姜潮 韩旭 谢慧超 著

区间不确定性优化设计理论与方法

Interval Uncertain Optimization Design: Theory and Methods

科学出版社

区间不确定性优化设计理论与方法

姜　潮　韩　旭　谢慧超　著

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是一本全面论述非线性区间优化设计理论与方法的专著。全书共12章，首先，从数学规划理论的层面提出了一种能处理一般性不确定优化问题的非线性区间优化的数学转换模型，实现了区间优化向确定性优化问题的转换；接着，基于数学转换模型开发了多种具有一定工程实用性的高效区间优化算法，其中着重解决了两层嵌套优化造成的效率低下问题；然后，将非线性区间优化拓展至多目标、多学科、参数相关性等问题，并构建了相应的区间优化模型及求解算法；最后，将相关方法应用于机械工程及相关领域的一些实际工程问题，在解决问题的同时验证了理论与方法的有效性。

本书可供机械、力学、土木、航空航天等领域的科研人员、研究生和高年级本科生阅读，也可作为相关课程的教材或教学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

区间不确定性优化设计理论与方法/姜潮，韩旭，谢慧超著. —北京：科学出版社，2017.2

ISBN 978-7-03-051181-2

Ⅰ.①区… Ⅱ.①姜…②韩…③谢… Ⅲ.①最优设计-研究 Ⅳ.①TB21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 321188 号

责任编辑：陈 婕 / 责任校对：桂伟利

责任印制：张 倩 / 封面设计：蓝正设计

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017 年 2 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2017 年 2 月第一次印刷 印张：14 1/4 插页：2

字数：280 000

定价：98.00 元

前　言

大量实际工程问题中存在着与材料属性、几何特性、边界条件、测量与装配误差等有关的不确定性,这些不确定性虽然在多数情况下数值较小,但其耦合作用可能使产品或系统性能产生较大偏差甚至失效。利用不确定性优化方法对产品进行设计时,无须对模型或参数做出较多简化和假设,可以建立更为客观和真实的优化模型,不仅可以获得最优的设计方案,而且可以使优化解在不确定性条件下仍满足可靠性要求。因此,不确定性优化方法具有重要的理论意义和工程意义,目前已经成为先进设计领域的重要研究方向。区间优化起源于 20 世纪 80 年代初,经过三十余年的发展,已成为广受关注的一类不确定性优化方法。区间优化的核心是通过区间方法表征优化模型中的所有不确定性参数,只需要知道参数的上、下边界,而非精确的概率分布或模糊隶属度函数。区间优化在不确定建模方面相对随机规划和模糊规划具有较为突出的优点,其对样本量的依赖性相对较小,而且区间的概念简单、直观、易于工程人员理解和应用。区间优化因上述优点有望很大程度上扩展不确定性优化理论的研究对象和应用领域,从而有效提升未来复杂工程系统或产品在不确定性环境下的设计水平,其正在成长为一类与传统随机规划与模糊规划并重的主流不确定性优化方法。

本书是本人所在课题组多年研究的成果。2004 年,本人在导师韩旭教授的指导下开始区间优化理论的系统研究。经过近 5 年的研究,基本上建立了一套针对非线性区间优化问题的分析模型和求解方法,其中着重解决了非线性区间优化中的效率问题。2011 年,本人的学位论文《基于区间的不确定性优化理论与算法》有幸入选全国百篇优秀博士论文。在此之后,本人及多位研究生继续开展区间优化理论与方法的研究:首先,将区间优化向更精细化的方向发展,如考虑参数相关性问题、建立更好的区间约束处理方法等,进一步提升区间优化的设计质量;其次,将区间优化向多目标、多学科等问题进行横向拓展,从而进一步提升其在复杂工程问题中的适用性;再次,将区间优化方法应用于机械工程及相关领域的更多工程问题,在解决实际问题的同时验证相关方法的有效性。通过对多年的工作进行整理,去伪存真,形成本书。真诚地希望本书的出版对相关领域研究人员有所帮助。

本书的主要研究对象是非线性区间优化问题,全书共 12 章。第 1 章是对不确定性优化尤其是区间优化方法的研究意义、研究现状进行介绍及文献综述。第 2 章是对区间分析基本原理进行介绍,为后续章节区间优化方法研究提供必要的理论基础。第 3 章提出非线性区间优化的数学转换模型,实现不确定优化问题向确

定性优化问题的转换。第 4～7 章主要建立若干高效算法，求解转换后的确定性优化问题。第 8 章针对不确定性多学科问题，建立一种区间多学科设计优化模型及相应的求解方法。第 9 章主要提出一种比现有方法具有更广适用性的区间可能度模型，并用于处理区间约束，在后续几个章节的区间优化方法构建过程中都采用了该可能度模型。第 10 章基于多维平行六面体区间模型提出一种考虑不确定参数相关性的区间优化方法。第 11 章针对不确定性多目标问题建立一种区间多目标设计优化模型及相应的求解方法。第 12 章将区间优化与制造工艺相联系，发展出一种基于公差设计的区间优化模型。需要指出的是，本书的第 1 章、第 3～7 章主要基于本人的博士论文，而第 8～12 章由本人与多位研究生共同完成。

本书得以出版，需要感谢赵子衡博士、陶友瑞博士、白影春博士、张庆飞硕士、李新兰硕士、张智罡硕士等同学的创新性工作，同时需要感谢段民封、黄志亮、倪冰雨、李金武等研究生在本书整理、撰写及修订过程中付出的辛勤劳动。

由于作者水平有限，书中难免存在不妥之处，敬请读者和同行专家批评指正。

姜　潮

2016 年 9 月于岳麓山

目　　录

第1章　绪　　论

1.1　不确定性优化问题的研究意义

优化是在多种(有限种或无限种)决策中挑选出最好的决策方法,被广泛应用于工业、农业、国防、工程、交通等诸多领域,对于系统性能的提高、能耗的降低、资源的合理利用及经济效益的增长均有显著作用。传统的对于工程问题的分析和优化设计一般基于确定的系统参数和优化模型,并借助经典的确定性优化方法[1-6]进行求解。然而,在许多实际的工程问题中,不可避免地存在着与材料性质、几何特性、边界条件、初始条件、测量与装配偏差等有关的误差或不确定性,这些误差或不确定性虽然在多数情况下数值较小,但耦合在一起可能使结构或系统响应产生较大的偏差,影响系统性能甚至导致失效。下面列举一些存在不确定性的实际工程问题[7-9]:

(1) 在对齿轮进行动态分析时,由于齿轮的结构复杂性、轮齿变形以及制造和安装误差等因素带来的轮齿啮合误差,包括齿距偏差、齿形偏差以及齿距和齿形偏差造成的传动误差等,是齿轮啮合过程中主要的动态激励之一[10];另外,齿轮刚度在齿轮系统运转时也不断地随啮合位置而变化,很难用确定的数值来精确描述[11]。

(2) 对于复杂的机床结构和系统,至今难以建立物理坐标系下的整机动力学模型,其主要原因是机床结构结合面动力学模型的准确建立非常困难:当机床运转时,各部件之间的接触、间隙、附着和滑动等状态将显著改变结构的刚度和阻尼特性,使其呈明显的不确定性;外界的干扰也会影响甚至完全改变结构连接处的接触和滑动情况,从而影响或改变结构的刚度和阻尼[12-14]。

(3) 在核电厂结构中,预应力混凝土安全壳和钢筋混凝土剪力墙主厂房的结构参数,如材料强度、结构刚度和阻尼,以及地震力的谱值、峰值加速度、持续时间等载荷参数都具有较大的不确定性[15]。

(4) 车辆垂直侧面碰撞的特点是碰撞后两车在同一象限内运动,按不同方向旋转及发生一次以上的接触等[16],由于事故本身包含不确定参数,车速鉴定和事故分析仍具有较大的不确定性。此类事故中的不确定因素主要包括汽车的载重量、碰撞后汽车的质心位移及路面摩擦系数等[17]。

(5) 对液体火箭发动机进行可靠性仿真计算时,需要考虑发动机内部干扰造成的不确定性,如管路压降的变化量和涡轮效率的变化量等。它们是由零件安装

差异、组件液流试验测量误差以及使用了统计数据等造成的[18]。

实际系统中，造成不确定性的原因主要有：结构的制造、安装误差；参数的计算和测量误差；系统在不同工况下，载荷等参数的变化；参数具有一定的变化区域，无法精确测定；理论模型对物理模型的表征误差等。事实上，绝大多数实际的工程问题或多或少含有一定的不确定因素，只是由于数学处理上的困难和不便，在很多场合才不得不做出简化，将多重不确定性转化为单重不确定性或将不确定性简化为确定性。从辩证法的观点看，不确定性是绝对的，而确定性是相对的。对于不确定系统或结构的优化设计，经典的优化理论和方法难以完成，需要通过不确定性优化(uncertain optimization)方法进行建模和求解，求解过程中需充分考虑不确定性对于系统的影响，并在对不确定变量解耦后建立新的优化模型。不确定性优化理论是传统优化理论的延伸，利用不确定性优化方法进行设计时，无须对模型或参数做出较多简化和假设，可以建立更为客观和真实的优化模型，从而获得更为可靠的设计。

不确定性优化的研究具有重要的理论意义和工程意义。半个多世纪以来，不确定性优化的理论和方法得到了广泛的研究，并越来越引起人们的关注，目前已成为先进设计及相关领域的一个重要研究方向，相关方法已被成功应用于诸多实际工程领域，如生产过程[19-21]、网络优化[22]、车辆调度[23,24]、能源[25,26]、设备选址[27,28]、结构优化[29-31]等。这些问题的研究一方面反映了不确定性优化在实际应用中行之有效，另一方面也给出了大量不确定性优化的研究背景和工程应用前景，并为其提供动力源泉。

1.2 随机规划和模糊规划

不确定性优化问题的研究最早始于20世纪中叶Bellman和Zadeh[32,33]以及Charnes和Cooper[34]的研究工作。在传统的数学规划中，优化模型中的参数通常被假定为确定的值，但在一个不精确或不确定的环境中，这种人为的假设往往带来较大的建模误差。在现有的数学规划理论中，通常采用随机和模糊两类分析方法来描述一个真实决策问题中的不精确或不确定参数，并形成随机规划(stochastic programming)和模糊规划(fuzzy programming)两类不确定性优化理论和方法。在随机规划中，不确定参数被视为随机变量，并假定其精确的概率分布为已知；在模糊规划中，不确定参数被视为模糊集合，并假定其模糊隶属度函数为已知。

1.2.1 随机规划

随机规划是随着线性和非线性规划理论的应用和发展而逐步发展起来的，它的形成可追溯至20世纪50年代。最早提出随机规划问题的是线性规划创始人之

一的 Dantzig[35,36] 以及 Beale[37]，他们将线性规划应用于航线班机最优次数的设计，考虑到客流量的随机性，提出了有补偿的二阶段优化问题。而后，Wets 等[38,39] 对此类问题进行了系统的研究。Charnes 等[40] 首先提出了概率约束规划模型，也称为机会约束规划（chance constrained programming），并应用于炼油厂的生产和存储问题。而后，Borell[41]、Prekopa 和 Dempster[42] 对随机规划作出了重要的理论贡献，研究发现了概率规划问题的可行解集合的凸性与概率测度拟凹性之间存在的必然联系。在 60 年代和 70 年代，随机规划的模型、方法、理论和应用都得到了较大的发展，如 Markowitz 的均方差分析方法、Dupacova 的惩罚模型、Neumann 的效用模型等，另外 Garstka 与 Ziemba 等将其应用于经济均衡分析、金融风险测度等方面，得到了许多重要结论[43]。近年来，随机规划在理论和应用的各个方面都得到了进一步发展，相关研究成果和文献众多，如随机线性规划[44,45]、随机整数线性规划[46-48]、随机非线性规划[49,50]、鲁棒随机规划[51,52]、基于可靠性的设计优化[53-59] 等。对于众多的随机规划方法，如果按照随机变量出现的位置来划分，大致可以分为两类：随机变量存在于目标函数中和随机变量存在于约束函数中。

1）随机变量存在于目标函数中

随机变量存在于目标函数中的随机规划方法主要有两种模型：E-模型和 P-模型。E-模型中，通过优化目标函数的期望值，将不确定性优化转换为确定性优化问题；P-模型中，通过最大化目标函数不小于或不大于某一指定值的概率，将不确定性优化问题转换为确定性优化问题进行求解。

2）随机变量存在于约束函数中

在实际问题中，处理规划问题中的随机变量常见的有两种方式：一种是等待观察到随机变量的实现以后再解出相应的规划问题；另一种是在观察到随机变量的实现以前就依据以往的经验做出决策。但事先考虑到，如果随机变量等到实现观察以后却发现所做决策是不可行解，采取不同处理方法将产生不同的随机规划模型。如图 1.1 所示，当随机变量出现在约束函数中，依据随机变量处理方式的不同大致形成三类随机规划问题：分布问题、二阶段（多阶段）带补偿的随机规划问题和机会约束规划问题。对于分布问题，在观察到问题中随机变量的实现以后，这些变量将成为确定的值，从而得到相应的确定性规划问题。对应于不同的观察值，则得到不同的确定性规划问题，从而有不同的最优值。所以对于此类问题，要解决的不仅仅是确定性规划问题，而且还要知道所有这些问题的最优值的概率分布情况。对于机会约束规划，是考虑到所做决策在不利情况下可能不满足约束条件而采用的一种处理方法：允许所做出的决策在一定程度上不满足约束，但该决策应使得约束条件成立的概率不小于某一置信水平。对于二阶段带补偿问题，处理方法如同机会约束规划，也是在观察到随机变量的实现之前做出决策，但当约束条件违背时

将引入惩罚(引进补偿量,使原约束条件满足)。不同类型的随机规划问题之间存在一定的联系,它们之间可以相互转化[60]。

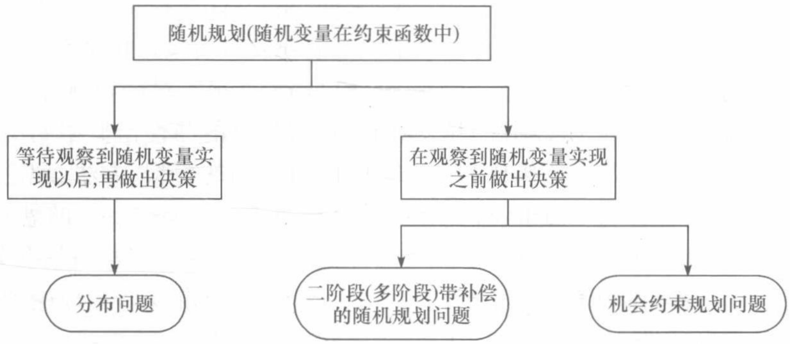

图 1.1 随机变量存在于约束函数中的三类随机规划方法[60]

1.2.2 模糊规划

模糊规划与随机规划的主要差别在于不确定参数的建模方式。在随机规划中,不确定量是由离散的或连续的概率分布函数来描述的;而在模糊规划中,将不确定量视为模糊数(fuzzy number),将约束看成模糊集。将约束的满足程度定义为一隶属度函数,可以允许约束在一定程度上不满足。

目前,模糊规划无论是在理论研究还是在应用方面都得到了长足的发展。自从 Bellman 和 Zadeh[33] 提出模糊决策以来,针对实际问题许多学者提出了各种解决方法,不同的决策问题和决策者可能有不同的决策方法和偏好,文献[33]和[61]介绍了模糊规划中的一些常用方法。根据 Inuiguchi 和 Ramik[62],模糊规划可大致分为如下三类:

1) 带有容差的模糊规划

这类规划方法首先由文献[33]提出,它在模糊目标和约束下处理决策问题。模糊目标和约束体现了目标函数值以及约束在不确定性下的弹性,此后 Zimmermann[63] 等学者又发展了此类方法。

2) 带有不确定因素的模糊目标和约束

此类规划方法处理的是目标函数和约束中的不确定系数,而不是模糊目标和模糊约束。Dubios 和 Prade[64] 求解了带有不精确系数的线性等式系统,第一次对模糊规划问题提供了一种可能的应用。多年来,多种不同方法[65-68] 被提出来求解带模糊系数的线性规划问题。

3) 带有容差及不确定性的目标规划

Luhandjula 等[69] 把目标值引入带有模糊系数的目标函数及约束中,同时基于

可能性理论进一步发展了此类方法[70]。

就目标函数和约束的性质而言，模糊规划可分为线性规划和非线性规划[71]。自模糊规划概念提出以来，大部分研究局限于线性规划问题，通过构造各个不同的等价模型把模糊线性规划数学模型转换为确定性模型，从而通过传统的数学规划方法进行求解，该方面研究已趋于成熟。但是，模糊非线性规划由于其目标函数和约束的复杂性、可行域的不规则性，较难找到一个行之有效的求解方法。该方面目前也已有一系列成果出现[72-77]，而且仍然是一个处于发展中的研究方向。

1.2.3 随机规划和模糊规划存在的困境

迄今为止，随机规划的研究取得了大量的成果，并被较广泛地应用于实际工程问题，然而其理论研究和工程应用方面也同时存在着较大不足或困境[78]：

(1) 随机规划必须基于不确定参数的精确概率分布，而构造精确的概率分布需获得大量的样本信息。对于很多实际工程问题，由于测量技术、经济性或实际条件所限，往往难以获得足够的样本信息。所以在随机规划问题的实际求解中，对随机变量的分布类型及其相应参数，工程人员往往做出一定程度上的近似和假设。然而，现有研究表明，参数概率分布的微小误差可能导致很大的不确定性分析偏差[79]。

(2) 并非所有的非线性规划算法都能有效地用来求解随机规划问题(其中适用的几种包括障碍函数法、支撑超平面法等)，而且求解的随机规划问题基本上只限于线性约束情形，或者各个随机变量都只取有限多个离散值的情况。求解困难的主要原因在于：在每一迭代点处，求约束函数的函数值或梯度向量时，需计算依赖于决策量的多维积分，计算量过大，因此需要开发一些收敛速度更快的算法；在计算依赖于决策量的多维积分，即多维随机向量落在某一区域的概率时，往往需要采用 Monte Carlo 方法，但是常规的 Monte Carlo 方法计算量很大，必须加进许多特别的技巧和减少估计量方差的措施才能使之行之有效[79]。对于更复杂的约束条件，往往只能采用逼近方法[80,81]进行处理。

模糊规划中，用模糊隶属度函数表示约束条件的满足程度、目标函数的期望水平及模型系数的不确定变化范围。在模糊决策时，一般将模糊约束和模糊目标等同对待，取其模糊集合的交集，然后将其中隶属度值最大的决策作为最优的模糊决策。在整个求解过程中，前提是必须获得不确定参数的精确模糊隶属度函数。然而，在实际应用中，往往是通过有限量的数据样本和决策者的经验来确定不确定参数的模糊隶属度函数，这便给模糊规划的求解带来较大误差。本质上，随机规划和模糊规划都是基于概率的，只不过前者采用的是客观概率，而后者采用的是主观概率[82]，所以它们都需基于大量的不确定信息。然而遗憾的是，很多实际工程问题中，获得足够量的不确定性信息往往显得非常困难或成本过高，这便使两类方法在实际工程应用方面受到了较大的限制。

1.3　非概率不确定性优化方法

在实际工程问题中，要获得不确定量的精确概率分布或模糊隶属度函数很多时候存在较大困难，然而获得不确定参数可能的取值范围相对来说较为容易，所需的样本信息也大大减少。为此，近几十年来，国内外很多学者致力于发展“基于边界表征”的非概率不确定性建模方法[79,83]，并在其基础上提出相应的非概率不确定性优化理论和方法，从而使得一类随机规划和模糊规划难以解决的不确定性优化问题得以有效求解。在此领域，目前主要有两类方法：基于凸模型(convex model)的最差情况(worst case)优化方法和基于区间(interval)的区间数优化方法。为方便起见，本书中将前者称为凸模型优化(convex model optimization)，而将后者称为区间数优化(interval number optimization)或区间优化(interval optimization)。两类方法有其相似点，但整个求解思路基于不同的优化架构，其关系具体如下：

(1) 在不确定建模方式上，凸模型优化采用凸集合(椭球凸集、包线界限凸集等)描述多维参数不确定域的边界；而区间优化利用区间描述每一参数的波动性，故其参数不确定域属于一个多维长方体。由于多维区间集合属于凸集的一种，所以从不确定建模方式而言，区间优化属于凸模型优化的特例。

(2) 在不确定优化问题的处理上，凸模型优化大都基于“最差情况”方法，即只考虑目标函数和约束在不确定状态下的最不利情况，留给决策者参与和控制的空间较小，所以是一种较为保守和刚性的不确定决策方法。而区间优化方法通常利用数学模型定量描述约束在不确定性条件下得以满足的“可能性”，并且通过多重标准保证不确定性目标函数的性能，所以相比凸模型优化其更具灵活性和柔性。通过区间优化，决策者可以根据实际问题及自身的经验和偏好更灵活地控制整个优化模型，故具有更大的决策空间。从不确定优化模型的处理方式上，凸模型优化可以作为区间优化的一个特例，这一点也正是凸模型优化方法和区间优化方法的最大不同所在。

(3) 通常这两类方法最终都需要将不确定性优化问题转换为确定性优化问题进行求解，而转换后的优化问题都是一个两层嵌套优化问题。所不同的是，在凸模型优化中，两层嵌套优化只涉及不确定目标函数和约束的单个边界；而在区间优化中，不确定目标函数和约束的上下边界都将进入嵌套优化模型中，并且该嵌套优化通常是一个多目标优化问题。所以，区间优化问题的数值求解难于凸模型优化。

(4) 在研究内容方面，凸模型优化大都集中于结构力学领域，并且通常与有限元法(finite element method，FEM)相结合构造相应的结构优化算法。而区间优化的研究目前还更多地处于数学规划理论本身的探求，致力于一些基本的数学规划模型的建立，研究对象也大都停留于显式函数问题。

下面对凸模型优化和区间优化两类非概率不确定性优化方法的基本概念、求解方式及研究现状做一个概述。

1.3.1 凸模型优化方法

20 世纪 90 年代，在凸模型不确定性分析理论及其应用方面已有较多的研究，并取得了较大的发展。目前，应用于工程领域的主要凸集模型有[79]：①一致界限凸集模型；②椭球界限凸集模型；③包线界限凸集模型；④瞬时能量界限凸集模型；⑤累积能量界限凸集模型等。文献[84]和[85]还分别给出了用于描述几何不完整和动载荷的凸集模型的其他表述形式。近年来，还出现了一系列新型的凸集模型用以处理更为复杂的不确定性，如多椭球模型[86]、多维平行六面体模型[87]、超椭球模型[88]、凸模型过程[89]等。

凸模型理论用于结构的不确定优化设计始于 1994 年，Elishakoff 等[29]首次将反优化方法应用于不确定载荷作用下结构的设计，从而提出了基于“最差情况”的不确定性优化方法。如对于如下的不确定性优化问题：

$$\begin{cases} \min\limits_{\boldsymbol{x}} \ f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) \\ \text{s. t.} \ \ g_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) \geqslant 0, \ j=1,2,\cdots,l, \ \boldsymbol{p} \in C_p \end{cases} \tag{1.1}$$

式中，f 和 g 分别为目标函数和约束；$\boldsymbol{x}$ 为设计向量；$\boldsymbol{p}$ 为不确定向量，其不确定域属于一凸集 C_p；l 为约束数量。通过 Elishakoff 的方法可以将式(1.1)转换为一确定性优化问题：

$$\begin{cases} \min\limits_{\boldsymbol{x}} \ \max\limits_{\boldsymbol{p} \in C_p} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) \\ \text{s. t.} \ \ \min\limits_{\boldsymbol{p} \in C_p} g_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) \geqslant 0, \ j=1,2,\cdots,l \end{cases} \tag{1.2}$$

显然，式(1.2)是一个两层嵌套优化问题，外层优化用于设计向量寻优，而内层优化用于求取不确定目标函数和约束在 C_p 上的最不利响应。

基于上述工作，凸模型优化方法的研究由此展开。Lombardi[90]对 Elishakoff 的方法进行了改进，提出了求解嵌套优化问题的“两步法”，一定程度上提高了优化效率。Pantelides 和 Ganzeli[91-93]提出了椭球凸集模型的建模方法，并将其应用于桁架结构和多跨梁的设计。Pantelides[94]对结构设计中的模糊规划和凸模型优化方法进行了系统的比较。邱志平教授[95-97]多年来一直从事反优化方法的研究，提出了多种能高效求解结构在凸集不确定域上响应边界的快速算法，为凸模型优化提供了潜在的数值计算工具。Au 等[98]提出了基于凸集模型的鲁棒性优化方法。Gurav 等[99]提出了一种增强的反优化方法，在此基础上实现了高效的不确定性优化，并应用于微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)的设计。Guo 等[100]讨论了内层不确定性分析的全局最优解问题，通过求解内层优化问题的