



自主创新
方法先行

高等数学及其应用

(第二版)

罗蕴玲 李乃华 安建业 李美凤 编著

3

高等教育出版社



自主创新
方法先行

高等数学及其应用

(第二版)

罗蕴玲 李乃华 安建业 李美凤 编著

GAODENG SHUXUE JIQI YINGYONG

高等教育出版社·北京

内容提要

本书基本内容是依据最新的“经济和管理类本科数学基础课程教学基本要求”确定的。全书分为十二章,内容包括函数与模型、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、积分、定积分的应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、无穷级数、微分方程、差分方程。

本书在保持内容系统性和完整性的基础上,融入了数学软件 Mathematica 的有关内容,并基于 Mathematica 软件为基础介绍高等数学的实际应用,使得学习者在学习相关理论的基础上,可以轻松完成复杂计算和分析,实现理论与实践的结合;同时本书还为学习者配置了数字化资源,包括重点难点讲解、相关定理证明、教学演示实验、数学家小传、基于 Mathematica 的数学实验指导(录屏)、习题答案与提示等开放资源,便于学习者自主学习,提升学习效果。学习者可通过扫描相应二维码或登录易课程平台,方便地获取相应的资源。

本书可作为高等学校经济和管理类本科专业教材,也可作为其他非数学类本科专业教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学及其应用 / 罗蕴玲等编著. --2 版. --北京:高等教育出版社,2016.10
ISBN 978-7-04-046382-8

I. ①高… II. ①罗… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 206050 号

策划编辑	贾翠萍	责任编辑	贾翠萍	特约编辑	徐 飞	封面设计	张 楠
版式设计	张 楠	插图绘制	杜晓丹	责任校对	陈旭颖	责任印制	韩 刚

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	保定市中国画美凯印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	40.5	版 次	2010 年 8 月第 1 版
字 数	690 千字		2016 年 10 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2016 年 10 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	49.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 46382-00

高等学校大学数学教学研究与发展中心
项目研究成果

致 读 者

古语道：“授人以鱼，不如授人以渔”，说的是与其传授知识，不如传授获取知识的方法与能力。这正是我们编写本教材的初衷。那么，本教材何以能“授人以渔”？

一、“从实际中来，到实际中去”，授人以“用数学的意识”

如果把数学形象地比作一条鱼，那么本教材一改通常教材“掐头去尾、只烧中段”的做法，努力让读者能品尝“全鱼”之美味，了解数学的源头与去向，领略数学的威力，培养用数学的意识。

在概念的引入上，从实际问题出发，力求通过创设现实情境，使读者感受到数学就在自己身边，体会到数学的应用价值，树立用数学的信念；在公式推导或定理证明上，做到适可而止，避免将鲜活的思维淹没在复杂的推导与证明过程中；在计算的方法上，淡化繁难的技巧，尽可能通过简单的题目讲授一般的解题思路与方法；在理论讲授结束后，又回到实际应用中去，选择贴近生活的相关实例，运用数学符号、数学式子以及数量关系建立相应的数学模型，对其本质特性进行分析，将用数学的意识落到实处。

每一章的开篇之语，将内隐于概念、定理、公式等数学知识中的数学思想，进行了精心提炼，便于读者更好地领悟这些思想的精髓，增强用数学的意识。

二、挖掘信息技术的潜力，授人以“用数学的能力”

伴随着信息技术的发展，数学插上了腾飞的翅膀，无论从应用的深度还是在拓展的广度上，都有了质的飞跃。为此，本教材将信息技术与大学数学知识相融合，借助于信息技术，增强用数学的能力。

为了准确理解抽象的数学概念、定理或公式，并应用其解决实际问题，我们研制了教学演示实验，读者可以方便地通过改变这些演示实验中各种控制参数的数值，直观、形象地领会其中的数学思想，这是用好数学的基础。

为了更好地借助计算机解决繁难的计算问题和应用问题，每章都设置了 Mathematica 软件的内容，并辅之以相应的教学视频，一方面介绍如何运

用数学软件求解该章涵盖的符号演算、科学计算、绘制图形等问题,另一方面选取具有代表性的应用实例,读者通过自主探究与实验,可强化自身数学软件的应用技能,提高用数学的能力。

三、围绕“发现问题、分析问题、解决问题”这条主线,授人以“学数学的能力”

较强的学习能力是成功人士必备的素质。为此,我们围绕“发现问题、分析问题、解决问题”这条主线,精心设计教材的每一个环节,并编写了配套的辅助教材《伴你学数学——高等数学及其应用导学(第二版)》及数字化资源,为提高读者自主学习数学的能力而不懈努力。

例如,导学教材中的“问题搜索”栏目,不仅让读者带着问题去预习,而且希望读者在学习的过程中提出问题,力求培养读者发现问题的能力;教材中的“停下来想一想”板块,旨在让读者在学习过程中主动思考,养成善于分析的良好习惯,力求培养分析问题的能力;教材中有关“应用”的章节内容和导学教材中的“探究与应用”栏目,或者为读者提供了解决问题的范例,或者需读者对精选的典型问题自主探究,目的都是培养其解决问题的能力。

为便于读者学习,本教材配备了丰富的数字化资源,包括重点难点讲解、相关定理证明、教学演示实验、数学家小传、基于 Mathematica 的数学实验指导、习题答案与提示等,读者通过扫描相应二维码或登录易课程平台,即可获取这些资源。

总之,授人以鱼,三餐之需;授人以渔,终生之用。希望您细细品味其中的道理。

第二版前言

本教材自 2010 年出版至今已经 6 年,结合 6 年的教学改革实践及同行和使用者的意见和建议,我们对教材进行了修订。

本次教材修订遵循了下面四条原则:

1. 依照《大学数学课程教学基本要求(2014 年版)》,更加突出本教材面向经济和管理类本科各专业学生的定位;

2. 按照精品教材的要求,在保持本书第一版的优点和特色的基础上,从结构的编排和内容的选材上,更加注重“学数学的能力”“用数学的意识”和“用数学的能力”的培养;

3. 充分考虑当今教学改革中分层教学的需要,采用“纸质教材+纸质导学教材+数字化资源”形式,学习者可以通过扫描相应的二维码或登录易课程平台,方便地获取相应的资源;

4. 在习题配置方面,充分吸收国内外一些优秀教材的优点,增加概念题、图形题、匹配题、分析题的题量,同时在每章最后增设了复习题。

为便于学习者全面了解本教材的特色和有效地使用本教材,增设了寄语学习者专栏——致读者。

同时,本书配有电子教案,可与作者联系获取,电子邮箱是:yunlingluo@126.com。

本版教材的修订工作由罗蕴玲、李乃华、安建业、李美凤完成。在此,对提出宝贵意见和建议的同行和使用者表示真诚的谢意!欢迎广大同行和使用者继续提出宝贵意见。

编著者

2016.03

第一版前言

随着科学技术的迅猛发展,数量分析已渗透到人文科学、社会科学和自然科学等各个领域,数学的重要性为社会所公认,数学的普及也越来越广泛;与此同时,由于计算机技术的普及与提高,繁难的数学计算、庞大的数据分析和抽象的数学推理已不再是高不可攀,数学的应用也越来越深入。伴随着社会对人的素质要求的不断提高,数学素质教育已成为公民教育的必修课。

为适应新形势下社会发展的需要,作为天津市优秀教学团队的天津商业大学“大学数学基础课程教学团队”,近年来一直致力于“信息技术与数学课程整合”这一教育教学改革问题的研究与实践,并取得了一些可喜的成果。为了深化教育教学改革的成果,团队教师编著了这套经济管理类本科专业数学基础课程教材,这套教材包括《高等数学及其应用》《线性代数及其应用》和《概率统计及其应用》。

本套教材是科技部项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”和高等学校大学数学教学研究中心项目“基于创新人才培养的大学数学课程教学体系的统筹设计与实践”的研究成果。教材内容涵盖了教育部数学基础课程教学指导分委员会对经济管理类各本科专业三门数学基础课程教学内容的全部要求,并力求体现以下特点:

1. 传统与现代融合

数学基础知识、多媒体技术、计算机应用软件三者有机融合。以数学为本,辅之多媒体技术使抽象概念可视化、静态图形动态化,辅之计算机应用软件使复杂计算窗口化,使过去靠手工难以完成的绘图、数据分析和模拟逼近等,可以轻松自如地实现。多媒体技术、计算机应用软件融入数学基础知识学习中,调动了学生学习数学的兴趣,促进学生数学素质的提高。

2. 知识与能力并重

适时插入“停下来想一想”注释,通过设疑、提醒、警示、猜想、归纳、推广(条件与结论变更)、理清关系、总结思路等方法,或引出新的思考,或提出更深层次、更广范围的问题,把对内容的理解引向深入,让学生回味和联

想,帮助学生掌握知识重点、领会问题本质,引导学生自觉思考,开拓学生的思路和视野,启迪学生发现问题、分析问题和解决问题,激发学生的求知欲,培养学生的创新意识和自主学习能力。

3. 理论与应用兼备

理论的准确理解是实际正确应用的基础,实际应用又是对理论理解的深化。教材以实际问题为背景,将数学建模思想融入其中,在概念阐述上,做到通俗简明,举例贴近生活;在理论阐述上,做到讲清楚数学思想和原理,讲明白应用的条件、方法和结果(解释);在应用案例上,做到生活化、大众化、科学化,力求使学生消除对数学的陌生感、抽象感、恐惧感,树立学生学好数学、用好数学的信心。

4. 基础与提高共存

例题选择做到少而精,重在有代表性,重在对概念的理解掌握和思维方法的培养。教材中习题配置做到数量适宜、难度合理、循序渐进,每节后习题大致为A、B两组。A组是基本题,是对课程的基本要求,要求学生必须完成;B组是提高题,大部分题目是历届全国硕士研究生入学考试,是为学有余力的学生准备的,重在综合性,力求通过这些习题加深和拓广教材内容,帮助学生提高综合运用所学知识的能力。此外,习题中有意识地增加了图形题和实际应用题(部分题目需要用计算机来完成),使学生感到数学这门课学了有用、学了会用。

本套教材融入软件,突出技能,实用性强。内容可视化——让读者不再因抽象而烦恼;计算软件化——让读者不再被繁难所困扰;方法现实化——让读者不再因不知其用而厌学。

本套教材在“做中学、学中悟、悟中醒、醒中行”方面做了有益的尝试。教材中涉及的教学演示实验可在“天津市大学数学精品资源网”下载,也可与作者联系获取,电子邮箱是:lxylnh@tjcu.edu.cn。

天津市教育委员会高教处的领导对本项目的研究给予了热心的指导和资助,在他们的关心和支持下,教学改革得以深化、教学资源得以共研、共建、共享、共赢。高等教育出版社的同志对本书的出版给予了热情的支持。在此,我们一并致以最诚挚的感谢。

天津商业大学理学院长期从事经济和管理类专业高等数学课程教学建设的老师们在项目的教学研讨和实践中付出了辛勤劳动,正是由于他们的积极支持和鼓励才使我们以充沛的精力高标准地完成了本书的编著工

作。在此,我们也致以最诚挚的谢意。

我们期盼本套教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。同时,热情欢迎广大读者提出批评与建议,让我们共同为持续提高数学课程的教学质量、发挥数学课程在人才培养中的作用而不懈努力。

编著者

2010.03.18

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581999 58582371 58582488

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社法律事务与版权管理部

邮政编码 100120

防伪查询说明

用户购书后刮开封底防伪涂层，利用手机微信等软件扫描二维码，会跳转至防伪查询网页，获得所购图书详细信息。用户也可将防伪二维码下的20位密码按从左到右、从上到下的顺序发送短信至106695881280，免费查询所购图书真伪。

反盗版短信举报

编辑短信“JB,图书名称,出版社,购买地点”发送至10669588128

防伪客服电话

(010)58582300

网络增值服务使用说明

一、注册/登录

访问 <http://abook.hep.com.cn/>，点击“注册”，在注册页面输入用户名、密码及常用的邮箱进行注册。已注册的用户直接输入用户名和密码登录即可进入“我的课程”页面。

二、课程绑定

点击“我的课程”页面右上方“绑定课程”，正确输入教材封底防伪标签上的20位密码，点击“确定”完成课程绑定。

三、访问课程

在“正在学习”列表中选择已绑定的课程，点击“进入课程”即可浏览或下载与本书配套的课程资源。刚绑定的课程请在“申请学习”列表中选择相应课程并点击“进入课程”。

如有账号问题，请发邮件至：jiacp@hep.com.cn。

目 录

第 1 章 函数与模型	001
第 1.1 节 函数的概念及基本性质	001
1. 函数的基本概念	001
2. 反函数	006
3. 函数的基本性质	009
习题 1.1(A)	013
习题 1.1(B)	014
第 1.2 节 常见函数	014
1. 基本初等函数	014
2. 初等函数	017
习题 1.2(A)	023
习题 1.2(B)	024
第 1.3 节 数学模型及其应用	024
1. 数学模型的概念	024
2. 应用范例	025
习题 1.3(A)	031
第 1.4 节 Mathematica 软件应用	032
1. Mathematica 软件简介	032
2. Mathematica 软件中的函数	040
3. Mathematica 软件绘制二维图形	043
4. 技能训练	049
复习题 1	051
第 2 章 极限与连续	054
第 2.1 节 函数的极限	054
1. 引例	054

2. 函数极限的直观定义	057
* 3. 函数极限的精确定义	066
4. 无穷大和无穷小	070
习题 2.1(A)	071
习题 2.1(B)	072
第 2.2 节 函数极限的性质及运算法则	072
1. 函数极限的性质	072
2. 极限的运算法则	073
3. 极限存在准则和两个重要极限	080
4. 再谈无穷小量	088
习题 2.2(A)	092
习题 2.2(B)	094
第 2.3 节 经济和管理中的例子	095
1. 复利与贴现	095
2. 蛛网模型	097
习题 2.3(A)	100
第 2.4 节 函数的连续性	101
1. 函数的连续性	101
2. 函数的间断点	104
3. 连续函数的运算性质	106
4. 闭区间上连续函数的性质	109
习题 2.4(A)	111
习题 2.4(B)	113
第 2.5 节 Mathematica 软件应用	114
1. 讨论一元函数的极限与连续	114
2. 技能训练	115
复习题 2	117
第 3 章 导数与微分	120
第 3.1 节 导数的概念	120
1. 瞬时速度、切线斜率与变化率	120
2. 导数的概念	123

3. 可导性与连续性的关系	130
习题 3.1(A)	131
习题 3.1(B)	132
第 3.2 节 求导法则	133
1. 基本初等函数的导数	133
2. 函数和、差、积、商的求导法则	138
3. 复合函数的求导法则	141
4. 隐函数求导法则	144
5. 参数方程的求导法则	148
习题 3.2(A)	151
习题 3.2(B)	152
第 3.3 节 微分	153
1. 线性化	153
2. 微分的概念	155
3. 微分的运算法则	160
4. 微分在近似计算中的应用	162
习题 3.3(A)	164
习题 3.3(B)	165
第 3.4 节 经济中的例子	165
1. 边际	165
2. 弹性	168
3. 增长率	171
习题 3.4(A)	172
第 3.5 节 Mathematica 软件应用	173
1. 求一元函数的导数与微分	173
2. 技能训练	176
复习题 3	178
第 4 章 中值定理与导数的应用	182
第 4.1 节 中值定理	182
1. 罗尔定理	182
2. 拉格朗日中值定理	185

3. 柯西中值定理	189
习题 4.1(A)	190
习题 4.1(B)	191
第 4.2 节 洛必达法则	191
1. $\frac{0}{0}$ 型未定式	192
2. $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	194
3. 其他类型未定式	195
习题 4.2(A)	198
习题 4.2(B)	198
第 4.3 节 泰勒公式	199
习题 4.3(A)	205
习题 4.3(B)	205
第 4.4 节 函数的单调性与极值	206
1. 函数单调性的判别法	206
2. 函数极值的求法	210
3. 函数最值的求法	212
习题 4.4(A)	214
习题 4.4(B)	215
第 4.5 节 凹凸性与函数作图	216
1. 曲线的凹凸性及拐点	216
2. 来源于导数的函数图形的特征	220
3. 函数作图	222
习题 4.5(A)	227
习题 4.5(B)	228
第 4.6 节 最优化问题	228
习题 4.6(A)	234
习题 4.6(B)	235
第 4.7 节 Mathematica 软件应用	235
1. 一元函数的极值与最值	235
2. 技能训练	237
复习题 4	238

第 5 章 积分	242
第 5.1 节 定积分的概念及基本性质	242
1. 距离问题和面积问题	242
2. 定积分的定义	248
3. 定积分的几何意义	250
4. 定积分的基本性质	251
习题 5.1(A)	258
习题 5.1(B)	259
第 5.2 节 微积分基本定理	259
1. 微积分第一基本定理	259
2. 原函数与不定积分	263
3. 微积分第二基本定理	269
习题 5.2(A)	271
习题 5.2(B)	273
第 5.3 节 基本积分法	274
1. 换元积分法	274
2. 分部积分法	291
3. 有理函数的积分	295
习题 5.3(A)	298
习题 5.3(B)	299
* 第 5.4 节 定积分的近似计算	300
习题 5.4(A)	304
第 5.5 节 反常积分	304
1. 无穷限积分	304
2. 瑕积分	308
习题 5.5(A)	310
习题 5.5(B)	311
第 5.6 节 Mathematica 软件应用	311
1. 求不定积分	311
2. 定积分的计算	312
3. 反常积分的计算	313

4. Γ 函数的计算	315
5. 技能训练	315
复习题 5	316
第 6 章 定积分的应用	320
第 6.1 节 定积分的微元法	320
第 6.2 节 定积分在几何学中的应用	321
1. 平面图形的面积	321
2. 旋转体的体积	324
习题 6.2(A)	326
习题 6.2(B)	326
第 6.3 节 定积分在经济和管理中的应用	327
1. 净增长问题	327
2. 社会收入分配问题	329
习题 6.3(A)	331
习题 6.3(B)	332
第 6.4 节 定积分在概率中的应用	332
第 6.5 节 Mathematica 软件应用	336
1. 积分的计算	336
2. 技能训练	336
复习题 6	337
第 7 章 向量代数与空间解析几何	340
第 7.1 节 空间直角坐标系	340
1. 空间直角坐标系的建立	340
2. 空间中点的坐标	341
3. 空间中两点间的距离	342
习题 7.1(A)	344
习题 7.1(B)	344
第 7.2 节 向量代数	345
1. 向量的概念	345
2. 向量的线性运算	346