



“生命·实践”教育学论著系列二

[当代中国基础教育学校变革研究丛书]

丛书主编：叶澜

梦山书系



- ◎ 数学教学三层次过程结构
- ◎ 数学教学的整体系统设计
- ◎ 数学概念教学的课型
- ◎ 数学运算教学的课型
- ◎ 数学规律教学的课型

中小学数学教学 课型研究

吴亚萍、著



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

THE STRAITS PUBLISHING & DISTRIBUTING GROUP



“生命·实践”教育学论著系列二

[当代中国基础教育学校变革研究丛书]

丛书主编：叶澜

中小学数学教学 课型研究



吴亚萍 \ 著

图书在版编目 (CIP) 数据

中小学数学教学课型研究/吴亚萍著. —福州:
福建教育出版社, 2014.10 (2016.1 重印)
(“生命·实践”教育学论著系列/叶澜主编.
第2辑, 当代中国基础教育学校变革研究)
ISBN 978-7-5334-6396-0

I. ①中… II. ①吴… III. ①数学课—教学
研究—中小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 066027 号

“生命·实践”教育学论著系列二——当代中国基础教育学校变革研究丛书

丛书主编: 叶 澜

Zhongxiaoxue Shuxue Jiaoxue Kexing Yanjiu

中小学数学教学课型研究

吴亚萍 著

出版发行 海峡出版发行集团

福建教育出版社

(福州梦山路 27 号 邮编: 350001 网址: www.fep.com.cn)

编辑部电话 0591-83726908

发行部电话 0591-83721876 87115073 010-62027445)

出 版 人 黄 旭

印 刷 福州泰岳印刷广告有限公司

(福州市鼓楼区白龙路 5 号 邮编: 350003)

开 本 720 毫米×1000 毫米 1/16

印 张 28.75

字 数 425 千

插 页 1

版 次 2014 年 10 月第 1 版 2016 年 1 月第 3 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5334-6396-0

定 价 58.00 元

如发现本书印装质量问题, 请向本社出版科 (电话: 0591-83726019) 调换。

总 序

“当代中国基础教育学校变革研究”论著系列，是“‘生命·实践’教育学论著系列”三套丛书中的第二套，作者均是华东师范大学“新基础教育”研究中心的研究员和通讯研究员。与第一套以学派基本理论研究为主的丛书和第三套以“‘生命·实践’教育学合作校变革史”为主的丛书相比，本套丛书的鲜明特点是理论与实践深度结合与互生的产物，作者中的大部分是“新基础教育”研究中某一领域的担纲者，在每一“新基础教育”发展阶段所出成果的系列报告中，几乎都能找到他们的名字，他们是我的亲密同道，是新基础教育的共同创造者。我们诚以此套论著系列，纪念“新基础教育”研究20周年，表达我们对中国基础教育学校变革的深切关注和深切思考。

“新基础教育”用自己的理论探索和实践创造，用研究者自己的生命投入，写出了“生命·实践”教育学的现实版本，尽管其只是一群致力于当今中国教育学发展和学校改革的研究者的研究实践，但因其研究主题与视野和当代中国教育理论与实践的密切关联，我们有理由把它视作当代中国基础教育学校变革研究的组成。当然，它不可能穷尽，更不是唯一，但它在特殊中体现出普遍，呈现出个性，是这个时代的中国基础教育学校改革独特经验的重要组成部分。所以，我们珍爱它，愿意把它奉献给一切学校改革的志同者，

同时随着研究的一次次深入，通过写作也实现着我们自身的理论提升与超越。

丛书共计八本，涉及“新基础教育”的研究传统、课堂教学与班级日常生活重建以及教师发展四个重要领域。与以往已发表的相关著作相比，这些论著在视野和深度上有了大的扩展和推进。有关两门学科改革的论著，是作者20年深入课堂研究，不断总结、毕其全部专业积累与修养的提炼，可以说，书中所写的每句话，都是他们体验和思考的产出。《“新基础教育”研究手册》是我们为有意向开展新基础教育的学校提供的一本带有观念变革、路径指导和关键节点分析的指导书，旨在让一些学校能在没有我们团队参与的情况下，有一个可参照的“地图”，或称“导航仪”，以便自行探索创造。正在美国作访学研究的彭正梅教授为我们提供了来自异域的参照系。在此，我以主编的名义，向副主编李家成、吴亚萍教授和全体作者致以最诚挚的谢意。

福建教育出版社承担了“‘生命·实践’教育学论著系列”中的两套丛书，成知辛编辑认真、细致的敬业精神给我留下深刻印象，在此向他和出版社表示深谢！

叶 澜

2014年5月21日



“生命·实践”教育学论著系列二

[当代中国基础教育学校变革研究丛书] 获得国家“十二五”出版规划资助

丛书主编：叶 澜

副 主 编：李家成 吴亚萍

编委会（按姓氏拼音字母排列）：

卜玉华 李家成 李政涛 庞庆举 彭正梅

吴黛舒 吴亚萍 吴玉如 叶 澜

主 编：叶澜，华东师范大学终身教授，“新基础教育”研究与“生命·实践”教育学派创始人。

副主编：李家成，华东师范大学教育科学学院教授，硕士生导师；教育部人文社科重点研究基地、华东师范大学基础教育改革与发展研究所研究员。主要研究领域为：班级建设、学校变革等。

副主编：吴亚萍，华东师范大学教育科学学院副教授，硕士生导师；教育部人文社科重点研究基地、华东师范大学基础教育改革与发展研究所研究员。主要研究领域为：基础教育改革、教育研究方法等。

本书为教育部人文社会科学重点基地——华东师范大学基础教育改革与发展研究所“十二·五”重大项目：“基础教育改革与‘生命·实践’教育学派创建研究”（11JJD880034）的研究成果之一

目 录

第一章

数学教学改革的深化与特化 \ 1

第一节 “新基础教育” 的教学理论与思维方式 \ 1

- 一、教学价值取向与社会转型之关系把握 \ 2
- 二、教学内容选择与人的成长之关系把握 \ 4
- 三、教学设计各要素有机综合之关系把握 \ 6
- 四、教学过程人与人互动生成之关系把握 \ 8
- 五、教学评价与教师成长发展之关系把握 \ 12

第二节 “新基础教育” 数学教学改革的深化 \ 15

- 一、由上而下理论渗透性的浸化 \ 15
- 二、由一到多实践丰富性的类化 \ 21

第三节 “新基础教育” 数学教学改革的特性 \ 23

- 一、资源开发的“深度性” \ 23

二、目标制定的“层次性” \ 26

三、结构设计的“整体性” \ 31

四、互动过程的“有机性” \ 33

第二章

数学教学三层次过程结构 \ 35

第一节 教学过程各科共通层面一般的展开逻辑 \ 35

一、有向开放 \ 36

二、交互反馈 \ 37

三、集聚生成 \ 39

第二节 教学过程学科总体层面独特的展开逻辑 \ 41

一、语言学科教学过程独特的展开逻辑 \ 41

二、数学学科教学过程独特的展开逻辑 \ 42

第三节 数学教学过程具体层面丰富的展开逻辑 \ 43

一、不同内容意义逻辑的基本课型 \ 43

二、同类内容递进变式的灵活课型 \ 47

三、同类内容多样变式的异构课型 \ 69

第三章

数学教学的整体综合设计 \ 92

第一节 纵向长段的整体性设计 \ 93

一、数知识的纵向长段整体设计 \ 93

二、形知识的纵向长段整体设计 \ 125

第二节 横向单元的整体性设计 \ 145

一、数知识的横向单元的整体设计 \ 146

二、形知识的横向单元的整体设计 \ 159

第三节 单课教学的整体性设计 \ 172

第四章

数学概念教学的课型 \ 177

第一节 概念教学的育人价值 \ 178

一、概念教学的问题存在 \ 178

二、概念教学的育人价值 \ 179

第二节 概念教学的过程结构 \ 182

一、分类研究的概念形成过程 \ 182

二、聚类研究的概念形成过程 \ 208

三、规律研究的概念形成过程 \ 231

第五章

数学运算教学的课型 \ 249

第一节 运算教学的育人价值 \ 250

一、运算教学的问题存在 \ 250

二、运算教学的育人价值 \ 250

第二节 运算教学的过程结构 \ 251

一、运算产生研究的教学过程结构 \ 251

二、运算法则研究的教学过程结构 \ 269

三、运算运用研究的教学过程结构 \ 295

第六章

数学规律教学的课型 \ 316

第一节 数学规律教学的育人价值 \ 317

- 一、数学规律教学的问题存在 \ 317
- 二、数学规律教学的育人价值 \ 318
- 第二节 数学规律教学的过程结构 \ 320
 - 一、枚举研究的教学过程结构 \ 320
 - 二、推理研究的教学过程结构 \ 351

第七章

数学练习教学的课型 \ 371

- 第一节 练习课教学的育人价值 \ 372
 - 一、练习课教学的问题存在 \ 372
 - 二、练习课教学的育人价值 \ 372
- 第二节 练习课教学的过程结构 \ 373
 - 一、单课练习的过程结构 \ 373
 - 二、单元练习的过程结构 \ 374

第八章

数学整理复习的课型 \ 396

- 第一节 复习课教学的育人价值 \ 397
 - 一、复习课教学的问题存在 \ 397
 - 二、复习课教学的育人价值 \ 397
- 第二节 复习课教学的过程结构 \ 401
 - 一、拓展深化的复习过程结构 \ 401
 - 二、知识梳理的复习过程结构 \ 406
 - 三、专题技能的复习过程结构 \ 427

参考文献 \ 449

后记 \ 450

第一章

数学教学改革的深化与特化

第一节 “新基础教育”的教学理论与思维方式

日益强调教学变革的今天需要新的教学理论，而新的教学理论诞生的前提是对已有的教学理论的反思和重建研究。相关研究已涉及许多方面：从教学价值观念到教学内容处理，从教学方案设计到教学过程实施再到教学的评价。人们常常会遭遇一些棘手的问题，提问的方式往往是教学研究应关注什么：是继承、接受还是要发展、创造；是体现个人价值的精英培养还是追求社会价值的普及教育；是知识结果的掌握运用还是知识形成的过程体验；是教师的教还是学生的学；是充分的预设还是动态的生成；是教学中的“事”还是教学中的“人”，等等。伴随着这种两极式的提问，实践行为往往也像“钟摆”一样，从一个极端走向另一个极端。于是，这些难以调和的矛盾问题始终也难以释怀。其实，这些看似矛盾的问题产生和认识的前提已然发生了错误。因为人们习惯于把矛盾关系的两极割裂开来，把两者的关系孤立、对

立起来。这些认识和行为的背后是一种简单对立的思维方式。因此，如果没有思维方式的转变，就难以有涉及本质的反思与重建，更难以有新的教学理论的诞生、教学变革的实质性推进。“新基础教育”在教学变革的理论与实践研究的过程中，自觉地关注思维方式的转变，强调用整体关系的思维方式来解决这些看似难以调和的矛盾，把矛盾的两极关联起来作为一个整体加以认识和思考，努力形成超越两极对立关系的认识和用新的思维方式指导教学改革的实践推进。本章主要从教学价值取向、教学内容选择、教学设计、教学过程和教学评价等方面论述变革的思维方式。^①

一、教学价值取向与社会转型之关系把握

当代中国社会正在经历着一场纷繁、复杂的转型变革。作为在社会中生存、且是社会重要构成的学校教育，其面临的变革不仅不可规避，而且还需要随着社会的转型作出相应的转型。其实，无论是社会的转型还是学校教育的转型，说到底都是“人”的问题，这是两者之间最本质方面的内在关联性。当代中国社会的转型变革用“以人为本的科学发展观”作为指导思想，以“构建社会主义和谐社会”为核心目标。提出“以人为本”作科学发展观的标志，意味着中国社会主义现代化建设进入到一个新的阶段，即由过去以物质财富的创造和积累为第一（甚至唯一）目标转换到以人的发展为根本目标。“以人为本”发展价值观的内涵主要体现在两个方面：一是在整个社会发展中，人不只是作为创造和积累财富的手段与工具，而是作为社会发展的目的之意义上被尊重、被关心；二是以人为本是以每个人的自由的、全面的发展为本。

“以人为本”作为社会发展的价值追求，其实现途径和具体表现应渗透在社会发展的各个领域和人的社会实践、组织与生活之中。然而，作为社会重要构成的我国中小学教育，还尚未从 20 世纪初工业社会教育的“近代学校”

^① 吴亚萍，“思维方式转变与教学理论重建”辑录于叶澜主编《生命实践教育学派丛书》第四辑《命脉》中，广西师范大学出版社，2009 年 5 月。

形态中完全走出。这种“近代型”学校的基本特征是按工业化、批量生产的模式来“塑造”学生；统一的课程、教材、内容，划一的目标、课时、进度，不仅规定着教师而且规范着学生；教学的基本任务定位在知识的传递，服务于为社会不同领域需要的规范化人才的培养。这是“近代型”学校价值追求的使然。一方面，学校教育把学生仅仅看作是知识的承继者，习惯于以外在的社会需求去规范学生，实际上是在培养大量的以被动接受现成知识，以适应、服从和执行他人思想与意志为基本生存方式的人，忽视了作为生命体的个人具有主动发展的内在活力和潜力，忽视了人的创新精神与能力。另一方面，学校教学划一的目标、课时和进度，使教师关注少数“尖子生”的发展，关注为高一级学校输送人才服务，习惯于以培养出获奖学生、考上名牌大学或者后来成为著名人物的学生为荣，忽视了面向所有学生的人生教育，忽视了为每一个学生终身学习与发展的奠基教育。总之，在“近代型”的学校教育教学中，个体生命发展的价值并没有得到应有的尊重和关怀。

“新基础教育”基于对当代中国社会转型特征的认识，基于对当前学校教育现状与问题的反思与透析，提出学校教育的整体形态、内在基质和日常教育实践，要完成由“近代型”向“现代型”的转换。“现代型”学校教育价值观的核心内涵体现在两个方面：首先，学校教育要从传递知识为本转向以培养人的健康、主动发展的意识与能力为本。学校教育的特殊性在于其具有鲜明的“生命性”。“教育是直面人的生命、通过人的生命、为了人的生命质量的提高而进行的社会活动，是以人为本的社会中最体现生命关怀的一种事业。”^①“现代型学校的存在价值不再停留和满足于传递、继承人类已有知识，实现文化的‘代际遗传’和社会生产力、生产关系的复制式再生，而是追求为社会更新性发展、为个人终身发展服务的存在价值，使教育成为人类社会更新性的再生系统。”^②这一转换要求作为学校基本构成的教学活动不应再把

① 叶澜等著：《教育理论与学校实践》，高等教育出版社，2000年版，第136～137页。

② 叶澜：《世纪初中国基础教育学校“转型性变革”的理论与实践》，收录于叶澜主编：《“新基础教育”发展性研究报告集》，中国轻工业出版社，2004年版，第16页。

学生只看作是知识的承继者，而是视学生为自我发展的承担者；不再把知识的牢固掌握与人的生命成长相对立，而是以知识学习为载体、为资源、为手段，服务于“育人”这一根本目的；不再是只培养适应现成社会的人，而是努力培育在变动不居的社会中，具有把握自身命运的人，具有发展意识和能力的人，具有生命自觉的人。以培养人的生命自觉为目的的教学，是使人走向自由、自主发展的教学，是使人在有限的世界中勃发生命力、实现创造和超越的教学。

其次，学校教育要致力于每一个学生的发展，为学生的终身学习与发展奠定基础。我们认为，学校教育是通过直接对个体的身心发展的影响效果来实现其社会价值的，要将学校教育对当代的社会与个人、现实与未来的价值，统一在具有全息性的个体生命发展的价值之中，把个体生命的发展视为根本的和最高的价值。“现代型”学校对个体生命发展价值的追求，使作为学校基本构成的教学不再把少数精英的培养与大众的生命成长相对立，不再只是关注少数的“尖子”学生，而是面向所有学生；不再只是追求几个奖项、几朵鲜花，满足于“用孔雀羽毛织成美丽屏风”，以其“一俊遮百丑”，而是面对每一个鲜活的个体生命，把学生之间的差异作为教学中重要的、丰富的资源，促进每一个学生在原有基础上实现发展，努力追求充满生机的绿色“大草坪”。说到底，这是一种对在现实环境中获得真实发展的追求，是对每个“人”的幸福人生与生命价值的关爱。惟有如此，学校教学才有可能成为促进个人生命成长的力量，成为活生生的人的生命历程中的有机构成。

从对知识传递的关注转向对人的生命发展的关注，从对少数精英学生培养的关注转向对每一个学生生命发展的关注，这是教学价值在目的意义上的教学理论重建。这种重建是基于对继承与发展、接受与创造两极对立的超越，是基于对社会价值与个人价值、现实与理想、精英与大众两极对立的超越。

二、教学内容选择与人的成长之关系把握

教学内容是课堂教学中重要的基质性要素之一，它与学科知识密切相关，但并不是相关知识的压缩本。教学内容不仅有选择的问题，还有呈现方式的

要求。选择什么样的教学内容，用怎样的方式呈现，会直接影响到育人资源的生成状况，在一定程度上也会影响到学生生命成长的质量。育人资源贫乏，学生的生命成长有可能因营养不良而枯萎；育人资源丰富，学生的生命成长则可能因养料充分而饱满。因此，教学变革的理论与实践，需要把学科教学的知识内容与学生的生命成长关联起来研究。

在传统教学中，教材在内容的选择、呈现的方式等方面的问题，不利于教学的育人资源的开发。从教材内容选择的角度来看，它往往是以相应的科学的学科为基准，目的是让学生掌握学科的基础知识、技能及方法，为进一步的学习或将来专业化的学习做好准备。尽管在教学内容编排时也强调要关注学生的认知水平、特点和接受能力，不能完全按学科的科学发展逻辑来编制，但其本质上还局限于让学生更容易、更好地学习学科知识。此外，大多数学科的学习内容与学生今日的成长缺乏内在联系，既没有反映出学生成长的需要，也缺乏促进和提升学生成长的关注，课堂教学内容与学生的日常生活基本隔绝，成为一个专门的、与学生成长需求分离的世界。从教材呈现方式的角度来看，它主要以知识演绎或“点”状编排的方式，将各学科领域内已经形成的基础性知识，以客观真理的面目呈现在学生面前，要求学生理解、掌握和运用。这种呈现方式便于学生在短时间内学完前人几个世纪创造的精神财富，但同时也割断了抽象的书本知识与人类生活世界、与人类发现问题、解决问题和形成知识过程的丰富复杂的联系，使得这些书本知识变成了固化的、缺乏“人气”的符号集合，导致教材育人资源的原始性贫乏。这些问题不仅反映了在认识意义上的科学与人文、抽象与具体之间的矛盾关系，而且反映了在实践意义上的整体与局部、过程与结果之间的矛盾关系。

“新基础教育”认为，培育生命自觉的教学在内容选择上，要为学生提供能与现实生活世界和个体经验世界沟通的内容，要有助于学生形成内外世界既区别、又融通的能力；有助于学生形成对相互转化的外部世界的认识、又具有不断健全个性的发展能力。这是对教学内容的概括性的特征式表达。因此，我们需要从育人的立场出发重新认识学科知识的内涵和价值，不仅要关注作为人类经验和精神文化成果的知识，更要关注作为人的生命实践活动的

过程形态和关系形态的知识。即关注符号知识背后的过程形态的知识，关注点状知识背后的关系形态的知识。不论是静态的结果形态的符号知识，还是动态的过程形态的生命实践，或是整体的关系形态的知识结构群，它们都可以成为促进人的生命成长和发展的资源与养料。它们不仅有助于改善和提高个体生命实践活动的质量，而且有助于滋养和丰富个体生命的精神世界。如果学科教学关注学科知识对于学生个体生命滋养的价值，努力使学生把学科知识转化到自己的生命实践之中，把他人生命实践的智慧转化成为自己生命成长发展的资源和力量。那么，对于学生而言，学科知识就不再是死板的符号形态，而是活化为人类生命实践的过程形态；学科知识也就不再是点状的局部形态，而是结构化为学科知识整体的关系形态。对于教师而言，学科教学也不再只是分析式的、专业性培养的教学，而是有可能走向综合与融通意义上的教学。

从仅仅对符号知识掌握的关注到对其背后的过程形态知识的关注，形成的教材知识生命激活的原则，以及从仅仅对散点知识的关注到对其背后的关系形态知识的关注，形成的教材知识结构加工的原则，这些是在教学内容意义上的教学理论重建。这种重建是基于对科学与人文、具体与抽象两极对立的超越，是基于对整体与局部、过程与结果两极对立的超越。

三、教学设计各要素有机综合之关系把握

教学设计为课堂教学过程的展开与推进提供蓝图，它不仅要为形成课堂教学中师生的有效互动提供前提保证，更要为促进课堂教学中的“人”的主动发展提供前提保证。然而，许多教师往往习惯于“备”教材、“备”教参、“备”教学程序、“备”标准答案等“备课”活动的思维，造成教学设计关注局部忽视整体，关注教材内容忽视教学中的“人”的状态，缺乏对教学各个要素及其内在联系的整体规划和综合设计的意识与能力。这种惯性思维的具体表现是，教师往往关注思考一节课的教学备课，忽视整个教学单元或者教学长段的长程视野下的系统研究和整体规划；即便是一节课的教学备课，教师经常是注重思考教学内容的重点与难点，忽视对学生多方面发展状态和需

要的研究；注重思考知识的认识性目标，忽视教学对于学生多方面教育价值的研究；注重思考微观的教学方法和多媒体技术手段的使用，忽视教学方法、手段和技术使用的目的研究；注重思考教师在教学中的活动状态（如串联过渡词语、对学生的提问及教学演示），忽视师生双边共时、交互影响的互动研究；注重思考课堂练习的花样和类型，忽视学生学习过程中的障碍分析和对策研究；注重思考面向全体学生的划一的目标和统一的要求，忽视学生之间的差异研究及针对“具体个人”的弹性化设计的研究。说到底，只关注近期的一节课行为而忽视长程视野下的整体规划和系统培养的追求，只关注确定的行进程序的编制而忽视为不确定的过程实施留有开放和弹性的空间是问题的症结所在，它反映了教学中短期效应与长期养成、抽象群体与具体个人、必然确定与随机可能之间的矛盾关系。

“新基础教育”强调教师要从传统“备课”的惯性思维中走出，转向用整体综合的思维方式进行开放和弹性的教学方案设计。为此，我们做了以下几方面的努力：首先，努力改变教师对教学短期效应的功利追求，把知识整体结构教学的长程视野引入到教学设计之中，强调教师在对教材结构加工和生命激活处理的育人资源开发的基础上，根据主动发展的人的系统培养和长程考虑，作出三个层次的教学目标设计，即整体规划教学长程的总体目标，递进设计教学长程的阶段目标，度身定制弹性的具体目标。强调教师的教学设计要为有实效性的教学实践提供有目标指向、能检测目标达成度的可能。其次，努力改变传统备课中将学生视作抽象群体的状态，把学生具体个人的解读和分析引入到教学设计之中：既要分析学生个体的前在状态，即学生个体对于所要学习内容的已有经验和学生个体之间差异的分析，又要分析学生个体的潜在状态，即学生个体对于所要学习内容的各种可能及学习中可能存在的困难与障碍分析，还要分析学生个体的成长需要与发展可能，即学生个体对于所要学习内容的学习需求与可能达到的发展水平，等等。也就是说，对学生“具体个人”的关注须从教学设计做起，这样才不至于在教学实施过程中出现对学生盲目关注的现象。强调教师的教学设计要为有针对性的教学实践，提供克服学生学习困难、纠正学生认识偏差和帮助学生获得真实发展的