骤是：审题→选元→列代数式→列方程→解方程→检验→做结论。

审题：审题就是要弄清题目中事物的已知量和未知量间的基本数量关系。

选元：合理选择未知数是解题的关键步骤之一。一般设直接未知数，即把题目所求量设为 x。特殊情况下也可设间接未知数，即把与所求量相关的某个量设为 x。

列代数式：把题目中用语言叙述的数量关系用代数式表示出来。列代数式时应特别注意实际问题中各量间所具有的基本关系。

列方程：根据题目所设的条件，利用等量关系列含有未知数的等式——方程。

解方程：求未知数 x。

检验：检查验证方程的解是否合乎题意。

做结论：写出正确的答语。

典例巧解

例 1 （第三届"希望杯"邀请赛试题）过年时，某种商品打八折销售，过完年，此商品提价________%可恢复到原来的价格。

点拨 此商品的原来价格不知道，我们可引入一个辅助未知数 a 元表

示，则打八折后的价格是 $0.8a$ 元，再设提价 $x\%$ 后可恢复到原价列方程求解。

解　设此种商品原来的价格是 a 元，则打八折后价格是 $0.8a$ 元，提价 $x\%$ 后可恢复到原价，由题意可列方程：

$$0.8a(1+x\%)=a$$

解得　$x=25$

答：提价 25% 后可恢复到原价。

例 2　甲、乙两人共携带 90 千克行李乘火车，甲超重部分交款 5.6 元，乙超重部分交款 4.4 元。如果甲、乙两人带的行李归一人携带，超重部分应交款 14 元。乘火车时每人免费携带行李的重量是多少千克？

点拨　题目中是甲、乙两人携带行李超重交款的事，但出现了归一人携带应交超重款不等于甲、乙两人分别携带应交超重款之和。我们应该找出题目中的日常语言，用译式法翻译成代数语言。把甲、乙两人乘火车时每人可免费携带行李的重量设为 x 千克。

日常语言	代数语言
每人可免费携带行李的重量是多少千克	x（千克）
如果一人携带行李超重多少千克	$(90-x)$（千克）
如果两人分别携带行李共超重多少千克	$(90-2x)$（千克）
超重部分每千克应交款多少元	$\frac{14}{90-x}$（元） 或 $\frac{5.6+4.4}{90-2x}$（元） 或 $\frac{14-(5.6-4.4)}{x}$（元）

解　设两人乘火车每人可免费携带行李的重量是 x 千克。

$$\frac{14}{90-x}=\frac{5.6+4.4}{90-2x}$$

$$\frac{14}{90-x}=\frac{10}{90-2x}$$

$$1260-28x=900-10x$$
$$360=18x$$
$$x=20$$

答：两人乘火车每人可免费携带行李的重量是 20 千克。

说明　也可以用方程$\frac{14}{90-x}=\frac{14-(5.6+4.4)}{x}$来解答。

例 3　敌军清晨 5 时从距我军 7 千米的驻地开始逃跑，我军在 5 时 15 分出发追击，速度是敌军的 $1\frac{1}{2}$ 倍，结果在 7 时 45 分追上。我军追击的速度是多少？

点拨　本题涉及三种量：速度、时间和路程，这三种量又分为敌军和我军的，这三种量的基本关系是：路程＝速度×时间。

解　设我军追击时每小时行 x 千米。

	速　度	时　间	路　程
我　军	x	$7\frac{45}{60}-5\frac{15}{60}$	$(7\frac{45}{60}-5\frac{15}{60})x$
敌　军	$x\div1\frac{1}{2}$	$7\frac{45}{60}-5$	$(7\frac{45}{60}-5)(x\div1\frac{1}{2})$

$$(7\frac{45}{60}-5\frac{15}{60})x=(7\frac{45}{60}-5)(x\div1\frac{1}{2})+7$$
$$2\frac{1}{2}x=2\frac{3}{4}\times x\times\frac{2}{3}+7$$
$$2\frac{1}{2}x=1\frac{5}{6}x+7$$
$$2\frac{1}{2}x-1\frac{5}{6}x=7$$
$$\frac{2}{3}x=7$$
$$x=10\frac{1}{2}$$

答：我军追击时每小时行 $10\frac{1}{2}$ 千米。

说明　1.列方程时两边单位要统一。

2. 必须把给定的条件全部用上。

3. 等量关系：我军行的路程＝敌军行的路程＋7 千米。

例 4 某厂赶制一批零件，生产了 500 个以后，经过技术改进使生产效率提高到原来的 2 倍，现在生产 600 个的时间比原来生产 500 个的时间还少 20 小时。原来每小时生产零件多少个？

点拨 本题涉及工作效率、工作时间和工作总量三种量，它们的基本关系是：$\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}}$＝工作时间，又可分为技术改进前和技术改进后两种工作状态。为了明确表示题意，我们不如设这个工厂技术改造前每小时生产零件 x 个，列表进行解题。

解 设原来每小时生产零件 x 个。

	工作效率	工作总量	工作时间
技术改进前	x	500	$\frac{500}{x}$
技术改进后	$2x$	600	$\frac{600}{2x}$

$$\frac{500}{x}=\frac{600}{2x}+20$$
$$1000=600+40x$$
$$1000-600=40x$$
$$400=40x$$
$$x=10$$

答：原来每小时生产 10 个零件。

例 5 甲每分钟走 50 米，乙每分钟走 60 米，丙每分钟走 70 米。甲、乙从 A 地、丙从 B 地同时相向出发，丙遇到乙以后 2 分钟又遇到甲。求 A、B 两地的距离。

点拨 由于路程＝速度×时间，现已知速度求距离，故可以直接设距离为 x，也可设时间为 x，现用两种方法解之。

解法一 设乙、丙相遇时已用了 x 分钟，则甲、丙相遇时用了 $(x+2)$ 分钟，故 A、B 两地的距离等于乙、丙相遇时乙、丙所行路程的和，也等于甲、丙相遇时甲、丙所行路程的和。

乙、丙相遇时，乙、丙所行路程的和：$(60+70)x=130x$

甲、丙相遇时，甲、丙所行路程的和：$(50+70)\times(x+2)$

$$=120x+240$$

所以有方程 $130x=120x+240$

解这个方程得 $x=24$，即乙、丙 24 分钟相遇。

所以 A、B 两地的距离：$130\times24=3120$(米)

答：A、B 两地的距离为 3120 米。

解法二　设 A、B 两地的距离为 x 米。则乙、丙相遇所需时间为 $x\div(60+70)$分钟，甲、丙相遇所需时间为 $x\div(50+70)$分钟，由此得方程

$$\frac{x}{120}-\frac{x}{130}=2$$

解这个方程，在原方程左右两边同时乘以 120×130，得

$$\begin{aligned}130x-120x&=2\times120\times130\\10x&=31200\\x&=3120\end{aligned}$$

答：A、B 两地的距离为 3120 米。

例 6　一台天平，右盘上有若干重量相同的白球，左盘上有若干重量相等的黑球，这时两边平衡。如果从右盘取走一个白球放在左盘，再取左盘两个黑球置于右盘，同时给左盘加 20 克砝码，这时两边也平衡。如从右盘移动两个白球到左盘上，从左盘移一个黑球到右盘，则须再放 50 克砝码于右盘上，两边才平衡。问白球、黑球每个重多少克？

点拨　不妨设白球每个重 x 克，黑球每个重 y 克。第一次换球时，右盘增加 2 个黑球、减少 1 个白球；左盘增加 1 个白球及 20 克砝码、减少 2 个黑球，两边平衡，故有 $2y-x=x+20-2y$。第二次，右盘增加 1 个黑球及 50 克砝码，减少 2 个白球；左盘增加 2 个白球，减少 1 个黑球，两边平衡，又有 $y+50-2x=2x-y$。

解　设白球每个重 x 克，黑球每个重 y 克。则有

$$\begin{cases}2y-x=x-2y+20,\\y-2x+50=2x-y。\end{cases}$$

化简得 $\begin{cases}4y-2x=20, & ①\\2y-4x+50=0。 & ②\end{cases}$

由①式可得 $x=2y-10$，代入②式得

$$2y-4(2y-10)+50=0$$
$$2y-8y+40+50=0$$
$$90=8y-2y$$
$$y=15$$

把 $y=15$ 代入①式得 $x=20$

所以方程组的解为 $\begin{cases}x=20,\\ y=15。\end{cases}$

答：白球每个重 20 克，黑球每个重 15 克。

例 7 （第三届“希望杯”邀请赛试题）今年儿子的年龄是父亲年龄的 $\frac{1}{4}$，15 年后，儿子的年龄是父亲年龄的 $\frac{5}{11}$，今年儿子________岁。

点拨　解题时要清楚父亲与儿子的年龄差是不变的。

解法一　设今年儿子 x 岁，则今年父亲 $4x$ 岁。15 年后，儿子 $(x+15)$ 岁，则父亲 $(4x+15)$ 岁。由题设知

$(4x+15):(x+15)=11:5$

于是 $(4x+15):(4x+60)=11:20$

解得　$x=10$

解法二　设今年父亲 x 岁，儿子 y 岁，由题设知

$x:y=4:1$

得　$(x-y):y=3:1=6:2$

15 年后，有

$(x+15):(y+15)=11:5$

得　$(x-y):(y+15)=6:5$

所以　$y:(y+15)=2:5$

即　$y:15=2:3$

$y=10$

例 8 雨后初晴，小方同几个小伙伴八点多钟上山采集标本，临出门时他看了看时钟，时针与分针恰好重合；下午两点多钟他回到家里，一进门看到了钟的时针与分针方向相反，正巧成一条

直线。小方采集标本是几点出发的？几点回到家的？共用了多少小时？

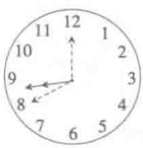
点拨　分针每小时转过 60 个格，时针每小时只转 5 个格，这就是说，分针转速是每分钟转 1 个格，而时针转速是每分钟转$\frac{1}{12}$格。依题意可以画出钟面图，并估计确定分针和时针的位置，认真观察钟面图，分析后就可以找到解决问题的方法。

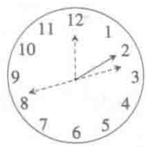
(1)求几点钟出发的。

八点钟时，分针与时针指在虚线位置上(如下左图)。假设分针和时针在 8 点 x 分时重合，由图意可知：这时分针转了 x 个格，时针转了$(x-40)$个格，时针也转了$\frac{x}{12}$个格，列方程可解。

(2)同理能求出小方下午的回家时间。

如下右图，假设分针和时针在 2 点 y 分时成一条直线，由图意可知：分针转了 y 个格，时针转了$(y-40)$个格，时针也转了$\frac{y}{12}$个格。





解　(1)设分针和时针在 8 点 x 分时重合，则有

$$\frac{x}{12}=x-40$$

$$x=43\frac{7}{11}$$

所以小方出发时间是上午 8 点 $43\frac{7}{11}$分。

(2)设分针和时针在 2 点 y 分时成一条直线，则有

$$\frac{y}{12}=y-40$$

$$y=43\frac{7}{11}$$

所以小方回家的时间是下午 2 点 $43\frac{7}{11}$分。

(3)采集标本共用时间

14 时 $43\frac{7}{11}$分－8 时 $43\frac{7}{11}$分＝6 小时

答：小方采集标本是 8 点 $43\frac{7}{11}$分出发的，下午 2 点 $43\frac{7}{11}$分回到家里，共用了 6 个小时。

例 9 一组割草人要把两块地的草割完。大的一块比小的一块大一倍。上午所有人都在大的一块草地割草，下午一半人仍留在大块草地上，到傍晚时正好把草割完。另一半人去割小块草地的草，到傍晚还剩下一小块，这一小块由一个割草人再用一天时间刚好割完。这组割草人共有多少人？

点拨 由"大的一块比小的一块大一倍"可知，大的一块是小的一块的 2 倍，若将小的一块用正方形表示，大的一块用边长是正方形边长的 2 倍、宽是正方形边长的长方形表示，如右图。由题意可知，小块草地是两块草地的 1/3，而一天内割完两块草地需要的人数比实际参加的人数多 1 人，一天内割完小块草地需要的人数占需要总人数的 1/3，一半人割半天，相当于需要人数的一半，则一天内割完小块草地需要的人数比实际人数的 1/4 多 1 人。因此，可以列出方程求解。

解 设这组割草人共有 x 人。

$$\frac{x+1}{3}=\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+1$$

$$4x+4=3x+12$$

$$x=8$$

也可以列成下列方程：

$(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})x=1+\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}(x+1)=\frac{x}{2}+\frac{x}{4}$

还可以用算术方法解：$(1+\frac{1}{3})\div(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})=8$(人)

答：这组割草人共有 8 人。

例 10 已知盐水若干千克，第一次加入一定量的水后，盐水的浓度为 3%，第二次又加入同样多的水后，盐水的浓度变为 2%。求第三次加入同样的水后盐水的浓度。

点拨 这道题是有关浓度的问题，原有盐水的重量不知道，必须用字母表示，而每次加水后浓度变化了，溶液重量变化了，而溶质盐的重量不变，每次加入的水的重量又同样多，也应用字母表示，所求的问题设为未知数，这就出现了两个辅助未知数。

解 设原有盐水 a 千克，每次加水 b 千克，第三次加入同样多的水后盐水的浓度为 $x\%$。

$$\begin{cases}3\%(a+b)=2\%(a+2b),\\2\%(a+2b)=(a+3b)\times x\%。\end{cases}$$

化简得 $\begin{cases}3(a+b)=2(a+2b), & ①\\2(a+2b)=(a+3b)\times x。 & ②\end{cases}$

由①式得 $3a+3b=2a+4b$

即 $a=b$

把 $a=b$ 代入②，得 $2(b+2b)=(b+3b)x$

$6b=4bx$

因为 $b\neq0$

所以 $4x=6$　$x=1.5$

答：第三次加入同样多的水后，盐水浓度变为 1.5%。

例 11 （第五届“希望杯”邀请赛试题）两条公路成十字交叉，甲从十字路口南 1200 米处向北直行，乙从十字路口处向东直行。甲、乙同时出发 10 分钟，两人与十字路口的距离相等；出发后 100 分钟，两人与十字路口的距离再次相等，此时他们距离十字路口多少米？

点拨 本题涉及路程、时间和速度三种量。由于路程＝速度×时间，现要求距离，因速度未知，可设甲、乙的速度分别为 x,y，再解之。

解法一　设甲的速度为 x 米/分钟，乙的速度为 y 米/分钟，则

$$\begin{cases}1200-10x=10y, & ① \\ 100x-1200=100y。 & ②\end{cases}$$

由①×10+②得

$$12000-100x+100x-1200=100y+100y$$
$$10800=200y$$
$$y=54$$

所以出发后 100 分钟，乙与十字路口的距离是

$$100y=54\times100=5400(\text{米})$$

答：出发后 100 分钟，当甲、乙两人与十字路口的距离再次相等时，他们距十字路口 5400 米。

解法二　甲 100 分钟比乙 100 分钟多走 1200 米，即甲比乙每分钟多走 12 米。

又因为出发 10 分钟时，甲、乙两人与十字路口的距离相等，所以乙每分钟走

$$(1200-12\times10)\div10\div2=54(\text{米})$$

因此，出发后 100 分钟，乙与十字路口的距离是

$$54\times100=5400(\text{米})$$

答：出发后 100 分钟，当甲、乙两人与十字路口的距离再次相等时，他们距十字路口 5400 米。

解题技巧

列方程解决问题的实质是将问题中的同一个数或等量用两种方式表达出来，建立等量关系。而这种等量关系的建立首先必须对题目作细致的分析，因为较复杂的问题，其等量关系比较隐蔽，需要综合地运用学过的知识，有时还采用一些技巧和方法，如应用图表，或画图来进行直观分析，或是连续两次列方程，或是增设未知数，帮助建立已知量和未知量的联系，为列方程创造条件，化难为易。