普通高等教育“十三五”规划教材
军队院校士官职业技术教育适用教材

高等数学

基础与应用

胡超斌　柴春红　闵先雄◎主编

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

普通高等教育“十三五”规划教材
军队院校士官职业技术教育适用教材

高等数学

基础与应用

主　编　胡超斌　柴春红　闵先雄
副主编　胡军涛　刘　明　田　菲
编　者　蔡　威　张　敏　刘清国
　　　　翁晓龙　杜春彦　刘家学

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国·武汉

内容提要

本书是根据士官职业技术教育实战化改革要求，为适应士官数学教学“理实一体”化教学模式，由空军预警学院黄陂士官学校、空军第一航空学院和武汉军械士官学校的资深数学教师合作编写而成的．内容设计注重打好知识基础、降低理论难度，面向专业和实战，强化应用，体现了“向前延伸、向后拓展、实用够用、生动易懂、贴近军事”的特点．内容体系设计有弹性，不同院校和专业可根据自身要求选择教学，并给出了课时安排建议．

本书内容分为 8 章：第 1 章解析几何与代数，第 2 章行列式与矩阵，第 3 章函数及其应用，第 4 章函数的极限与连续，第 5 章函数的导数及应用，第 6 章不定积分与定积分，第 7 章常微分方程，第 8 章空间解析几何与向量代数．本书是面向军事院校士官电类大专业的数学教材，也可供士官工程类专业和地方工程技术类高职院校参考使用．

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础与应用 / 胡超斌，柴春红，闵先雄主编. 一武汉：华中科技大学出版社，2016.9
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978-7-5680-2155-5

Ⅰ.①高… Ⅱ.①胡… ②柴… ③闵… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 202995 号

高等数学基础与应用
Gaodeng Shuxue Jichu yu Yingyong
胡超斌 柴春红 闵先雄 主编

策划编辑：王汉江
责任编辑：王汉江
责任校对：李 琴
封面设计：原色设计
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山 邮编：430074 电话：(027)81321913
录 排：武汉市洪山区佳年华文印部
印 刷：武汉市金港彩印有限公司
开 本：880mm×1230mm 1/16
印 张：15.5 插页：1
字 数：420 千字
版 次：2016 年 9 月第 1 版第 1 次印刷
定 价：48.00 元

华中出版

序

士官职业技术教育在全军士官院校开展至今已有三十年，近十年来各院校积极探索士官职业技术教育的改革和转型，基本转变了教学理念和方法，相比学历教育有了较大改变，重在培养士官的岗位任职能力．自习近平主席向全军提出“要坚持从实战需要出发，从难从严训练部队，提高军事训练实战化水平，确保能打仗、打胜仗”建设要求以来，实战化改革已成为军校教育训练改革的最新方向．

士官数学课程属于士官职业技术教育课程体系中任职基础类科学文化课程，相比任职岗位类和任职拓展类课程，与实战能力的关系相对间接一些，相比军事基础类和政治理论类课程，缺少上级部门统一、明确的要求，也因此当前各有关士官院校对数学课程实战化改革的认识还偏于笼统，存在一些认识上的差异，如：淡化基础理论知识的作用；过于强调动手能力，忽视动脑能力；对数学课程要求过高；追求形式上的实战化．

士官学员的职业技术教育，应该坚持通过五类课程的教学，帮助学员构建自身知识、能力、素质的体系．作为任职基础类科学文化课程，数学教学培养学员的逻辑思维和定量分析能力，其作用是为专业基础课程、任职岗位课程和任职拓展课程打下理论基础．因此，数学课程实战化改革应具有“两面向一结合”的特征：面向专业基础课程，提供必备的知识基础，培养学员基本的抽象思维能力；面向任职岗位课程，提供必备的实验操作技能基础，培养学员基本的动手能力；结合军事应用，讲解装备、战法的基本原理．按专题式、模块化构建教学内容体系和教材；按“理—实—装”融合理念创新教学方法；按“理实一体”要求建设教学平台．针对士官数学课程的教学现状，要在充分认识数学课程作用的基础上，创造性地改革数学课程的教学．这包括科学地建构数学课程的教学体系和内容，编写对应的支撑性教材，创新教学方法并运用于教学，升级教员的知识能力结构，建设配套的教学平台，等等．

教材是教学行为的客体，也是教学内容和教学模式方法的载体．现有士官数学教材偏重理论和运算，操作和应用内容不足，局限较大，已不太适应士官职业技术教育的需求，需要按照“理实一体”理念编写一本合适的教材．一是体现教学内容创新的成果，联系军事应用和专业知识展开教学内容，简化理论、推导、计算内容，加强对理论的通俗化阐述，加强方法归纳，增加数学实验、软件教学等应用环节，以此

提高学员阅读兴趣,降低学习难度,抓住学习重点,体现实战特色和专业衔接.二是融入教学模式方法改革成果,根据教学内容的不同特点,以更适合的教学方法灵活呈现.三是修订完善必要的中等数学内容,帮助学员进一步打牢基础.

该教材的编者对教材改革进行了认真、深入的探索,获得了一些有价值的成果,汇集成本书,是实战化教学改革的一次有益的实践.该教材的编写理念和内容组材均有创新,对士官数学教学同行具有较大的启发意义,期待该教材在教学实践中获得好的教学效果,切实打牢士官学员的任职能力基础.

解放军武汉地区院校协作中心数学协作组组长
海军工程大学理学院应用数学系教授
王公宝

二〇一六年六月十八日

前　言

士官职业技术教育在军事院校开展至今已满三十年，近十年来各院校积极探索士官职业技术教育的改革和转型，基本转变了教学理念和方法，当前实战化教学改革是军校教育训练改革的最新方向．士官数学课程实战化教学改革尚处起步阶段，迫切需要在教学理念、教学内容、教学模式上创新突破，编写适应实战要求的新教材．

近几年，编者潜心研究士官数学教学改革，创造性地提出了“理—实—装”一体教学模式，先后参编、主编士官数学教材两本，积累了较为丰富的编写经验，在此基础上编写了本教材．教材在充分研读雷达、电子对抗专业的岗位任职课程教材的基础上，借鉴现有士官数学教材的优点，开展教学内容的开发改造，取得了很好的效果．具体体现在：一是以军事应用为牵引，通过装备介绍提出问题，启发分析工作原理，引出数学知识，讲解概念、定理和计算方法，通过设定案例，组织研讨，运用数学知识解决问题，体现了“理实一体”的教学理念，实现了数学知识和军事应用的紧密结合；二是针对学员数学基础比较薄弱的现状，修订完善了必要的初等数学的教学内容，体现了向前延伸理念；三是配合“理实一体”化教学模式改革，简化了部分理论、推导、计算内容，增加数学实验等数学应用的内容和环节，以此提高学员的阅读兴趣，降低学习难度，培养学员应用能力；四是补充了与数学理论相关联的专业知识和实例，为学员学习专业课做好铺垫，体现了向后拓展理念．

整体上看，新教材较好地体现了“向前延伸、向后拓展、实用够用、生动易懂、贴近军事”的编写理念，较以往教材进步明显，适合士官职业技术教育教学使用．

前言后面给出了各章、节的课时安排建议，不同院校和专业可根据自身要求，模块化地选择教学内容．

本书由胡超斌、柴春红、闵先雄任主编，确定整体框架和各章节内容要求．胡军涛、刘明、田菲任副主编，蔡威、张敏、刘清国、翁晓龙、杜春彦、刘家学参加了编写．刘明、田菲编写第 1 章、第 3 章，刘明编写第 2 章以及函数和导数的专业应用内容，胡超斌、胡军涛编写第 4 章，胡超斌、杜春彦编写第 5 章，胡超斌、刘家学编写第 6 章，胡超斌、蔡威编写第 7 章，张敏、闵先雄编写第 8 章，刘明、田菲、翁晓龙编写全书的习题，胡超斌完成了全书的统稿和修订，刘清国、柴春红、闵先雄先后对全书作

了审查和修订.

本书在编写过程中,参考了众多教材和书籍,借鉴吸收了相关成果,在此表示衷心感谢.由于编者水平所限,书中难免有不妥之处,敬请读者指正.

编　者

2016 年 8 月

课时安排建议

章节名称	理论课时	实践课时	备　注
第 1 章　解析几何与代数	16	2	
1.1　代数概论	2		选学
1.2　平面直角坐标系与直线	2		按需略学
1.3　圆与椭圆	2		按需略学
1.4　抛物线	2		按需略学
1.5　双曲线	2		按需略学
1.6　极坐标系与球坐标系	2		
1.7　向量	2		如学第 8 章本节可不学
1.8　复数	2		
1.9　解析几何与代数的软件求解		2	选学
第 2 章　行列式与矩阵	6	2	
2.1　行列式	2		
2.2　矩阵	4		
2.3　矩阵与行列式的应用		2	选学
第 3 章　函数及其应用	16	2	
3.1　函数的概念与几何性质	2		
3.2　幂函数	2		按需略学
3.3　指数函数	2		按需略学
3.4　对数函数	2		按需略学
3.5　三角函数	6		按需略学
3.6　初等函数	2		
3.7　函数的专业应用和软件求解		2	选学
第 4 章　函数的极限与连续	10	1	
4.1　函数的极限	3		
4.2　无穷小与无穷大	1		
4.3　函数极限的求解	3		
4.4　极限的软件求解		1	选学
4.5　函数的连续和间断	3		

续表

章节名称	理论课时	实践课时	备注
第 5 章　函数的导数及应用	12	2	
5.1　导数的概念	2		
5.2　函数的求导	4		
5.3　导数的应用	4		
5.4　函数的微分	2		选学
5.5　导数的专业应用和软件求解		2	选学
第 6 章　不定积分与定积分	14	2	
6.1　原函数与不定积分	2		
6.2　不定积分的计算	4		
6.3　定积分的概念	2		
6.4　微积分基本公式	2		
6.5　定积分的计算	2		
6.6　不定积分和定积分的软件求解		2	选学
6.7　定积分的应用	2		
第 7 章　常微分方程	4	1	
7.1　常微分方程的基本概念	1		
7.2　可分离变量的微分方程	1		
7.3　齐次方程	1		
7.4　一阶线性微分方程	1		
7.5　常微分方程的软件求解		1	选学
第 8 章　空间解析几何与向量代数	10		选学
8.1　空间直角坐标系与曲面	2		
8.2　向量及其线性运算	2		
8.3　数量积与向量积	2		
8.4　空间平面及其方程	2		
8.5　空间直线及其方程	2		
总　计	88	12	100

※　正文中用楷体字编排的内容属于难度较大的理论性知识或数学科普知识，可选讲或学生自学.

目 录

第 1 章 解析几何与代数

本章讲解几何学与代数学中的基本知识. 代数部分简要叙述因式分解、方程、不等式、集合的知识;平面几何部分讨论平面直角坐标系中的直线、圆、椭圆、抛物线、双曲线的图形特征和方程表示,并融合了一些军事和专业应用的知识;作为几何与代数的拓展,讲解了雷达专业中常用的极坐标系、球坐标系、向量、复数的知识. 最后将学习 MATLAB 软件的基本操作,并将以上知识用 MATLAB 命令实现. 学习几何与代数知识,要注意数形结合,抓住曲线的几何本质,掌握图形和方程的对应关系.

1.1 代数概论

【学习要求】

1. 记住因式分解的定义,掌握常用的因式分解方法.
2. 掌握一元二次方程的求解方法;掌握简单绝对值不等式和一元二次不等式的求解方法.
3. 掌握二元一次方程组的消元求解法.
4. 记住集合与元素的定义,理解集合的表示方法,理解集合的包含和相等关系.
5. 理解区间和邻域的相关概念.

1.1.1 多项式与因式分解

由变量、系数以及它们之间的加、减、乘、正整数幂运算得到的表达式称为**多项式**. 例如 x^2+2x+1 是二次多项式,$a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$ 是三次多项式.

把一个多项式在给定范围内(如有理数范围内,即所有项均为有理数)化为几个最简整式的积的形式,这种变形叫做**因式分解**. 因式分解的常用方法有提取公因式法、运用公式法、分组分解法和十字相乘法.

(1) 提取公因式法

这是最基本的方法,常与其他方法配合使用. 例如 $ka+kb+kc=k(a+b+c)$.

(2) 运用公式法

运用平方差公式、立方和差公式、完全平方公式、完全立方公式作因式分解.

平方差公式

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

立方和差公式

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2),\quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2).$$

完全平方公式

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

完全立方公式

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3,\quad a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3.$$

(3) 分组分解法

先将多项式分组,提取公因式或运用公式将组分解,然后再考虑组之间的联系继续分解.

例如,$2ax-10ay+5by-bx=(2ax-10ay)-(bx-5by)$

$$=2a(x-5y)-b(x-5y)=(x-5y)(2a-b).$$

例如,$x^2-y^2+ax+ay=(x+y)(x-y)+a(x+y)=(x+y)(x-y+a)$.

(4) 十字相乘法

对形如 $ax^2+bxy+cy^2$ 的二次三项式,在满足下面 3 个条件时,可以按右边十字相乘的方式因式分解.

$$\begin{cases} a=a_1a_2, \\ c=c_1c_2, \\ b=a_1c_2+a_2c_1. \end{cases} \qquad \begin{array}{ccc} a_1 & & c_1 \\ & \times & \\ a_2 & & c_2 \end{array}$$

分解结果:$ax^2+bxy+cy^2=(a_1x+c_1y)(a_2x+c_2y)$.

例如,$3x^2-11x+10=(x-2)(3x-5)$,$2x^2-7xy+6y^2=(x-2y)(2x-3y)$.

$$\begin{array}{ccc} 1 & & -2 \\ & \times & \\ 3 & & -5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} x & & -2y \\ & \times & \\ 2x & & -3y \end{array}$$

$$1\times(-5)+3\times(-2)=-11 \qquad x(-3y)+2x(-2y)=-7xy$$

1.1.2 方程与不等式

1. 一元二次方程

只含有一个未知数,并且未知数的最高幂次是 2,形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$,这样的方程称为**一元二次方程**.

一元二次方程的求解方法有因式分解法和求根公式法.

(1) 因式分解法

将式子 ax^2+bx+c 因式分解,如果两个因式的积等于零,那么这两个因式至少有一个等于零,从而得出方程的根.

例如 $x^2+x-6=0$,可以因式分解为 $(x-2)(x+3)=0$,所以方程的两个根为 $x_1=2$,$x_2=-3$.

(2) 求根公式法

方程的两个根为

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

这里 b^2-4ac 称为**根的判别式**，记作 $\Delta=b^2-4ac$. 当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不等实根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等实根；当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根.

2. 不等式

用不等号“$>$”,“$\geqslant$”,“$<$”或“$\leqslant$”连接两个代数式所成的式子，称为**不等式**.

(1) 绝对值不等式

含有未知数的绝对值的不等式，叫做**绝对值不等式**.

一般地，不等式 $|x|\leqslant a(a>0)$ 的解是 $-a\leqslant x\leqslant a$；不等式 $|x|\geqslant a(a>0)$ 的解是 $x\leqslant -a$ 或 $x\geqslant a$. 不等式中的“$\leqslant$”可以换成“$<$”,“$\geqslant$”可以换成“$>$”.

若把 x 换成 $x+b$(b 的正负任意)，对于不等式 $|x+b|\leqslant a$，去掉绝对值得到 $-a\leqslant x+b\leqslant a$，移项得解 $-a-b\leqslant x\leqslant a-b$；对于不等式 $|x+b|\geqslant a$，去掉绝对值得到 $x+b\leqslant -a$ 或 $x+b\geqslant a$，移项得解 $x\leqslant -a-b$ 或 $x\geqslant a-b$.

(2) 一元二次不等式

只含有一个未知数且未知数的最高次数为 2 的不等式，称为**一元二次不等式**. 它的一般形式是 $ax^2+bx+c>0$，其中 $a\neq 0$. 不等式中的“$>$”可以换成“$\leqslant$”,“$\geqslant$”或“$<$”.

例 1.1.1 解不等式 $x^2-2x-15>0$.

分析 对式子 $x^2-2x-15$ 进行因式分解，当且仅当两个因式同号(同为正或同为负)时，它们的积才大于零；同样，当且仅当两个因式异号时，它们的积才小于零.

解 原不等式通过因式分解可化为 $(x+3)(x-5)>0$，即

$$(\text{Ⅰ})\begin{cases}x+3>0,\\x-5>0;\end{cases}\quad\text{或}\quad(\text{Ⅱ})\begin{cases}x+3<0,\\x-5<0.\end{cases}$$

(Ⅰ)的解为 $x>5$，(Ⅱ)的解为 $x<-3$，所以不等式的解为 $x>5$ 或 $x<-3$.

3. 二元一次方程组

例如

$$\begin{cases}x+y=35,\\2x+4y=94.\end{cases}$$

上面列出的这两个方程中，每个方程都含有两个未知数，并且未知数的次数都是 1，这样的方程称为**二元一次方程**，把这两个二元一次方程合在一起，就组成了一个**二元一次方程组**(又称二元线性方程组).

求解二元一次方程组，一般采用**消元法**，步骤如下：

(1) 方程组中一个方程的两边都乘以一个适当的数，或者分别在两个方程的两边都乘以一个适当的数，使其中某一个未知数的系数的绝对值相等；

(2) 把方程两边分别相加或相减，消去这个未知数，使解二元一次方程组转化为解一元一次方程；

(3) 求出该一元一次方程的未知数的值,然后代入二元一次方程组中任意一个方程,求出另一个未知数的值.

例 1.1.2 解方程组

$$\begin{cases}3x+4y=16, & (1)\\ 5x-6y=33. & (2)\end{cases}$$

解 式(1)×3 得 $9x+12y=48,\quad(3)$

式(2)×2 得 $10x-12y=66,\quad(4)$

式(3)+式(4)得 $19x=114,\quad$ 即 $x=6.$

把 $x=6$ 代入式(1),得 $y=-\frac{1}{2}$,所以方程组的解为 $x=6,y=-\frac{1}{2}$.

1.1.3 集合的概念

1. 集合与元素

考察下面一些对象:某连所有的战士、某团所有的重机枪、平面上所有的直角三角形、自然数的全体等,它们分别是由具有某种特定性质的战士、重机枪、图形、数组成的总体.

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体称为**集合**;组成集合的每个对象称为这个集合的**元素**.

集合通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$表示,元素通常用小写字母 $a,b,c,\cdots$表示. 如果 a 是集合 A 的元素,就称**元素** a **属于集合** A,记作 $a\in A$;如果 b 不是集合 A 的元素,就称**元素** b **不属于集合** A,记作 $b\notin A$.

2. 集合的分类

集合按其所含元素的个数可划分为下列几种.

(1) 单元素集

只含有一个元素的集合.

(2) 有限集

含有有限个元素的集合.

例如,某培训基地实习车间的所有机床、某技术学院图书馆的全部藏书,都是有限集.

(3) 无限集

含有无限个元素的集合.

例如,不等式 $3x-5>1$ 的所有解是无限集.

(4) 空集

不含任何元素的集合,用$\varnothing$表示.

例如,在实数范围内,方程 $4x^2+9=0$ 的解集为空集.

(5) 非空集合

至少含有一个元素的集合.

3. 集合的表示方法

表示集合的方法,常用的有列举法和描述法.

把集合的元素一一列举出来，写在大括号内，元素间用逗号隔开，这种表示集合的方法称为**列举法**. 例如，由数 1，2，3，4，5 组成的集合，可以表示为$\{1,2,3,4,5\}$.

把集合中所有元素具有的共同性质描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为**描述法**. 用描述法表示集合的一般形式是

$$A=\{x \mid x\text{ 具有的性质}\},$$

大括号内竖线左边为集合中元素的一般形式，竖线右边为集合中元素共有的特定性质. 例如，由方程 $x^2-2x=0$ 的解组成的集合（解集），可以表示为 $S=\{x \mid x^2-2x=0\}$；圆 $x^2+y^2=5^2$ 上所有的点组成的集合可以表示为 $A=\{(x,y) \mid x^2+y^2=5^2, x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$.

4. 常用集合及表示

由数组成的集合叫做**数集**. 数学中一些常用的数集，用固定的大写字母表示.

（1）所有自然数组成的集合，称为**自然数集**，用 $\mathbf{N}$ 表示. 注意：自然数是全体非负整数，0 也是自然数.

（2）所有整数组成的集合，称为**整数集**，用 $\mathbf{Z}$ 表示.

（3）所有有理数组成的集合，称为**有理数集**，用 $\mathbf{Q}$ 表示.

（4）所有实数组成的集合，称为**实数集**，用 $\mathbf{R}$ 表示.

5. 子集与集合相等

设 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，容易看出，集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素. 一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 是集合 B 的**子集**，记为 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作"A 包含于 B"（或"B 包含 A"）.

规定：**空集是任何集合的子集**. 也就是说，对于任何一个集合 A，都有$\varnothing\subseteq A$.

对于集合 A，B，C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$.

对于集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作 $A=B$，读作"A 等于 B".

例如，$A=\{x \mid x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1,-2\}$，则 $A=B$.

例 1.1.3 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$）填空：

（1）a ______ $\{a,b\}$；（2）$\{a\}$ ______ $\{a,b\}$；

（3）$\varnothing$ ______ $\{a,b\}$；（4）$\{a,b\}$ ______ $\{b,a\}$；

（5）$\{2,4,6,8\}$ ______ $\{4,6\}$；（6）$\{x \mid x^2+2x-3=0\}$ ______ $\{-3,1\}$；

（7）0 ______ $\varnothing$；（8）$\{x \mid x=2n, n\in \mathbf{N}\}$ ______ $\{x \mid x=4n, n\in \mathbf{N}\}$.

解 （1）这是元素与集合之间的关系，所以 $a\in\{a,b\}$；

（2）这是集合与集合之间的关系，所以$\{a\}\subseteq\{a,b\}$；

（3）$\varnothing\subseteq\{a,b\}$；

（4）$\{a,b\}=\{b,a\}$；

（5）$\{2,4,6,8\}\supseteq\{4,6\}$；

（6）方程 $x^2+2x-3=0$ 的解是 $x_1=-3$，$x_1=1$，所以$\{x \mid x^2+2x-3=0\}=\{-3,1\}$；

（7）这是元素与集合的关系，$0\notin\varnothing$；

（8）$\{x \mid x=2n, n\in \mathbf{N}\}\supseteq\{x \mid x=4n, n\in \mathbf{N}\}$.

例 1.1.4 写出集合$\{a,b\}$的所有子集.

解 集合$\{a,b\}$的子集有$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$.

1.1.4 区间与邻域

1. 区间

区间是实数集及某些特殊子集的一种表示法，是常用的一类数集.

设 $a,b\in \mathbf{R}$，且 $a<b$，数集 $\{x\,|\,a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记为 $[a,b]$，a 和 b 称为区间的**端点**，$b-a$ 称为区间的**长度**. 如图 1.1.1 所示，在数轴上表示介于点 a 和 b 之间的所有点，包括端点 a、b，用**实心点**表示端点.

数集 $(a,b)=\{x\,|\,a<x<b\}$ 称为**开区间**，如图 1.1.2 所示，它表示数轴上介于点 a 和 b 之间的所有点，但不包括端点 a、b，用**空心点**表示端点.

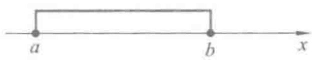

图 1.1.1

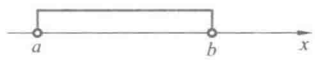

图 1.1.2

数集 $[a,b)=\{x\,|\,a\leqslant x<b\}$ 和 $(a,b]=\{x\,|\,a<x\leqslant b\}$ 为**半开半闭区间**，如图 1.1.3 和图 1.1.4所示.

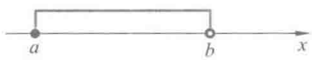

图 1.1.3

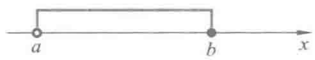

图 1.1.4

以上这些区间都称为**有限区间**，亦即这些区间的长度是有限的. 此外还有**无限区间**，如 $[a,+\infty)=\{x\,|\,x\geqslant a\}$，$(a,+\infty)=\{x\,|\,x>a\}$，$(-\infty,b]=\{x\,|\,x\leqslant b\}$，$(-\infty,b)=\{x\,|\,x<b\}$，如图 1.1.5 (a)、(b)、(c)、(d) 所示. 记号 $+\infty$ 读作**正无穷大**，$-\infty$ 读作**负无穷大**.

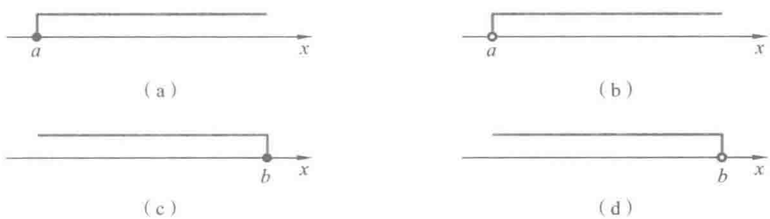

图 1.1.5

全体实数的集合 $\mathbf{R}$ 也可记为 $(-\infty,+\infty)$，它也是一个无限区间.

2. 邻域

设 $a,\delta\in \mathbf{R}$，且 $\delta>0$，称开区间 $(a-\delta,a+\delta)=\{x\,|\,|x-a|<\delta\}$ 为点 a 的 δ **邻域**，记为 $U(a,\delta)$. $U(a,\delta)$ 在数轴上表示与点 a 的距离小于 δ 的一切点 x 的集合，如图1.1.6所示.

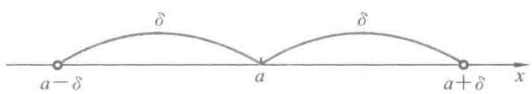

图 1.1.6