概率论与数理统计习题集

GaiLüLun yu ShuLiTongji XiTiJi

马志民　杨卓东◎主编

重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

概率论与数理统计习题集

GaiLüLun yu ShuLiTongji XiTiJi

马志民　杨卓东◎主　编

王志龙　徐广顺
张玉琴　熊良鹏◎副主编

GL

重庆大学出版社

内容提要

本书由概率论与数理统计教学中的一线教师编写而成,主要内容为章节要点和重要公式、重点知识网络、基础知识强化习题、知识提高习题、期末同步复习试题及其答案. 书中习题在内容编排上由浅入深、题型丰富、题量适中.

本书可作为高等学校概率论与数理统计复习指导书,也可作为教学参考书或自学者用书.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题集 / 马志民,杨卓东主编. —重庆:重庆大学出版社,2016. 8

ISBN 978-7-5624-9940-4

Ⅰ.①概… Ⅱ.①马… ②杨… Ⅲ.①概率论—高等学校—习题集 ②数理统计—高等学校—习题集 Ⅳ.①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 145692 号

概率论与数理统计习题集

马志民 杨卓东 主 编

王志龙 徐广顺 张玉琴 熊良鹏 副主编

责任编辑:陈 力 版式设计:陈 力

责任校对:邹 忌 责任印制:邱 瑶

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:易树平

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:http://www. cqup. com. cn

邮箱:fxk@ cqup. com. cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆市国丰印务有限责任公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:11. 5 字数:287 千

2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5624-9940-4 定价:28. 00 元

前 言

本书是根据独立学院学生学习概率与数理统计的实际情况编写的一本学习指导书. 概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一门学科，是数学中与现实世界联系紧密、应用广泛的学科之一. 在金融、保险、经济与企业管理、工农业生产、军事、医学、地质学、空间技术、气象与自然灾害预报等方面都有广泛应用.

编写本书的目的是希望独立学院层次的学生能够更好地掌握概率与数理统计知识，为今后专业课的学习打下良好的基础.

全书共 8 章和 3 套同步复习试题，每章内容包括以下几个方面：

1. 每章的知识要点：结合教学大纲和编者的教学经验，给出每章对应的学习要点、基本公式等.

2. A 类基础习题：此类习题是对教材习题的补充，供学生复习基础知识和课后强化使用.

3. B 类提高习题：提高学生对基本知识的掌握，满足学有余力的学生进一步的学习需求.

4. 模拟试题：在本书的最后，编者给出 3 套同步复习试题，以供学生期末复习使用.

本书在编写时考虑独立学院学生的实际需求，学生可以根据自己的实际情况选择相应分类的题型进行学习，同时建议教师在教学时对学生习题的选择作相应的指导.

本书由马志民、杨卓东统稿，参与编写的有杨卓东、张建亮、熊良鹏、王志龙、马致远、马志民、徐广顺、冯向东和张玉琴. 在本书的编写过程中得到了成都理工大学工程技术学院数学教研室田琳主任和全体教师的帮助，也获得基础部杨志军部长和教务处相关领导的大力支持，在这里表示衷心感谢.

由于编者水平有限，对本书的不妥之处，敬请广大读者批评指正.

编 者

2016 年 6 月

目　录

第一章　随机事件与概率 …… 1
§1.1—1.2　随机事件及其运算 …… 2
§1.3　概率及计算 …… 5
§1.4　条件概率 …… 13
§1.5　事件的独立性 …… 21

第二章　随机变量及其分布 …… 28
§2.1　分布函数及离散型随机变量 …… 30
§2.2　连续型随机变量 …… 38
§2.3　常用概率分布 …… 43
§2.4　随机变量函数的分布 …… 47

第三章　二维随机变量及其分布 …… 51
§3.1　二维随机变量及其分布 …… 53
§3.2—3.3　二维离散型和连续型随机变量 …… 56
§3.4—3.5　条件分布与独立分布 …… 63
§3.6　二维随机变量函数的分布 …… 69

第四章　随机变量的数字特征 …… 73
§4.1　数学期望 …… 75
§4.2　方差 …… 80
§4.3　协方差与相关系数 …… 84

第五章　大数定律及中心极限定理 …… 90
§5.1　大数定律 …… 90
§5.2　中心极限定理 …… 93

第六章　数理统计的基本概念 …… 98
§6.1—6.2　总体与样本、统计量 …… 100
§6.3　抽样分布 …… 106

第七章　参数估计 …… 111
§7.1—7.2　点估计、估计量的评价标准 …… 112
§7.3　区间估计 …… 119

第八章　假设检验 …… 125

期末同步复习题 …… 131
期末同步复习题(一) …… 131
期末同步复习题(二) …… 136
期末同步复习题(三) …… 140

参考答案 …… 144

第一章 随机事件与概率

【本章要点】

1. 随机试验的全部可能结果组成的集合 S 称为样本空间，样本空间 S 的子集称为事件.

2. 古典概型的概率计算方法：$P(A)=\dfrac{n}{m}$（其中 n 为事件 A 包含的基本事件数，m 为样本空间 S 中基本事件的总数).

3. 几何概型：$P(A)=\dfrac{S_A}{S}$（其中 S 为样本空间的度量，S_A 为构成事件 A 的子区域的度量).

4. 概率的加法公式

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

5. 条件概率和乘法公式的应用

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

6. 乘法公式

$$P(AB)=P(A)P(B|A)$$
$$P(ABC)=P(C|AB)P(B|A)P(A)$$

7. 全概率公式

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\cdots+P(A|B_n)P(B_n),$$

[其中 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分，且 $P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$].

8. 贝叶斯公式

$$P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)}(i=1,2,\cdots,n).$$

9. 事件的独立定义：$P(AB)=P(A)P(B)$，在实际应用中，对于事件的独立性，人们往往不是根据定义来验证，而是根据实际意义来加以判断.

§1.1—1.2 随机事件及其运算

(A)基础练习

一、选择题

1. 掷一枚硬币,观察出现字面和花面的情况.设 A 表示"出现字面",则称 A 为(　　).

A. 不可能事件　　B. 必然事件　　C. 基本事件　　D. 随机事件

2. 对任意两个事件 A 和 B,与 $A \cup B = B$ 不等价的是(　　).

A. $A \subset B$　　B. $\overline{B} \subset \overline{A}$　　C. $A\overline{B} = \varnothing$　　D. $\overline{A}B = \varnothing$

3. 对任意两个事件 A 和 B,与 $A \cap B = B$ 等价的是(　　).

A. $A \subset B$　　B. $\overline{B} \subset \overline{A}$　　C. $A\overline{B} = \varnothing$　　D. $\overline{A}B = \varnothing$

二、填空题

1. 下列属于随机现象的有________________.

(1) 某路口单位时间内通过"福克斯"牌轿车的辆数;

(2) n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180°$;

(3) 某同学竞选学生会主席成功的可能性;

(4) 一名篮球运动员每场比赛所得的分数.

2. 若 A 和 B 是两事件,则 $A \cup B$ 的概率意义是________________.

3. 若 A 和 B 是两事件,则 $A \cap B$ 的概率意义是________________.

4. 若事件 A 和事件 B 满足 $\overline{B} \subset \overline{A}$,则事件 $AB =$________________.

三、解答题

1. 将一枚均匀的硬币抛两次,事件 A,B,C 分别表示"第一次出现正面""两次出现同一

面”“至少有一次出现正面”. 试写出样本空间及事件 A,B,C 中的样本点.

2. A,B,C 表示三事件,用文字解释下列事件的概率意义.

(1)$A\cup B\cup C$;(2)$A(\bar{B}\cup\bar{C})$;(3)$\bar{A}BC\cup A\bar{B}C\cup AB\bar{C}$.

3. 任意抛掷一颗骰子,观察出现的点数. 设事件 A 表示“出现偶数点”,事件 B 表示“出现的点数能被 3 整除”.

(1) 写出试验的样本点及样本空间;

(2) 将事件 A 及事件 B 分别表示为样本点的集合;

(3) 下列事件:$\bar{A},\bar{B},A\cup B,AB,\overline{A\cup B}$ 分别表示什么事件? 并把它们表示为样本点的集合.

4. 甲,乙,丙 3 人各射一次靶,记 A 为“甲中靶”,B 为“乙中靶”,C 为“丙中靶”,用上述 3 个事件的运算来分别表示下列各事件:

(1) 甲未中靶；
(2) 甲中靶而乙未中靶；
(3)3 人中只有丙未中靶；
(4)3 人中恰好有一人中靶；
(5)3 人中至少有一人中靶；
(6)3 人中至少有一人未中靶；
(7)3 人中恰有两人中靶；
(8)3 人中至少有两人中靶；
(9)3 人均未中靶；
(10)3 人中至多有一人中靶；
(11)3 人中至多有两人中靶.

(B) 提高练习

解答题

1. 设随机试验满足 $\Omega=\{\omega\mid 0\leqslant\omega\leqslant 1\}$，$A=\left\{\omega\,\middle|\,0\leqslant\omega<\frac{1}{3}\right\}$，$B=\left\{\omega\,\middle|\,\frac{1}{4}\leqslant\omega<\frac{2}{3}\right\}$，$C=\left\{\omega\,\middle|\,\frac{2}{3}\leqslant\omega<1\right\}$. 试将下列事件用 A，B，C 及样本点的集合表示出来.

(1) 事件 A，B，C 都不发生；(2) 事件 A，B，C 不全发生；

(3) 事件 A 不发生，且事件 B 和事件 C 中至少有一个发生.

2. 在区间[0,2]上任取一数，记 $A=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}<x\leqslant 1\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\right\}$，求下列

事件的表达式：(1)$A \cup B$；(2)$\overline{A}B$；(3)$A\overline{B}$；(4)$A \cup \overline{B}$.

3. 设事件 A,B,C 满足 $ABC \neq \varnothing$，试将下列事件表示为一些互不相容的事件的和：$A+B+C$，$AB+C$，$B-AC$.

§1.3　概率及计算

(A) 基础练习

一、选择题

1. 已知 $P(\overline{A})=0.3$，$P(A\overline{B})=0.4$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$(　　).

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.7

2. 袋子中有 4 个红球，2 个白球，两人从袋中各取一个球，则至少一人取得红球的概率为(　　).

A. $\frac{1}{15}$　　B. $\frac{2}{15}$　　C. $\frac{14}{15}$　　D. $\frac{13}{15}$

二、填空题

1. 若事件 A 和事件 B 互不相容,且 $P(B)=0.3$,则 $P(A\cup\bar{B})=$________________.

2. 设 $P(A)=\frac{1}{3}$,$P(A\cup B)=\frac{1}{2}$,$P(AB)=\frac{1}{4}$,则 $P(B)=$________________.

3. 设事件 A,B 满足 $P(\bar{A}B)=0.2$,$P(B)=0.6$,则 $P(AB)=$________________.

4. 设 $P(A)=0.4$,$P(B)=0.3$,$P(A\cup B)=0.4$,则 $P(A\bar{B})=$________________.

5. 设 A,B 是两个事件,已知 $P(A)=0.25$,$P(B)=0.5$,$P(AB)=0.125$,则:
$P(A\cup B)=$________________;$P(\bar{A}B)=$________________;$P(\overline{AB})=$________________;$P[(A\cup B)(\overline{AB})]=$________________.

6. 设 A,B 是两随机事件,已知 $P(A)=0.5$,$P(B)=0.7$,则 $P(AB)$ 的取值范围为________________.

三、解答与证明题

1. 设 A,B,C 为 3 事件,且有 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$,$P(AB)=P(BC)=0$,$P(AC)=\frac{1}{8}$.求 A,B,C 至少有一个发生的概率.

2. 设 $P(A)=\frac{1}{3}$,$P(B)=\frac{1}{2}$,试就以下 3 种情况分别求 $P(B\bar{A})$:

(1)$AB=\varnothing$;　(2)$A\subset B$;　(3)$P(AB)=\frac{1}{8}$.

3. 甲、乙两同学每人有两本书，将 4 本书混放在一起，每人随机拿回两本，求甲同学拿到一本自己的书和一本乙同学书的概率.

4. 将甲、乙两球随机放入编号为 1，2，3 的 3 个盒子中，每个盒子的放球数量不限，求在 1，2 号盒子中各有一个球的概率.

5. 已知某车间在 3 天内，每天生产 10 件某产品，其中第一天出现了 1 件次品，而质检部每天需从生产的 10 件产品中随意抽取 4 件进行检查，若发现有次品，则当天的产品不能通过. 求第一天通过检查的概率.

6. 袋中有 9 个球(4 白 5 黑),现从中任意取两个球,求:

(1) 两个均为白球的概率;

(2) 两个球中一个是白球,另一个是黑球的概率;

(3) 至少有一个黑球的概率.

7. 一个盒子中装有 6 只晶体管,其中有 2 只是不合格品,现在作不放回抽样,接连取两次,每次取 1 只,试求下列事件的概率:

(1) 两只都合格;

(2) 1 只合格,1 只不合格;

(3) 至少有 1 只合格.

8. 掷两颗骰子,求下列事件的概率:

(1) 点数之和为 7;(2) 点数之和不超过 5;(3) 点数之和为偶数.

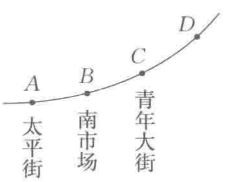
9. 总经理的 5 位秘书中有两位精通英语，今偶遇其中的 3 位，求下列事件的概率：

(1) 事件 A："其中恰有一位精通英语"；

(2) 事件 B："其中恰有两位精通英语"；

(3) 事件 C："其中有人精通英语".

10. 暑假期间，甲、乙两名学生准备以问卷的方式，对某城市市民的出行方式进行调查. 如图所示为该城市的地铁二号线路图(部分)，甲、乙分别从太平街站(用 A 表示)、南市场站(用 B 表示)、青年大街站(用 C 表示)这 3 站中，随机选取一站作为调查的站点.



(1) 求甲选取问卷调查的站点是太平街站的概率；

(2) 求乙选取问卷调查的站点与甲选取问卷调查的站点相邻的概率.

11. 在 11 张卡片上分别写上 engineering 这 11 个字母，从中任意连抽 6 张，求依次排列结果为 ginger 的概率.

12. 在线段[0,3]上任取一点,则此点坐标大于 1 的概率是多少?

13. 在 400 mL 自来水中有一个大肠杆菌,今从中随机取出 2 mL 水样放在显微镜下观察,则发现大肠杆菌的概率是多少?

14. 两人相约 8 点到 9 点在某处会面,先到者等后到者 20 min,过时就离开,这两个人能会面的概率为多少?

15. 设一质点一定落在 xOy 平面内由 x 轴、y 轴及直线 $x+y=1$ 所围成的三角形内,而落在这个三角形内各点处的可能性相等,计算该质点落在直线 $x=1/3$ 的左边的概率.

（B）提高练习

解答题

1. 已知 $A \subset B$，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.6$，则

(1)$P(\bar{A})$，$P(\bar{B})$；(2)$P(A \cup B)$；(3)$P(AB)$；(4)$P(\bar{B}A)$，$P(\bar{A}\bar{B})$；(5)$P(\bar{A}B)$．

2. 设 A，B 是两个事件，已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.7$，$P(A \cup B)=0.8$，试求 $P(A-B)$ 及 $P(B-A)$．

3. 设 A，B 是两事件，且 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.7$，问：

(1) 在什么条件下，$P(AB)$ 取到最大值，最大值是多少？

(2) 在什么条件下，$P(AB)$ 取到最小值，最小值是多少？