21世纪高职高专经济管理类规划教材

总主编　杨紫元

经济数学基础（1）

JINGJI SHUXUE JICHU

主　编　闫杰生

河南大学出版社

JINGJI SHUXUE JICHU

经济数学基础

（1）

主　编　闫杰生
副主编　张　彬　庞进丽

河南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础(1)/闫杰生主编. —郑州:河南大学出版社,2013.9
ISBN 978-7-5649-1344-1

Ⅰ.①经… Ⅱ.①闫… Ⅲ.①经济数学－高等学校－教材 Ⅳ.①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 224320 号

责任编辑 朱建伟 李亚涛
责任校对 李亚涛
封面设计 王四朋

出版发行 河南大学出版社
地址:郑州市郑东新区商务外环中华大厦 2401 号 邮编:450046
电话:0371-86059712(高等教育出版分社)
0371-86059713(营销部) 网址:www.hupress.com
排　版 郑州市今日文教印制有限公司
印　刷 郑州海华印务有限公司
版　次 2013 年 9 月第 1 版 **印　次** 2013 年 9 月第 1 次印刷
开　本 787mm×1092mm 1/16 **印　张** 14
字　数 306 千字 **定　价** 26.00 元

前 言

自经济学作为一门学科出现，数学就在研究和说明经济思想中扮演着重要的角色.

数学具有精确严密的特点，并能清晰地解决复杂的问题，这使得数学方法在分析经济问题时具有很高的价值. 不仅许多经济学概念可以用数学去度量(如价格、商品数量以及货币等)，而且数学还可以帮助我们研究这些数量之间的关系. 经济模型把数学和经济学有机地结合在了一起.

本书是为适应高职高专数学教学发展，按“教、学、用”一体化的思路，征求经济学各专业教师的意见，经过深入调研，为高职高专经济和管理类专业学生编写而成的. 在编写过程中，努力做到知识体系完整、框架结构合理、内容编选丰富、教与学相结合、学与用相呼应，并努力实现理论扎实严谨、行文深入浅出、用例通俗实用，以此来满足高职高专学生学习的需求.

该书全面系统地介绍了相关的数学基础，并且在不失数学本身的严密性和精确性的前提下，打破了经济学和数学分别教学的常规，将经济学与数学有机结合在一起，不但清晰地表达了相关的数学主题，而且比较完美地将这些主题与经济问题相结合. 教会学生利用数学知识解决相关的经济问题是本书的主题之一.

本书具有以下突出特点：

(1)经济知识与数学内容衔接合理，且相互融合，体现了数学教学的适用性；数学语言与经济语言简练适度，概念清晰，方法简明；重视经济应用，其他应用相对淡化.

(2)内容内涵丰富，体现以数学思想为核心；以经济应用为主线，体现数学教学的应用性；知识案例一体化，“教、学、用”合而为一，体现工学结合思想；适度安排数学实验教学，体现了数学教学的工具性.

(3)重视基本计算，难题计算相对淡化；例题习题难易程度层次分明，便于学生学习和教师讲授；各章有小结、知识脉络、常见题型，自成体系，便于梳理和掌握；每章后配有复习题，在书末附有答案，便于学生进行巩固练习.

本书共两册，第1册的主要内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数应用、动态经济学与积分学、定积分及其应用、多元函数微分学基础等，共六章.

本书由闫杰生总策划、组织实施. 本册编者的具体分工如下：张彬，第一章；闫杰生，第二章；韩欲青，第三章、第四章；庞进丽，第四章、第五章；万冬梅，第六章、附录. 在编写的过

程中,得到商丘职业技术学院领导、经贸系经济学专业教师和河南大学出版社的支持与帮助,并提出许多宝贵意见,同时我们参阅了同行许多新的科研成果,在此一并表示感谢.

疏漏与不足之处,望不吝赐教.

闫杰生

2013 年 5 月

目　　录

第一章　函数、极限与连续

学习目标

1. 了解函数的概念，函数的单调性、奇偶性、周期性的概念，反函数的概念，左、右极限的概念，无穷小、无穷大的概念，闭区间上连续函数的性质.

2. 理解基本初等函数、复合函数、初等函数、分段函数的概念，需求函数与供给函数的概念，函数极限的定义，无穷小的性质，函数在一点连续的概念，初等函数的连续性.

3. 掌握复合函数的复合过程，极限四则运算法则.

4. 会用函数关系描述经济问题，会求数列和函数的极限，对无穷小进行比较，用两个重要极限求极限，判断间断点的类型.

微积分是数学的重要分支，是高等数学的核心，而函数和极限分别是微积分的研究对象和工具. 本章将在复习和加深理解有关知识的基础上，着重讨论函数的极限和函数的连续性问题.

1.1　函　　数

函数是微积分学研究的对象. 在中学里我们已经学习过函数的概念，在这里不是进行简单的重复，而是从全新的视角来对它进行描述并重新分类.

1.1.1 函数的概念

1. 常量与变量

在日常生活和经济活动中，我们经常会遇到各种不同的量，如身高、气温、产量、收入、成本等. 这些量可以分为两类. 一类量在考察的过程中不发生变化，只取一个固定的值，我们把它称作**常量**. 例如，圆周率 π 是个永远不变的量，某种商品的价格、某个班的学生人数，在一段时间内保持不变，这些量都是常量. 另一种量在所考察的过程中是变化的，可以取不同数值，我们把它称作**变量**. 例如，一天中的气温、生产过程中的产量都是在不断变化的，它们都是变量.

在理解常量与变量时，应注意下面几点：

(1)常量和变量依赖于所研究的过程. 同一个量，在某一过程中可以被认为是常量，而在另一过程中则可能是变量，反过来也是同样的. 例如，某种商品的价格在一段时间内是常量，但在较长的时间内则是变量. 这说明常量和变量具有相对性.

(2)从几何意义上讲，常量对应着数轴上的定点，变量则对应着数轴上的动点.

(3)一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的**变动区域**.

有一类变量，如时间可以取介于两个实数之间的任意实数值，叫做**连续变量**. 连续变量的变动区域常用区间表示.

常量习惯用字母 a,b,c,d 等表示，变量习惯用字母 x,y,z,u,v,w 等表示.

2. 函数的概念及表示法

在某个变化过程中，往往会出现多个变量，这些变量不是彼此孤立的，而是相互影响和相互制约的，一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化. 如果这些影响是确定的，是依照某一规则的，那么我们说这些变量之间存在着函数关系.

例如，生产某种产品的固定成本为 6800 元，每生产一件产品，成本增加 70 元，那么该种产品的总成本 y 与产量 x 的关系可用下面的式子给出：

$$y=70x+6800.$$

当产量 x 取任何一个合理的值时，成本 y 有确定的值和它对应，我们说成本 y 是产量 x 的函数.

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量，若当变量 x 在非空数集 D 内任取一数值时，变量 y 依照某一规则 f 总有一个确定的数值与之对应，则称变量 y 为变量 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$. 这里，x 称为**自变量**，y 称为**因变量**或**函数**，f 是函数符号，它表示 y 与 x 的对应规则. 有时函数符号也可以用其他字母来表示，如 $y=g(x)$ 或 $y=\varphi(x)$ 等. 集合 D 称为函数的**定义域**，相应的 y 值的集合则称为函数的**值域**.

当自变量 x 在其定义域内取定某个确定值 x_0 时，因变量 y 按照所给函数关系 $y=f(x)$ 求出的对应值 y_0 叫做当 $x=x_0$ 时的**函数值**，记作 $y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$.

常用的函数表示法有**解析法**(又称公式法)、**表格法**和**图形法**. 现举例说明如下：

(1) $y=\sqrt{3-x^2}$.

这是一个用解析式表示的函数. 当 x 在 $-\sqrt{3}$ 到 $\sqrt{3}$ 之间取任意值时,由公式可以确定唯一的 y 值.

(2)某商店一年中各月份毛线的销售量(单位:100kg)的关系如下表所示.

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 y	81	84	45	45	9	5	6	15	94	161	144	123

这是用表格表示的函数,当自变量 x 取 1 到 12 之间任意一个整数时,从表格中可以查到 y 的一个对应值. 例如 x 取 10,从表中可以看到它对应的 y 值是 161,即 10 月份毛线销售量为 16100kg.

(3)图 1-1 是气象站用自动温度记录仪记录下来的某地一昼夜气温变化曲线.

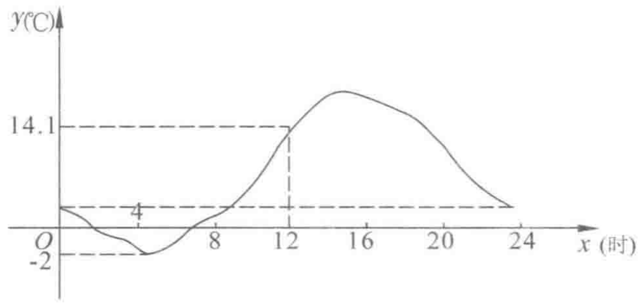

图1-1

这是用图形表示的函数. 气温 y 与时间 x 的函数关系是由曲线给出的. 当 x 取 0 到 24 中任意一个数时,在曲线上都能找到确定的 y 值与它对应. 例如 $x=12$ 时,$y=14.1$℃.

例 1 已知 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$,求:$f(0)$,$f(-x)$,$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$,$f(x+1)$.

解 $f(0)=\left(\dfrac{1-0}{1+0}\right)=1$,

$$f(-x)=\frac{1-(-x)}{1+(-x)}=\frac{1+x}{1-x},$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\frac{x-1}{x+1},$$

$$f(x+1)=\frac{1-(x+1)}{1+(x+1)}=\frac{-x}{2+x}.$$

例 2 求下列函数的定义域:

(1) $f(x)=\dfrac{3}{5x^2+2x}$;　　(2) $f(x)=\sqrt{9-x^2}$;

(3) $f(x)=\lg(4x-3)$;　　(4) $f(x)=\arcsin(2x-1)$;

(5) $f(x)=\lg(4x-3)-\arcsin(2x-1)$.

解 (1)在分式$\frac{3}{5x^2+2x}$中,分母不能为零,所以$5x^2+2x\neq0$,解得$x\neq-\frac{2}{5}$,且$x\neq0$,即定义域为$\left(-\infty,-\frac{2}{5}\right)\cup\left(-\frac{2}{5},0\right)\cup(0,+\infty)$.

(2)在偶次根式中,被开方式必须大于等于零,所以有$9-x^2\geqslant0$,解得$-3\leqslant x\leqslant3$,即定义域为$[-3,3]$.

(3)在对数式中,真数必须大于零,所以有$4x-3>0$,解得$x>\frac{3}{4}$,即定义域为$\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$.

(4)反正弦或反余弦中的式子的绝对值必须小于等于1,所以有$-1\leqslant2x-1\leqslant1$,解得$0\leqslant x\leqslant1$,即定义域为$[0,1]$.

(5)该函数为(3),(4)两例中函数的代数和,此时函数的定义域应为(3),(4)两例中定义域的交集,即$\left(\frac{3}{4},+\infty\right)\cap[0,1]=\left(\frac{3}{4},1\right]$.

应当指出,在实际应用问题中,除了要根据解析式本身来确定自变量的取值范围以外,还要考虑到变量的实际意义,一般来说,经济变量往往取正值,即变量都是大于零的.

3. 分段函数

某市电话局规定市话收费标准为:当月所打电话次数不超过30次时,只收月租费25元;超过30次的,每次加收0.23元.电话费y和用户当月所打电话次数x的关系可用下面的形式给出:

$$y=\begin{cases}25, & x\leqslant30;\\ 25+0.23(x-30), & x>30.\end{cases}$$

像这样把定义域分成若干部分,函数关系由不同的式子分段表达的函数称为**分段函数**.分段函数是微积分中常见的一种函数.例如,在中学数学课出现过的绝对值函数可以表示成分段函数

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant0;\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

例3 设函数

$$y=f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x>0;\\ 2, & x=0;\\ 3x, & x<0.\end{cases}$$

求$f(-5)$,$f(0)$,$f(3)$及函数的定义域.

解

$$f(-5)=3\times(-5)=-15,$$
$$f(0)=2,$$
$$f(3)=3^2+1=10.$$

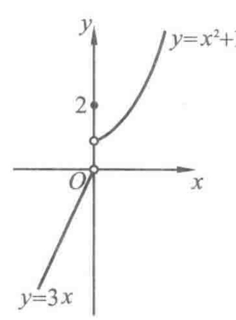

图 1-2

函数的定义域为全体实数.它的图像如图1-2所示.

注　分段函数是由几个关系式合起来表示一个函数，而不是几个函数. 对于自变量 x 在定义域内的某个值，分段函数 y 只能确定唯一的值. 分段函数的定义域是各段自变量取值集合的并.

例 4　用分段函数表示函数 $y=3-|2-x|$，并画出图形.

解　根据绝对值定义可知，当 $x\leqslant 2$ 时，$|2-x|=2-x$；当 $x>2$ 时，$|2-x|=x-2$. 于是有

$$y=\begin{cases}3-(2-x), & x\leqslant 2;\\ 3-(x-2), & x>2.\end{cases}$$

即

$$y=\begin{cases}1+x, & x\leqslant 2;\\ 5-x, & x>2.\end{cases}$$

其图像如图 1-3 所示.

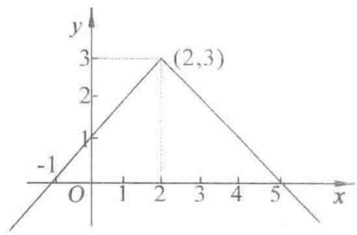

图1-3

1.1.2　函数的几种特性

1. 函数的有界性

定义 1.2　设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义. 如果存在一个正数 M，对于所有的 $x\in D$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上是**有界**的. 如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 D 上是**无界**的.

函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界的几何意义是：曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内被限制在 $y=-M$ 和 $y=M$ 两条直线之间（如图 1-4）.

对于函数的有界性，要注意以下两点：

(1) 当一个函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界时，正数 M 的取法不是唯一的. 例如，$y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的，有 $|\sin x|\leqslant 1$，但我们也可以取 $M=2$，即 $|\sin x|<2$ 总是成立的，实际上 M 可以取任何大于 1 的数.

(2) 有界性是依赖于区间的. 例如 $y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(1,2)$ 内是有界的，但在区间 $(0,1)$ 内则无界.

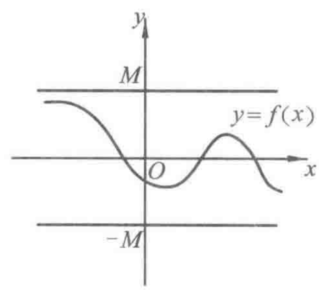

图 1-4

2. 函数的奇偶性

定义 1.3　设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义. 如果对任意的 $x\in D$，恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**；如果对任意的 $x\in D$，恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

由定义可知，对任意的 $x\in D$，必有 $-x\in D$，否则，$f(-x)$ 没有意义，因此函数具有奇偶性时，其定义域必定是关于原点对称的.

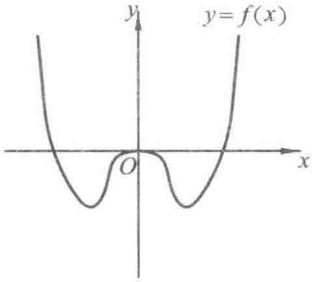

图 1-5

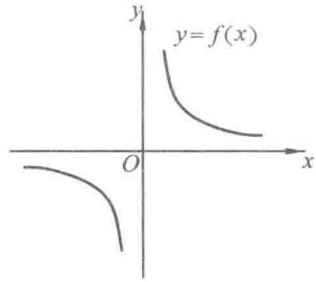

图 1-6

偶函数的图像是对称于 y 轴的(如图 1-5). 因为 $f(-x)=f(x)$,所以如果点 $P(x,f(x))$是曲线上的一个点,则它关于于 y 轴的对称点 $Q(-x,f(x))$也是曲线上的点.

奇函数的图像是对称于原点的(如图 1-6). 因为 $f(-x)=-f(x)$,所以如果点 $P(x,f(x))$是曲线上的一个点,则它关于原点的对称点 $Q(-x,-f(x))$也是曲线上的点.

例 5 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=3x^4-5x^2+7$;

(2) $f(x)=2x^2+\sin x$;

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^x)$,$(a>0,a\neq 1)$.

解 由定义判断.

(1)因为

$$f(-x)=3(-x)^4-5(-x)^2+7=3x^4-5x^2+7=f(x),$$

所以 $f(x)=3x^4-5x^2+7$ 是偶函数.

(2)因为

$$f(-x)=2(-x)^2+\sin(-x)=2x^2-\sin x\neq f(x),$$

同样可以得到 $f(-x)\neq -f(x)$,所以 $f(x)=2x^2+\sin x$ 既非奇函数,也非偶函数.

(3)因为

$$f(-x)=\frac{1}{2}(a^{-(-x)}-a^{-x})=\frac{1}{2}(a^x-a^{-x})=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^x)=-f(x),$$

所以 $f(x)=\frac{1}{2}(a^{-x}-a^x)$是奇函数.

3. 函数的单调性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义. 如果对于(a,b)内的任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在(a,b)内是**单调递增**的;如果对于(a,b)内的任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $y=f(x)$在(a,b)内是**单调递减**的. 单调递增函数与单调递减函数统称为**单调函数**.

单调递增函数的图像是沿 x 轴正向逐渐上升的(如图 1-7),单调递减函数的图像是

沿 x 轴正向逐渐下降的(如图 1-8).

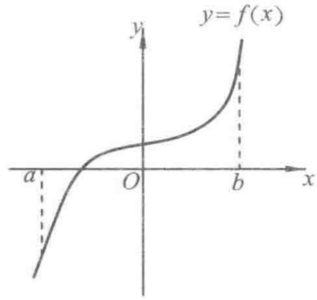

图 1-7

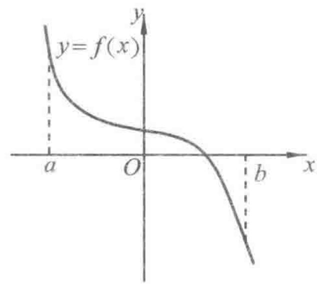

图 1-8

例 6 验证函数 $y=3x-2$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是单调递增的.

证 在区间$(-\infty,+\infty)$内任取两点 $x_1<x_2$,于是

$$f(x_1)-f(x_2)=(3x_1-2)-(3x_2-2)=3(x_1-x_2)<0,$$

即

$$f(x_1)<f(x_2),$$

所以 $f(x)=3x-2$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内是单调递增的.

4. 函数的周期性

定义 1.5 对于函数 $y=f(x)$,如果存在正数 a,使 $f(x)=f(x+a)$恒成立,则称此函数为**周期函数**. 满足这个等式的最小正数 a 称为**函数的周期**. 经常用 T 表示.

例如,$y=\sin x$ 是周期函数,周期为 $T=2\pi$.

1.1.3 反函数

设某种商品的单价为 p,销售量为 x,则收入 y 是 x 的函数:

$$y=px,$$

这时 x 是自变量,y 是 x 的函数. 若已知收入 y,反过来求销售量 x,则有

$$x=\frac{y}{p},$$

这时 y 是自变量,x 变成 y 的函数了.

上面的两个式子是同一个关系的两种写法,但从函数的角度来看,由于对应法则不同,它们是两个不同的函数,我们称它们互为反函数.

定义 1.6 设 $y=f(x)$是 x 的函数,其值域为 D. 如果对于 D 中的每一个 y 值,都有一个确定的且满足 $y=f(x)$的 x 值与之对应,则得到一个定义在 D 上的以 y 为自变量、x 为因变量的新函数,我们称它为 $y=f(x)$的**反函数**,记作 $x=f^{-1}(y)$,并称 $y=f(x)$为**直接函数**.

当然我们也可以说 $y=f(x)$是 $x=f^{-1}(y)$的反函数,就是说,它们互为反函数. 显然,

由定义可知，单调函数一定有反函数. 习惯上，我们总是用 x 表示自变量，用 y 表示因量，所以通常把 $x=f^{-1}(y)$ 改写为 $y=f^{-1}(x)$.

从上面的定义容易得出，求反函数的过程可以分为两步：第一步，从 $y=f(x)$ 解出 $x=f^{-1}(y)$；第二步，交换字母 x 和 y.

例 7 求 $y=4x-1$ 的反函数.

解 由 $y=4x-1$ 得到 $x=\frac{y+1}{4}$，然后交换 x 和 y，得 $y=\frac{x+1}{4}$，即 $y=\frac{x+1}{4}$ 是 $y=4x-1$ 的反函数.

可以证明，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称. 例 7 中一对反函数的图像如图 1-9 所示.

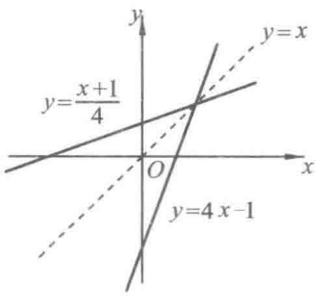

图 1-9

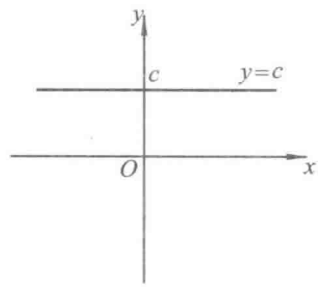

图 1-10

1.1.4 基本初等函数

基本初等函数包括常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数六大类，它们是微积分所研究对象的基础. 虽然大部分基本初等函数在中学已经学过，但我们在这里将系统地讨论基本初等函数的定义域、值域、图像和性质，读者应该很好地掌握这些内容.

1. 常数函数 $y=c$

常数函数的定义域是$(-\infty,+\infty)$. 由于无论 x 取何值，都有 $y=c$，所以，它的图像是过点$(0,c)$且平行于 x 轴的一条直线(如图 1-10). 它是偶函数.

2. 幂函数 $y=x^{\alpha}$ **(**α **为实数)**

幂函数的情况比较复杂，我们分 $\alpha>0$ 和 $\alpha<0$ 来讨论. 当 α 取不同值时，幂函数的定义域不同，为了便于比较，我们只讨论 $x\geqslant0$ 的情形，而 $x<0$ 时的图像可根据函数的奇偶性确定.

当 $\alpha>0$ 时，如图 1-11 所示，函数的图像通过原点$(0,0)$和点$(1,1)$，在$(0,+\infty)$内单调递增且无界.

当 $\alpha<0$ 时，如图 1-12 所示，图像不过原点，但仍通过点$(1,1)$，在$(0,+\infty)$内单调递减且无界，曲线以 x 轴和 y 轴为渐近线.

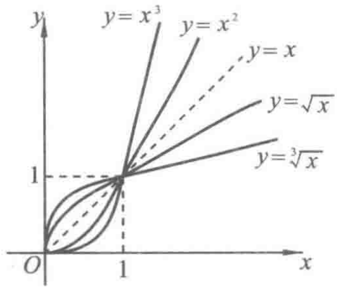

图 1-11

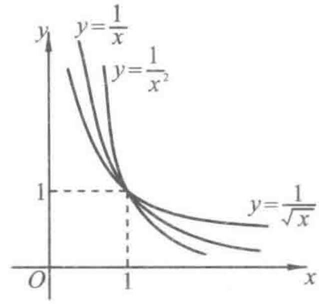

图 1-12

3. 指数函数 $y=a^x\,(a>0,a\neq1)$

指数函数的定义域是$(-\infty,+\infty)$. 由于无论 x 取何值,总有 $a^x>0$,且 $a^0=1$,所以它的图像全部在 x 轴上方,且通过点$(0,1)$. 也就是说,它的值域是$(0,+\infty)$.

当 $a>1$ 时,函数单调递增且无界,曲线以 x 轴负半轴为渐近线;

当 $0<a<1$ 时,函数单调递减且无界,曲线以 x 轴正半轴为渐近线(如图 1-13).

应特别注意指数函数与幂函数的区别:在幂函数 $y=x^\alpha$ 中,自变量 x 在底的位置,指数 α 是常数;而在指数函数 $y=a^x$ 中,自变量 x 在指数位置,底的位置是常数 a.

4. 对数函数 $y=\log_a x\,(a>0,a\neq1)$

对数函数的定义域是$(0,+\infty)$,图像全部在 y 轴右方,值域是$(-\infty,+\infty)$. 无论 a 取何值,曲线都通过点$(1,0)$.

当 $a>1$ 时,函数单调递增且无界,曲线以 y 轴负半轴为渐近线;

当 $0<a<1$ 时,函数单调递减且无界,曲线以 y 轴正半轴为渐近线(如图 1-14).

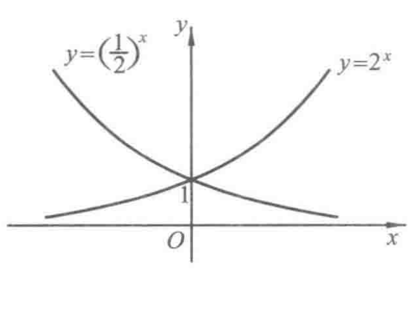

图 1-13

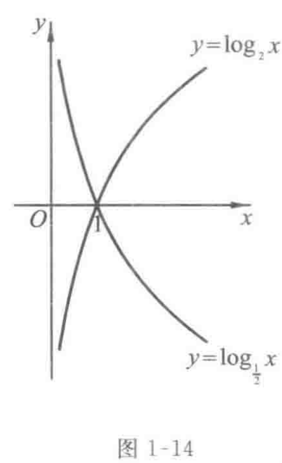

图 1-14

对数函数 $y=\log_a x$ 和指数函数 $y=a^x$ 互为反函数,如图 1-15 所示,它们的图像关于 $y=x$ 对称. 其中 $a>1$.

以无理数 e=2.7182818…为底的对数函数 $y=\log_e x$ 叫做**自然对数函数**，简记作 $y=\ln x$，它是微积分中常用的函数.

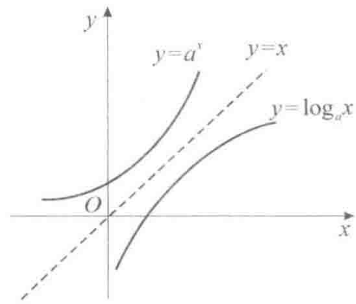

图 1-15

5. 三角函数

三角函数包括下面六个函数：

(1)正弦函数 $y=\sin x$；

(2)余弦函数 $y=\cos x$；

(3)正切函数 $y=\tan x$；

(4)余切函数 $y=\cot x$；

(5)正割函数 $y=\sec x$；

(6)余割函数 $y=\csc x$.

在微积分中，三角函数的自变量 x 采用弧度制，而不用角度制. 例如，我们用 $\sin\frac{\pi}{6}$ 而不用 $\sin 30^\circ$，用 $\cos\frac{\pi}{2}$ 而不用 $\cos 90^\circ$，$\sin 1$ 则表示 1 弧度角的正弦值. 角度与弧度之间可利用公式 π 弧度 $=180^\circ$ 来换算.

函数 $y=\sin x$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $[-1,1]$，奇函数，以 2π 为周期，有界(图 1-16 为一个周期内的图像).

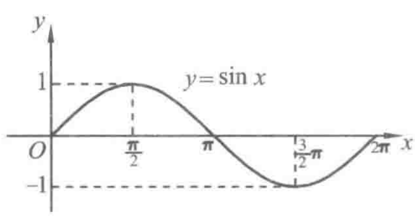

图 1-16

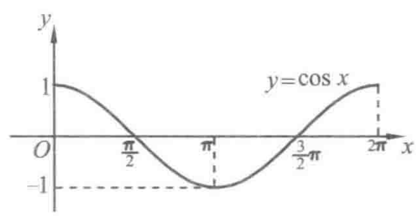

图 1-17

函数 $y=\cos x$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $[-1,1]$，偶函数，以 2π 为周期，有界(图 1-17 为一个周期内的图像).

函数 $y=\tan x$ 的定义域为 $\{x \mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k=0,\pm1,\pm2,\cdots\}$，值域为 $(-\infty,+\infty)$，奇函数，以 π 为周期，在每一个连续区间内单调递增，以直线 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$ 为渐近线(如图 1-18).

函数 $y=\cot x$ 的定义域为 $\{x \mid x\neq k\pi, k=0,\pm1,\pm2,\cdots\}$，值域为 $(-\infty,+\infty)$，奇函数，以 π 为周期，在每一个连续区间内单调递减，以直线 $x=k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$ 为渐近线(如图 1-19).

关于函数 $y=\sec x$ 和 $y=\csc x$ 我们不作详细讨论，只需知道它们分别满足关系式 $\sec x=\frac{1}{\cos x}$ 和 $\csc x=\frac{1}{\sin x}$.